

## MACHINAE ASINCONE

MARTEDÌ 12 LUGLIO 2005

Le macchine asincrone sono di tipo isotropo.

Se rotore è privo di salienti come lo statore

Lo statore è munito di avvolgimento o distribuito aperto di tipo polifase.

L'indotto è sul rotore

L'induttore è lo statorico (alimentazione esterna)

Questa condizione è opposta rispetto alle macchine sincrone.

Qui non vi sono parti filamentate in continua (lo era l'induttore delle sincrone)

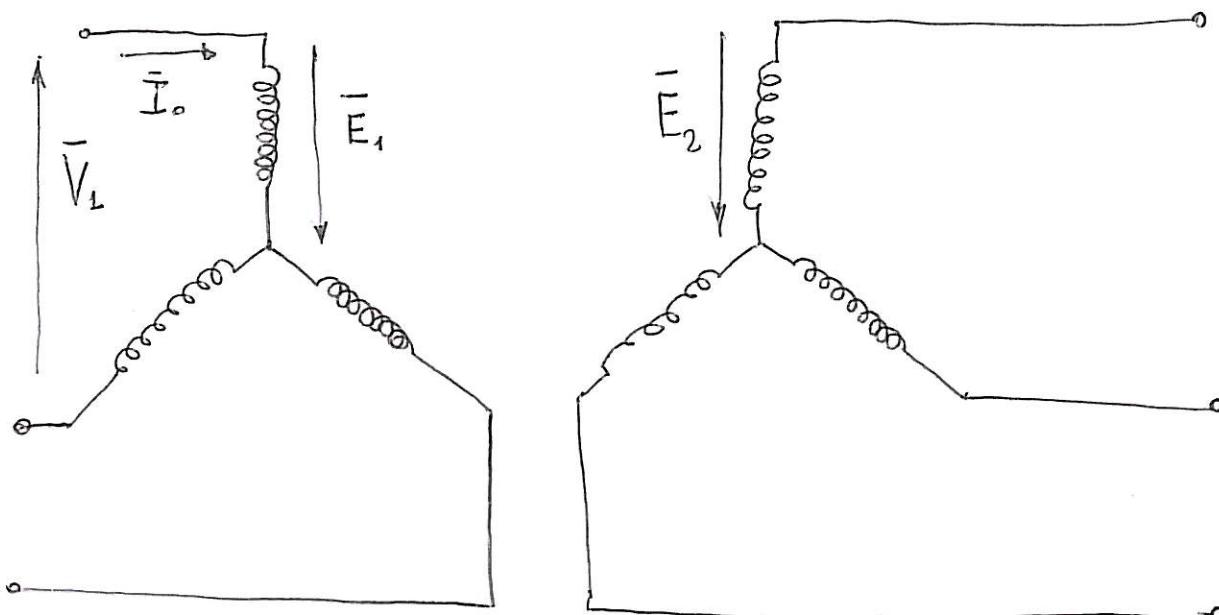
LA TEORIA DELLA MACHINA ASINCRONA VIENE SVILUPPATA CON RIFERIMENTO ALLA CONVENZIONE DEL MOTORE.

A differenza delle macchine sincrone, nel funzionamento a regime permotore la velocità di rotazione della macchina asincrona pur dipendendo dalla frequenza della tensione di alimentazione dello statore e del numero dei poli è funzione anche del carico

La velocità di sincronismo rimane come per le macchine sincrone

$$n_0 = \frac{60f}{P}$$

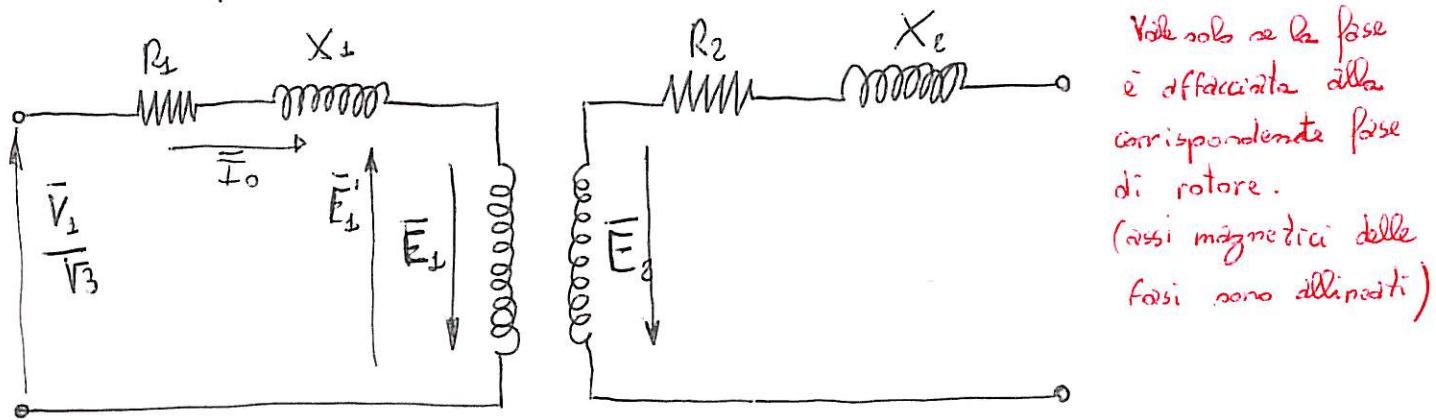
Velocità di sincronismo con circuiti rotorici (indotto) aperti e rotore bloccato.



Le fasi sono collegate a stella e il rotore è aperto o bloccato.

## MODELLO DEL MAT. RELATIVO AD UNA FASE (circuiti rotorici aperti e rotore bloccato)

Quando gli assi magnetici sono affacciati la macchina asincrona è modellabile come un trasformatore.



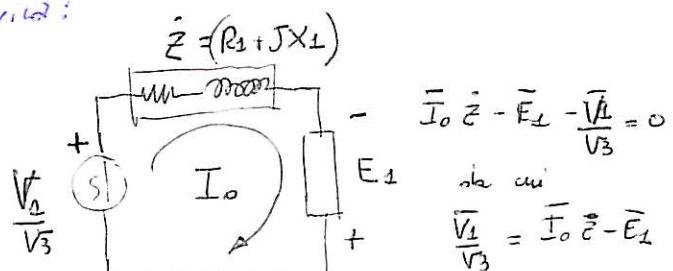
$$t = \frac{E_1}{E_2}$$

Rapporto tra i valori effettivi delle Fem

$$t = \frac{E_1}{E_2} = \frac{K_1 N_1}{K_2 N_2} = \frac{K_1 m_1 q_1}{K_2 m_2 q_2} \cdot \frac{K_1 N_S}{K_2 N_S}$$

Per ogni fase vale l'equazione dell'induttore:

$$\frac{\bar{V}_1}{\sqrt{3}} = -\bar{E}_1 + (R_1 + jX_1)\bar{I}_o$$



FORMALMENTE E' LA STESSA EQUAZIONE CHE GOVERNA UN TRANSFORMATORE A VUOTO CON RAPPORTO SPIRE t

$$\frac{V_1}{\sqrt{3}} = I_o (R_1 + jX_1) - E_L$$

vista la simmetria elettrica e magnetica è possibile fare riferimento ad una sola fase e trascrivere in analogia al trasformatore ma con fasi. Lo schema della figura sovrastante.

S'analoga trasformatore-macchina asincrona vale

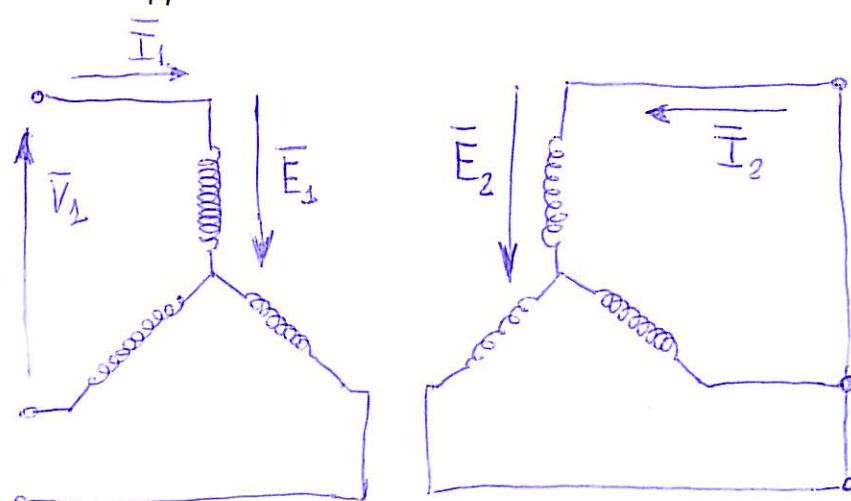
nella ipotesi che le fasi di rotore sia affacciata alla fase di statorre, ossia i relativi assi magnetici siano allineati.

Negli istanti in cui le fasi non sono allineate l'analogia non è valida perché i flussi che producono  $\bar{E}_1$  e  $\bar{E}_2$  non è istante per istante ugualmente concordante tra primario e secondario.

## FUNZIONAMENTO DEL MATER CON CIRCUITI ROTORICI IN CORTO CIRCUITO E ROTORE BLOCCATO

Si faccia l'ipotesi che il flusso  $\Phi_0$  sia mantenuto costante e che i circuiti rotorici siano aperti.

da terna simmetrica di f.e.m. di rotore  $\bar{E}_0$  da lungo del suo perimetro equilibrio brate di correnti  $I_2$  che produce una f.m.m. a girotoni rotante lungo il traferro con la stessa velocità e lo stesso verso delle f.m.m. rotante di statore. Infatti tale f.m.m. si comporta, essendo il rotore bloccato, come una f.m.m. di reazione di indotto di una macchina sincrona di cui la f.m.m. di statore rappresenta la f.m.m. di induttore.



$$E_1 = 2K_F K_i \Phi_0 f N_1$$

$$E_2 = 2K_F K_c \Phi_0 f N_2$$

Rispetto a un riferimento solidale con lo statore, l'indumento temporale della fondamentale della f.m.m. rotorica è individuata da un vettore  $\bar{M}_2$  di valore massimo

$$M_2 \approx 1.35 n_2 q_2 K_2 I_2$$

Se pedici 2 indicano che tutto è riferito al rotore.

Sia f.m.m. (per il magnete motrice)  $M_2$  essendo creata dalle correnti  $I_2$  indotte da  $\Phi_0$ , tenderebbe, per la legge di Lenz, ad annullare  $\Phi_0$ ; poiché tale flusso è supposto costante, le fasi di statore devono necessariamente richiedere dalla rete una nuova terna di correnti  $\bar{I}_{12}$  tali da mettere in gioco al traferro una f.m.m. la cui fondamentale  $\bar{M}_{12}$  vale:

$$\bar{M}_{12} \approx 1.35 n_1 q_1 K_1 \bar{I}_{12} = -1.35 n_2 q_2 K_2 \bar{I}_2$$

Quindi

$$\bar{I}_{12} = -\frac{\bar{I}_2}{t} = -\frac{n_2 q_2 K_2}{n_1 q_1 K_1} \bar{I}_2$$

Si può quindi scrivere la relazione:

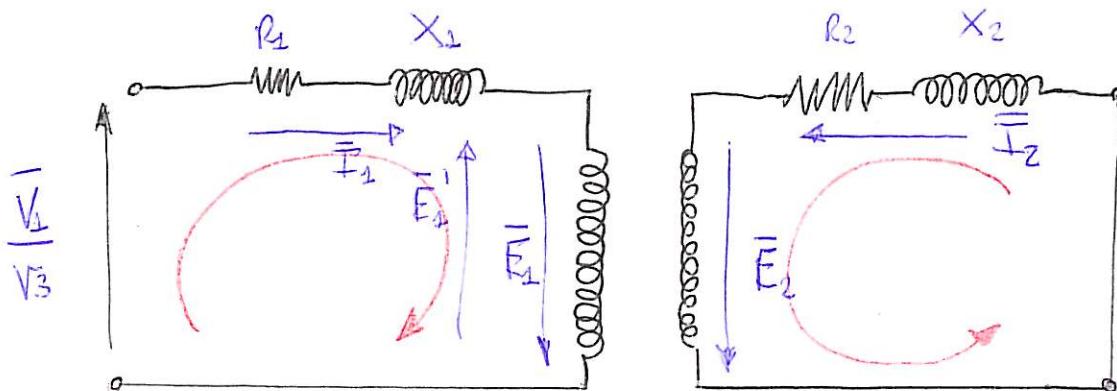
$$\frac{\bar{V}_1}{\sqrt{3}} = -E_1 + (R_1 + jX_1) I_1 = \bar{E}'_1 + (R_1 + jX_1) \bar{I}_1$$

EQUAZIONE MAGNA STATORA  
(INDUTTORE DEL M.T.)

Analogamente per ogni fase di rotore vale:

$$\bar{E}_2 = (R_2 + jX_2) \bar{I}_2$$

EQUAZIONE MAGNA ROTORE  
(INDUTTORE DEL M.T.)



Dato l'ipotesi di flusso  $\bar{\Phi}$  e quindi  $\bar{E}_1$  costante per essere valide le due equazioni di maglie la tensione  $\frac{V}{\sqrt{3}}$  deve avere un valore diverso per il caso rotore bloccato e caso circuiti rotorici con corri e rotore bloccato.  
Dato che la tensione è imposta dalla rete, saranno il flusso a variare. Passando da  $\bar{\Phi}_0$  al valore  $\bar{\Phi} = \bar{\Phi}_0 + \bar{\Phi}_{carico}$ ; le f.m. risultano pertanto:

$$E_1 = 2K_F K_1 \bar{\Phi} f N_1$$

con  $K_F = 1.11$  fattore di forma

$$\bar{\Phi} = \text{flusso} \left[ \frac{\text{Weber}}{\text{m}^2} \right]$$

$$E_2 = 2K_F K_2 \bar{\Phi} f N_2$$

$K_1, K_2$  = fattori dimensionici

Si ha una terna simmetrica equilibrata di f.m.  $\bar{E}_2$  che danno luogo a una terna equilibrata di correnti  $I_2$  che produce una f.m. a gradini rotante lungo il traferro con la stessa velocità e stesso verso delle f.m.m. rotante di statora. Infatti la f.m.m. di reazione è come nelle macchine sincrone. Quando i conduttori sono percorsi dalla corrente  $\bar{I}$  e immersi nel campo  $\bar{B}$  (nel rotore) da enti ortogonali; sono nati di forza tangenziale che indica una coppia risultante che porta in rotazione il rotore con  $m < m_0$  per  $C$  presente dei attriti, se  $m > m_0$  allora all'altro c'è una coppia esterna che lo fa girare.

## FUNZIONAMENTO CON CIRCUITI ROTORICI IN CONTO CIRCUITO E ROTORE IN MOVIMENTO

Supponiamo che al rotore non sia applicata alcuna coppia resistente e che non vi sia neppure alcuna coppia motrice.

I conduttori del rotore come percorsi da una corrente ed immersi in un campo magnetico ad essi perpendicolare essi sono sede di forze tangenziali che danno luogo ad una coppia risultante.

Essendo le correnti di rotore create sulla base della legge di Lenz esse si oppongono alla causa che le ha generate (cioè al campo prodotto dallo statore) il rotore è rotante alla velocità di sincronismo  $n_s$  essa tende a diminuire la velocità relativa tra campo e rotore, ovvia o. trascurare il rotore nello stesso verso del campo di statore.

In definitiva la coppia parla in rotazione il motore con una velocità del rotore pari a  $n_s$  che per la presenza di perdite e attriti è minore di  $n_s$  anche in assenza di coppia resistente esterna applicata all'albero.

LA FREQUENZA DELLE FEM indotte nei conduttori di rotore risulta:

$$f_s = p \frac{n_s - n}{60}$$

$n_s$  = velocità del campo magnetico rotante di rotore e di statore.

$n$  = velocità meccanica del rotore

$p$  = numero di coppie polari.

Punto  $s = \frac{n_s - n}{n_s}$  surrimento relativo

$$f_s = \frac{p n_s}{60} s = f \cdot s$$

↑  
surrimento

La fem indotta e la RESISTENZA DI DISPERSIONE  $X_s$  dipendono entrambe dalla Frequenza

$$E_{2s} = 2K_F K_2 \phi f_s N_2 = E_{2s} \cdot s$$

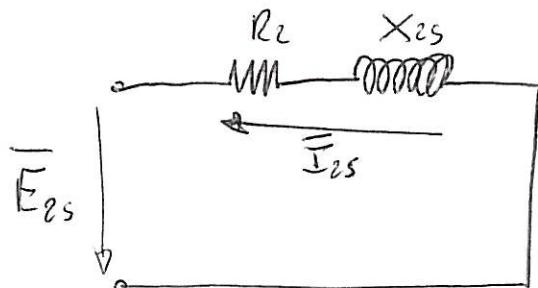
$$X_{2s} = 2\pi f_s L_2 = X_{2s} \cdot s$$

Alle correnti  $I_{2s}$  di frequenza  $f_s$  prodotte dalla f.e.m.  $E_{2s}$ , corrisponde una p.m.m. rotante che ruota rispetto allo statora, con velocità:

$$m_s = \frac{60 F_s}{P} = m_0 \cdot s = m_0 - m \quad \begin{matrix} \text{frequenza di rotore.} \\ \text{numero dei poli} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{scorrimento assoluto} \\ \downarrow \\ \text{velocità meccanica del rotore} \end{matrix}$$

La velocità rispetto allo statora è:  $m_0 - m + m = m_0$

Quindi in frequenza  $f_s$  alle condizioni in esame si ha:



$$\bar{E}_{2s} = (R_2 + jX_{2s}) \bar{I}_{2s}$$

$$\bar{I}_{2s} = \frac{\bar{E}_{2s}}{R_2 + jX_{2s}}$$

CIRCUITO EQUIVALENTE DI UNA FASE ROTORICA DI UN MACCHINA ASINCRONA A ROTORE AVVOLTO CON ROTORE ROTANTE CON UNO SCORRIMENTO QUALSiasi

ponendo numeratore e denominatore per  $s$  e otteniamo

CIRCUITI ROTORICI CORTO CIRCUITATI E CON ROTORE ROTANTE CON UNO SCORRIMENTO QUALSiasi

$$\bar{I}_{2s} = \frac{\bar{E}_{2s}}{\frac{s}{R_2 + jX_{2s}}}$$

si ricorda che

$$X_{2s} = X_2 \cdot s$$

$$\bar{I}_{2s} = \frac{\bar{E}_{2s}}{\frac{s}{R_2 + jX_2}}$$

Se moltiplico ambo i membri per il rapporto

$$\frac{e^{j2\pi f \cdot t}}{e^{j2\pi f s t}}$$

e tenendo conto che  $E_{2s} = E_2 \cdot s$

si ottiene

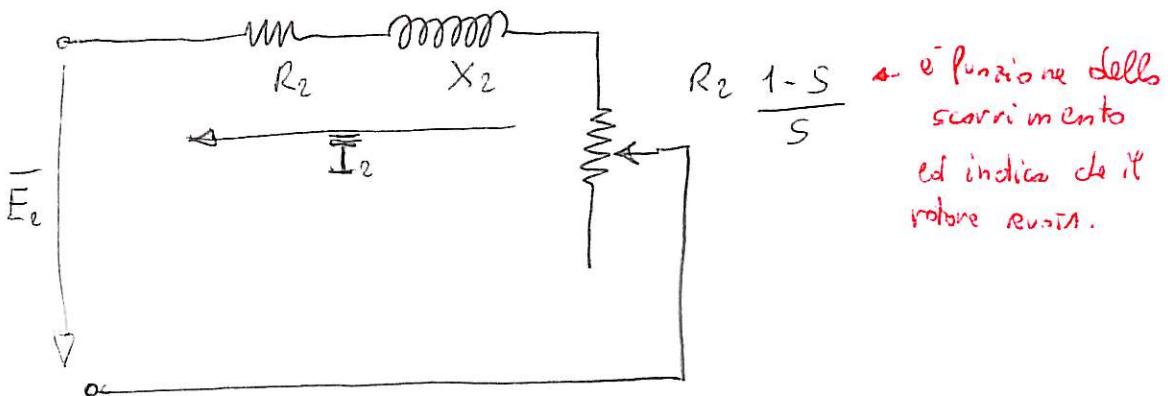
$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_2}{R_2 + jX_2} \quad \text{della frequenza } f \text{ è non più } f_s$$

con valori effettivi  $\bar{I}_2 = \underbrace{\bar{I}_{2s}}_{\text{senza regno di rotazione}} \text{ e } \bar{E}_2 \text{ fu di valore effettivo}$

$$\bar{E}_2 = \frac{\bar{E}_{2s}}{s}$$

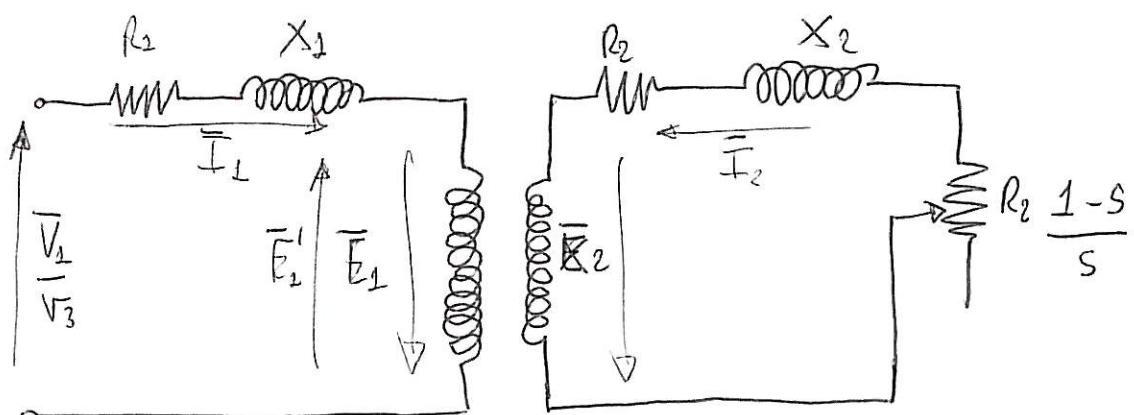
ne risulta:  $\bar{E}_2 = \left( \frac{R_2}{s} \bar{I}_2 + jX_2 \bar{I}_2 \right) = R_2 \bar{I}_2 + jX_2 \bar{I}_2 + R_2 \frac{1-s}{s} \bar{I}_2$

a cui corrisponde il circuito:



circuito equivalente di una fase di rotore di una macchina asincrona trifase a rotore diretto nel funzionamento con circuiti rotorici cortocircuitati e un rotore rotante con uno scorrimento  $s$  equivalgente (fem e corrente rotoriche a frequenza  $f$ .)

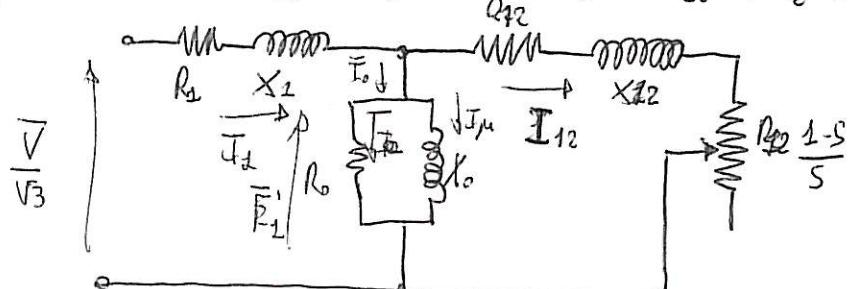
**NOTA:** Anche se il rotore è in movimento possiamo studiare la macchina a rotore fermo con l'aggiunta del carico  $R_2 \frac{1-s}{s}$



### TRASMISSIONE DEI PARAMETRI ALLO STATORE (CIRCUITO EQUIVALENTE DI UNA FASE)

Le relazioni analitiche sono del tutto uguali a quelle di una fase di un trasformatore chiuso su un unico polo e  $R_2 \frac{1-s}{s}$ .

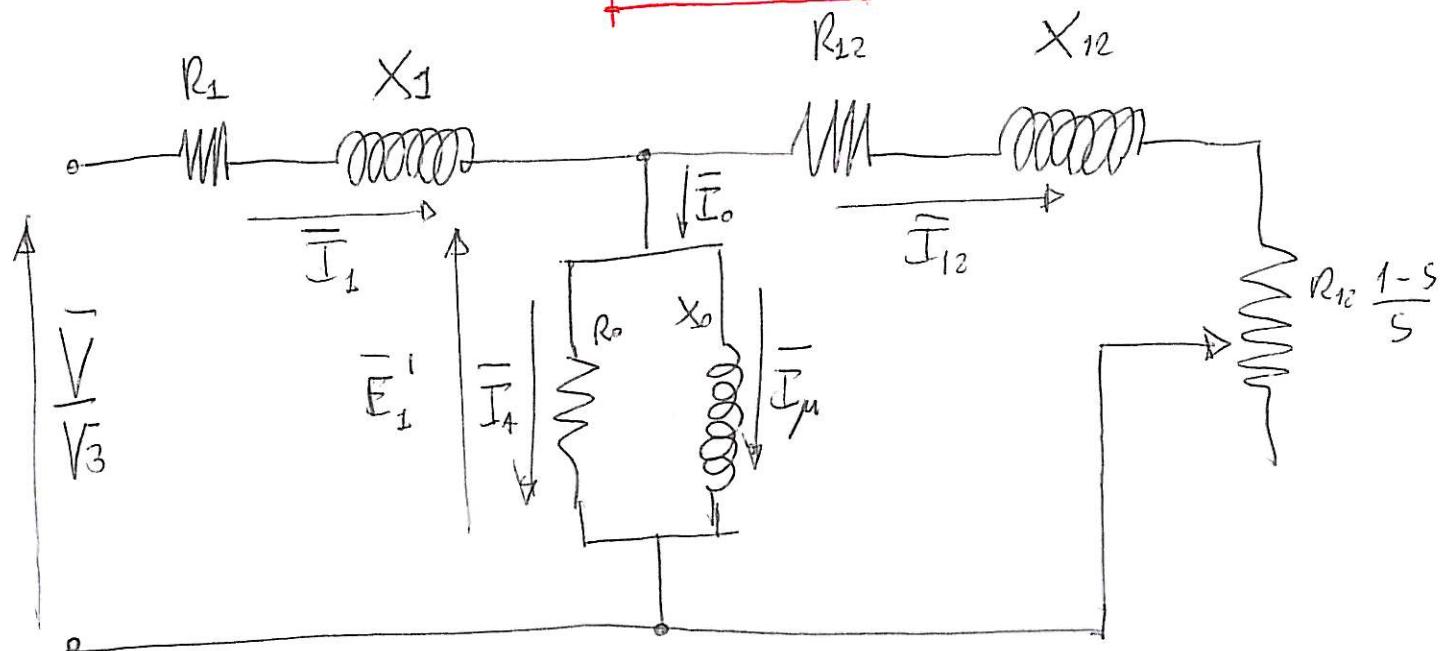
È possibile quindi trarre i rapporti di trasformazione riportare tutti i parametri al primario  $R_{12} = R_2 \cdot t^2$  e  $X_{12} = X_2 \cdot t^2$



$s$  indica quanti giri perde il rotore rispetto al campo rotante.

SCORRIMENTO

$$s = \frac{m_0 - m}{m_0}$$



1) Se il rotore va alla velocità di sincronismo  $m = m_0$

$$s=0 \quad R_{12} \frac{1-s}{s} = \infty$$

Funzionamento a vuoto

L'induttanza assorbe le sezioni corrente  $\bar{I}_0$  condizione teorica che si verificherebbe in assenza di perdite meccaniche.

2) Quando il rotore è fermo ( $m=0$ ) si ha:

$$s=1 \quad R_{12} \frac{1-s}{s} = 0$$

Funzionamento in cortocircuito

È formalmente uguale al funzionamento di un trasformatore con il neozottrio in cortocircuito.

3) caso di funzionamento generico con valori dello scorrimento  $0 < s < 1$

Risulta  $R_{12} \frac{1-s}{s} \neq 0$  e di valore finito.

La potenza  $3 R_{12} \frac{1-s}{s} I_{12}^2$  corrisponde alla potenza all'albero  $P_m$

A MEMO DELLE  
PERDITE  
 $P_{mp}$

Le perdite sono nulle per  $n=0$  e crescenti con la velocità.

Come per i trasformatori la resistenza trasmessa dal secondario al primario (resistenza del secondario riferita al primario) è dello stesso ordine di grandezza della resistenza del primario.  $R_1$   
NOTA BENE: i valori delle resistenze  $R_1$  e  $R_{12}$  sono piccoli rispetto a quelli delle resistenze  $X_1$  e  $X_{12}$ .

Le perdite nel ferro variano con la velocità della macchina  $P_p$  (dovute a correnti parassite ed a isteresi)

Queste perdite sono crescenti con la frequenza ed escono la frequenza  $f_s$  delle grandezze rotoriche legate alla velocità ad ogni valore di  $n$  corrisponde un determinato valore delle perdite nel ferro di rotore. Ne consegue che  $R_o$  del circuito equivalente dovrebbe essere variabile con lo scorrimento

La resistenza  $R_o$  rappresenta le <sup>una parte delle</sup> perdite a vuoto.

$R_o$  è supposta costante perché si osserva che le perdite meccaniche e le perdite nel ferro e nell'isteresi sono inversamente proporzionali se una l'altra aumenta ma la loro somma  $P_o$  è costante.

Le perdite nel ferro  $P_p$  è massima per  $n=0$  rotore bloccato e nulle per ( $n=n_s$ ) alla velocità di sincronismo.

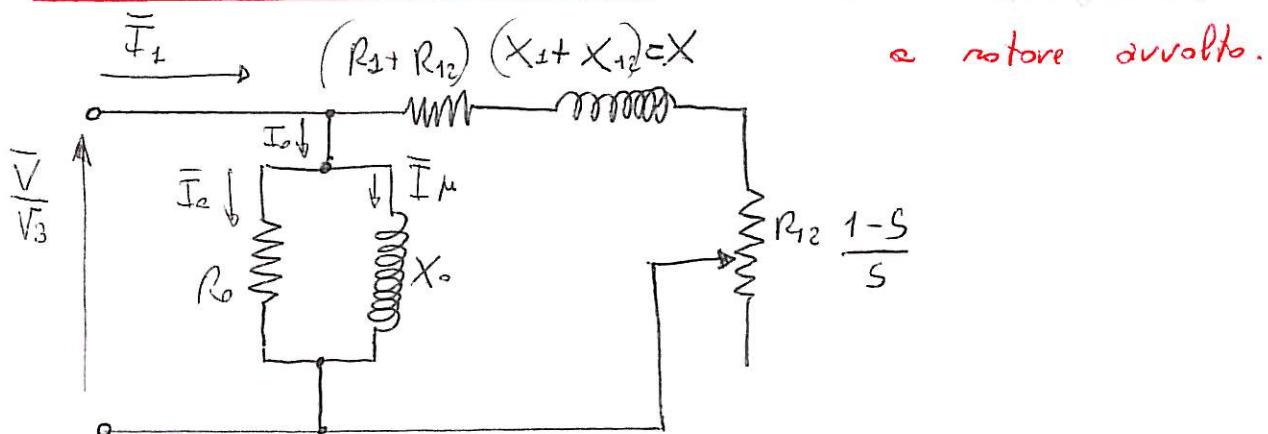
$R_o$  è una costante quando si intende che esse sia le cause delle perdite non nel ferro ma  $\frac{1}{3}$  delle perdite a vuoto.

$\frac{1}{3}$  delle perdite è vuoto  $\Rightarrow P_0 = P_{pp} + P_{mp}$  quando la macchina funziona senza coppia esterna applicata all'albero ( $m \approx m_0$ ) e si assume forte valore costante qualunque sia la velocità effettiva della macchina.

POTENZA MECCANICA

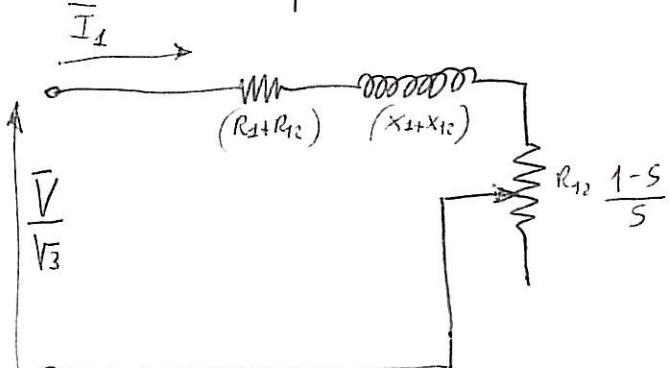
Dato che la potenza persa a vuoto  $P_0$  dovuta alla presenza di  $R_0$  è relativamente piccola rispetto alle perdite nelle componenti resistive del circuito, comporta che la potenza  $3R_{12} \frac{1-s}{s} I_{12}^2$  coincida con la potenza meccanica  $P_m$ .

### CIRCUITO EQUIVALENTE SEMPLIFICATO della macchina asincrona trifase MAT.



### POTENZA, COPPIA E CARATTERISTICA MECCANICA

Se si trascurano le perdite a vuoto  $P_0$  si semplifica ulteriormente il circuito semplificato



$P_e$  = Potenza elettrica attiva di morselli dell'avvolgimento trifase di statora

$P_t$  = Potenza trasmessa elettromagneticamente al rotore.

$P_m = P_{om} =$  Potenza meccanica dell'albero, coincidente con quella convertita da elettrica in meccanica.

$P_{ep} = P_{ep1} + P_{ep2}$  Potenza persoluta per effetto Joule negli avvolgimenti di statora e di rotore.

$\Omega_0 = \frac{2\pi m_0}{60}$  Velocità angolare del campo rotante di statora

$$C = \frac{P_{om}}{\Omega} = \frac{P_m}{\Omega} = \frac{3R_{12} \frac{1-s}{s} I_{12}^2}{\Omega} = \frac{3R_{12} \frac{1-s}{s} I_{12}^2}{\frac{2\pi m_0}{60}} = \frac{3R_{12} I_{12}^2}{\frac{s \cdot 2\pi m_0}{60}} = \frac{P_t}{\Omega_0}$$

$$P_m = 3R_{12} \frac{1-s}{s} I_{12}^2$$

La coppia risulta proporzionale alla potenza  $P_t$  trasmessa trasmessa dall'elletromagnete al rotore.

$$C = \frac{P_m}{\Omega} = 3 R_{12} \frac{1-s}{\Omega \cdot s} = \frac{3 R_{12}}{s \cdot \Omega_0} I_{12}^2 = \frac{P_t}{\Omega_0}$$

$P_m$ : potenza meccanica

Posto  $Z^2 = R_1^2 + X^2$  con  $X = X_1 + X_{12}$

L'espressione della coppia diventa:

$$C = 3 \frac{R_{12}}{s \cdot \Omega_0} I_{12}^2 = \frac{R_{12}}{s \cdot \Omega_0} \frac{V_1^2}{(R_1 + \frac{R_{12}}{s})^2 + X_B^2} = \frac{V_1^2}{\Omega_0 Z \left( \frac{Z}{R_{12}} + \frac{R_1}{s} + \frac{2 R_{12}}{Z} \right)}$$

Da queste ultime considerazioni si possono fare delle considerazioni sul funzionamento della macchina al ~~addirittura~~ dello scorrimento e quindi della velocità del rotore.

### Rotore fermo ( $n=0, s=1$ )

A rotore fermo, sostituendo  $s=1$  nelle precedenti relazioni:

- Potenza meccanica nulla.  $P_m = 0$

- Potenza elettrica uguale alla potenza perduta.  $P_e = P_p$

- Coppia elettromagnetica =  $C = \frac{R_{12}}{\Omega_0} \frac{V_1^2}{(R_1 + R_{12})^2 + X^2} = \frac{V_1^2}{\Omega_0 Z \left( \frac{Z}{R_{12}} + \frac{R_1}{Z} + \frac{2 R_{12}}{Z} \right)}$   
 La coppia  $C_a$  è della coppia di AVVIAZIONE

A velocità nulla la macchina assorbe delle rete =  $C_a$

una potenza elettrica pari alla potenza perduta per effetto Joule negli avvolgimenti di rotore e di statorre

I termini  $\frac{R_{12}}{Z}$  e  $\frac{R_1}{Z}$  sono piccoli rispetto a  $\frac{R_{12}}{R_1}$  e pertanto la coppia di avviamento può essere scritta nella forma  
 La coppia di avviamento è proporzionale alla resistenza di una fase

$$C_a \approx \frac{V_1^2}{\Omega_0 Z^2} R_{12}$$

Rotore in moto nello stesso verso del campo rotante con  $0 < m < \infty$   $0 < s < 1$

Per  $0 < s < 1$

- coppia elettromagnetica positiva
- Potenza meccanica  $P_m = C \cdot \Omega_0 (1-s)$  positiva
- Potenza elettrica  $P_e$  positiva e pari alla somma di  $P_{ep}$  e  $P_m$

La macchina assorbe potenza elettrica dalla rete che in parte compensa le perdite per effetto Joule negli avvolgimenti di rotore e di stator e in parte viene convertita in potenza meccanica. : **La macchina asincrona funziona da motore.**

Se andiamo l'espressione della coppia  $C$  nelle sue derivate:

$$C = 3 \frac{R_{12}}{s \cdot \Omega_0} I_{12}^2$$

$$\frac{dc}{ds} = 0 \Rightarrow \frac{dc}{d(s)} = 0 \Rightarrow s = \frac{R_{12}}{Z} = S_M$$

Per questo valore dello scorrimento si ricava

$$C = \frac{V_1^2}{2 \cdot \Omega_0 \cdot Z \left( 1 + \frac{R_1}{Z} \right)} = C_M$$

Trascurando il termine  $\frac{R_{12}}{Z}$  la coppia massima può essere scritta anche nella forma:

$$C_M \approx \frac{V_1^2}{2 \cdot \Omega_0 \cdot Z}$$

Rotore in moto alla velocità di sincronismo ( $n=n_0$ ,  $s=0$ )

Alla velocità di sincronismo ( $s=0$ ) sono nulle la potenza elettrica, le perdite per effetto Joule, la coppia elettromagnetica e la potenza meccanica: la macchina non assorbe né fornisce alcuna potenza.

Rotore in moto nello stesso verso del campo rotante con ( $n_0 < n < \infty$ ) ( $-s < s < 0$ )

Velocità superiore a quella di sincronismo ( $0 > s > -\infty$ )

- Coppia elettromagnetica negativa
- Potenza meccanica  $P_m = C \cdot \mathcal{R}_0 (1-s)$  negativa
- Potenza elettrica  $P_e$  con il primo addendo  $P_{ep}$  positivo e il secondo  $P_m$  negativo.

La macchina in queste condizioni assorbe potenza meccanica dall'albero.

Se minimo della coppia motrice  $C_M'$  aumenta fino ad annullarsi per  $s=-\infty$ . Se valore minimo si ottiene per

$$s = -\frac{\mathcal{R}_{12}}{Z} = s'_M$$

e per la formula

$$C = \frac{3 \cdot \mathcal{R}_{12}}{s \cdot \mathcal{R}_0} I_{12}^2$$

vale

$$C'_M = -\frac{V_1^2}{2 \cdot \mathcal{R}_0 \cdot Z \left( 1 - \frac{\mathcal{R}_{12}}{Z} \right)}$$

La potenza elettrica si annulla

$$s = -\frac{\mathcal{R}_{12}}{R_1} = s_R$$

per il valore dei correnti che rende le potenze elettrica erogata uguali alle potenze meccaniche fornite all'albero che è circa uguale a  $s \geq -1 \approx s_R$

(41)

visto che  $P_2$  e  $P_{el}$  sono dello stesso ordine di grandezza il rotolone dello scorrimento che annulla la potenza elettrica è  $S \approx -1$

$S_R < S < 0$  si ha  $|P_m| > |P_{el}|$  La potenza elettrica è negativa quindi la macchina eroga potenza elettrica.

La macchina assorbe potenza meccanica e la converte in elettrica perciò in queste condizioni di funzionamento si comporta da generatore sincrono

GENERATORE  
SINCRONO

Per  $S_R > S > -\infty$  si ha per  $|P_m| < |P_{el}|$  la potenza elettrica è positiva e quindi la macchina assorbe sia potenza elettrica sia potenza meccanica che vanno entrambe a compensare le perdite:

La macchina in queste condizioni funziona da freno  $S_R > S > -\infty$   
 $|P_m| < |P_{el}|$

FRENO

Rotore in moto in verso contrario al campo rotante con ( $\omega < m < 0$ ), ( $\omega > s > 1$ )

Per  $\omega < S < 1$  si ha:

- Coppia elettromagnetica positiva
- Potenza meccanica  $P_m = C \cdot \Omega_0 (1-S)$  negativa
- Potenza elettrica  $P_e$  con primo addendo  $P_{el}$  positivo e il secondo  $P_m$  negativo.

La macchina assorbe potenza meccanica all'indietro. Poiché inoltre risulta sempre  $|P_m| < |P_{el}|$  la potenza elettrica  $P_e$  è comunque positiva, la macchina assorbe pertanto sia potenza elettrica sia potenza elettrica che vanno entrambe a compensare le perdite.

(42) La macchina funziona ancora da freno.

Rotore in moto con  $n = \pm \infty$   $S = \mp \infty$

Questa è una condizione teorica in cui  $S = \mp \infty$  risulta  $R_{12} \frac{1-S}{S} = -R_2$  e quindi  $I_{12} = \frac{\frac{V_1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}} = I_{12\infty}$  ne consegue che si ha:

- coppia elettromagnetica nulla;

- potenza elettrica  $P_e = R_1 \frac{V_1^2}{R_1^2 + X^2}$  positiva

- Potenza meccanica  $P_m = - R_{12} \frac{V_1^2}{R_2^2 + X^2}$  negativa

La macchina assorbe da un lato la potenza elettrica

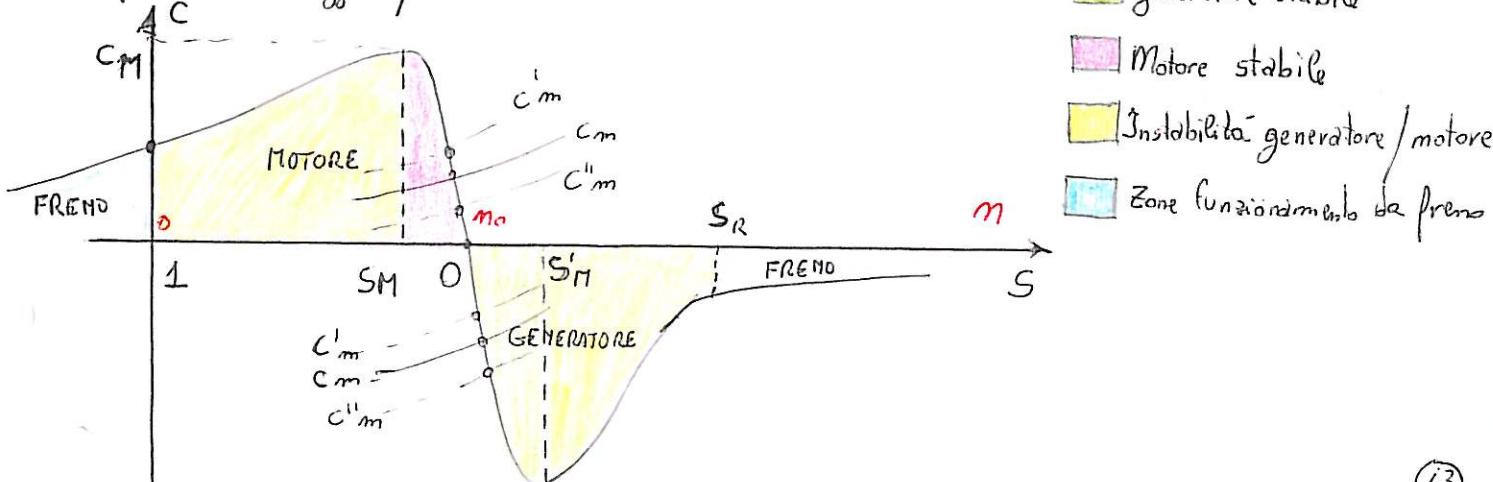
corrispondente alle sole perdite per effetto Joule negli avvolgimenti rotori.

### CARATTERISTICA MECCANICA

La caratteristica meccanica è l'andamento delle coppie elettromagnetiche in funzione della velocità  $n$  o dello scorrimento  $s$ .

Le due soli funzionamenti stabili da motore o da generazione sono nei pressi di  $m = m_s$  dove cioè  $S = 0$ .

Valori tipici ottimali per lo scorrimento che porta la macchina a funzionamenti stabili sono compresi fra 0,01 e 0,06 (a parte il caso di piccoli motori in cui il valore può essere maggiore).



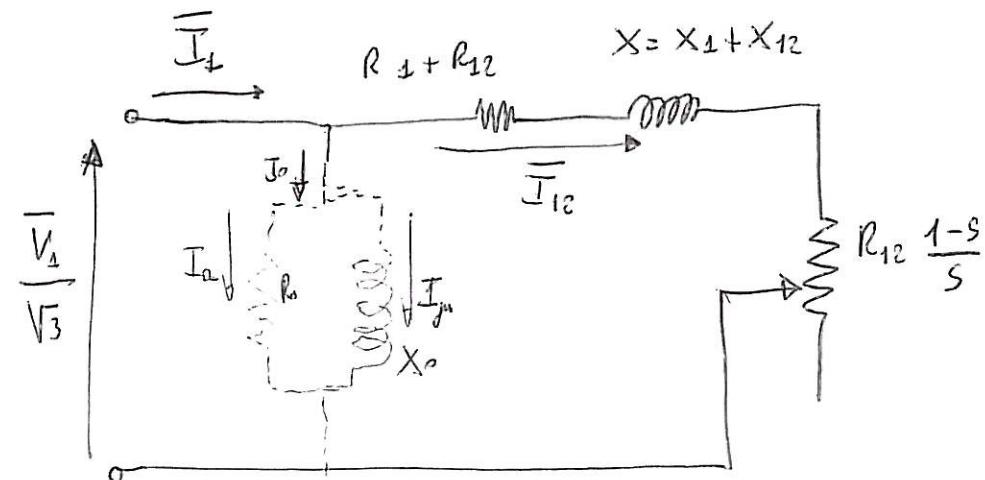
## DIAGRAMMA CIRCOLARE

Si usa per il funzionamento a regime permesso delle macchine, a tensione e frequenze costanti e per diverse velocità.

gli autori sono Heyland e Ossana più altri in forme diverse.

Fare riferimento al circuito equivalente semplificato.

Nell'ipotesi di trascurare inizialmente la corrente a vuoto  $I_0$  per il diagramma sottostante:

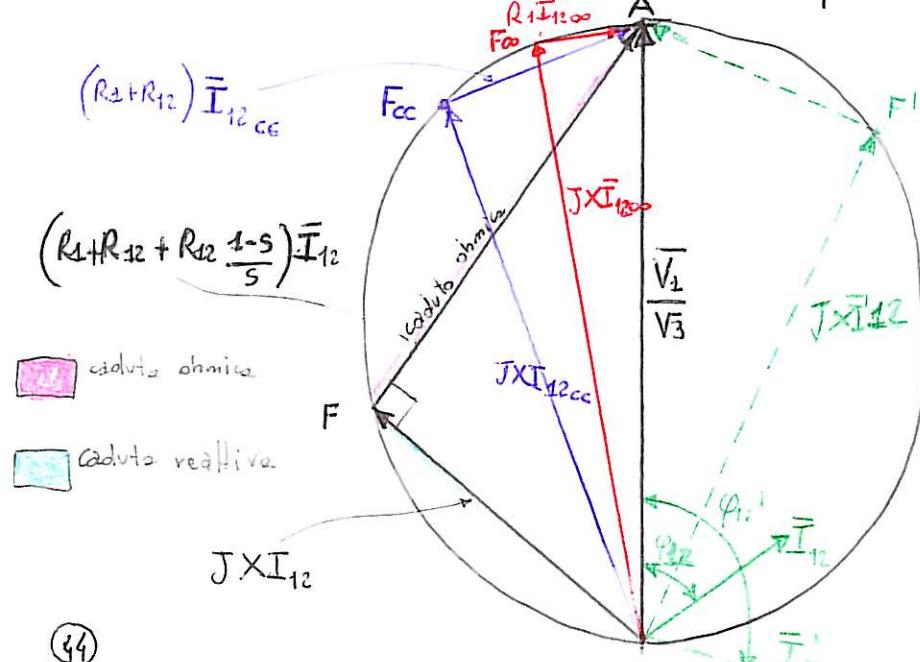


$$\frac{V_1}{\sqrt{3}} = \left( R_1 + R_{12} + R_{12} \cdot \frac{1-s}{s} \right) \bar{I}_{12} + J X \bar{I}_{12}$$

$\bar{F}_{OA}$  tensione di fase  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\frac{F_{AB}}{F_E} \text{ corrente } I_{12} \text{ ondulata, in ritardo su } F_{EA} \text{ dell'angolo } \varphi_{12} = \tan^{-1} \frac{X}{R_2 + R_{12}}$$

F<sub>0</sub>F calcola induttiva JX $\bar{I}_{12}$  in anticipo di  $\frac{\pi}{2}$  su F<sub>0</sub>B



Siccome il circuito equivalente si è  
risolto a un  $RL$  le cadute di tensione  
risultano senz'altro in quadratura  
e quindi il diagramma è sempre  
riscrivibile in una semicirconferenza

Al variare dello scorrimento varia la  $R_{\text{tot}}$  e quindi la corrente  $I_{12}$  per-  
dendo risulta sempre più di  
 $90^\circ$  l'angolo caile sempre in  
un punto della circonferenza.

Per  $s=0$  ( $m=m_0$ ) funzionamento a vuoto della macchina risulta  
 $R_{12} \frac{1-s}{s} = \infty$  e  $\bar{I}_{12}=0$  e il punto F cade in  $F_0$ .

Per ( $s=1$ ) ( $m=0$ ) si ha il funzionamento in corto circuito  
 Risulta  $R_{12} \frac{1-s}{s} = 0$

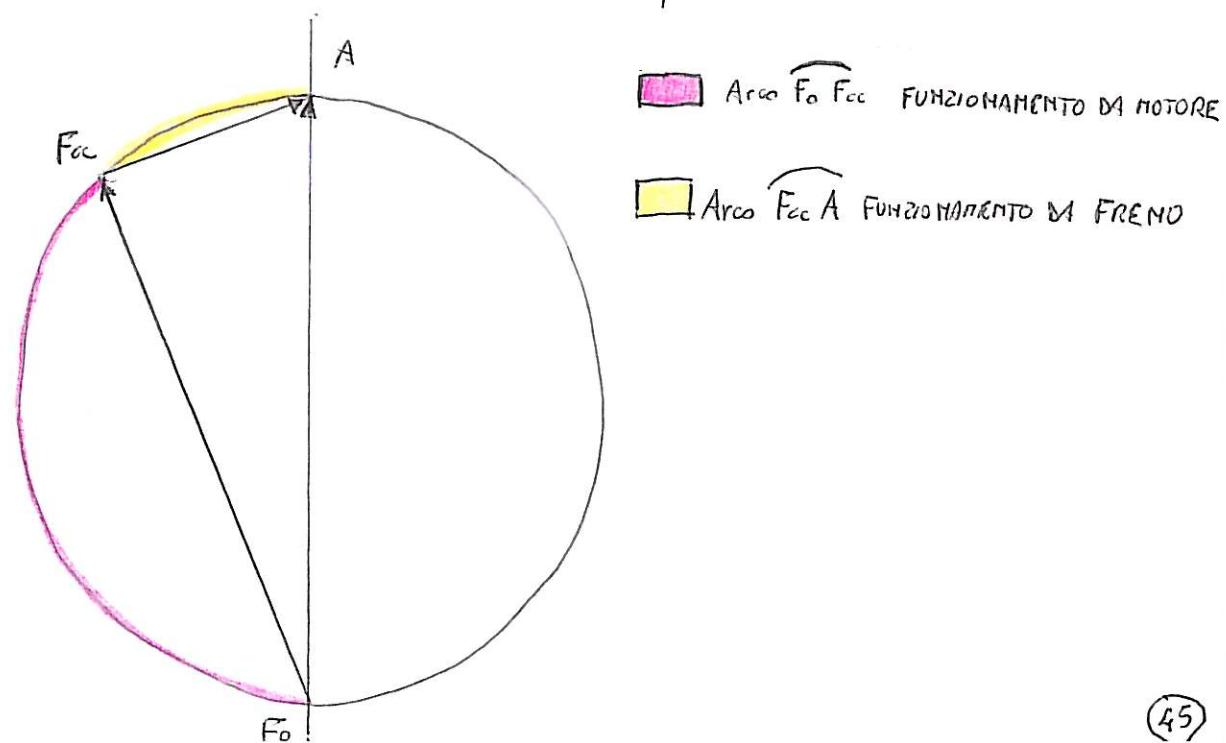
$R_1 + R_{12} = R_1 + R_{12}$  e  $\bar{I}_{12} = \bar{I}_{12\text{cc}}$ . La caduta ohmica diminuisce  
 rispetto a quelle induttive ed il punto F cade in  $F_{cc}$  con  $\bar{F}_0 \bar{F}_{cc}$

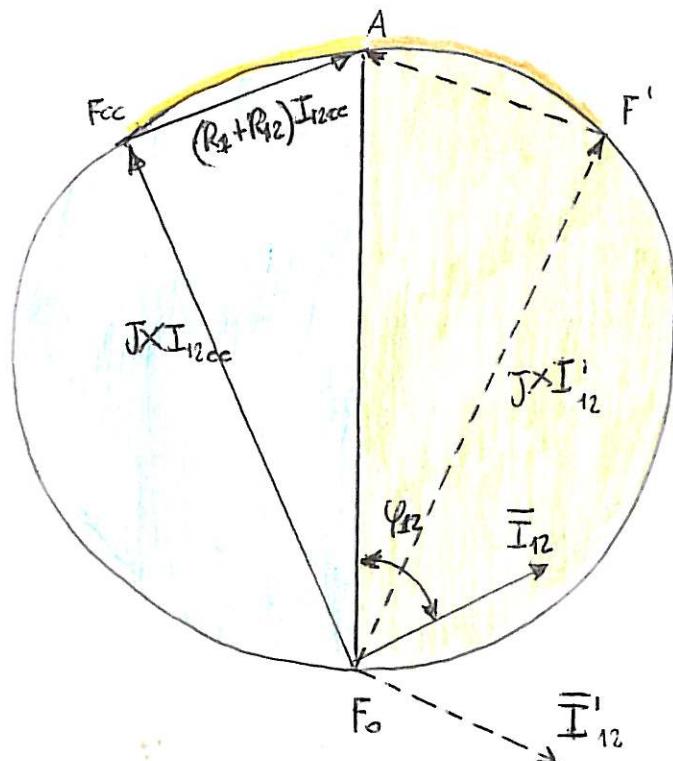
$$\bar{F}_0 \bar{F}_{cc} = J \times \bar{I}_{12\text{cc}} \quad e \quad \bar{F}_{cc} A = (R_1 + R_{12}) \bar{I}_{12\text{cc}}$$

Per  $s=\infty$  ( $m=\infty$ ) risulta  $R_1 + \frac{R_{12}}{s} = R_{12}$  e  $\bar{I}_{12} = \bar{I}_{12\infty}$   
 La caduta ohmica diminuisce ulteriormente rispetto a quelle induttive  
 ed il punto F cade in  $F_\infty$  con  $\bar{F}_0 \bar{F}_\infty = J \times \bar{I}_{12\infty}$   
 e  $\bar{F}_\infty A = R_1 \bar{I}_{12\infty}$

Per  $s=s_R$  risulta  $R_1 + \frac{R_{12}}{s} = 0$

La caduta ohmica si annulla ed il punto F coincide con A



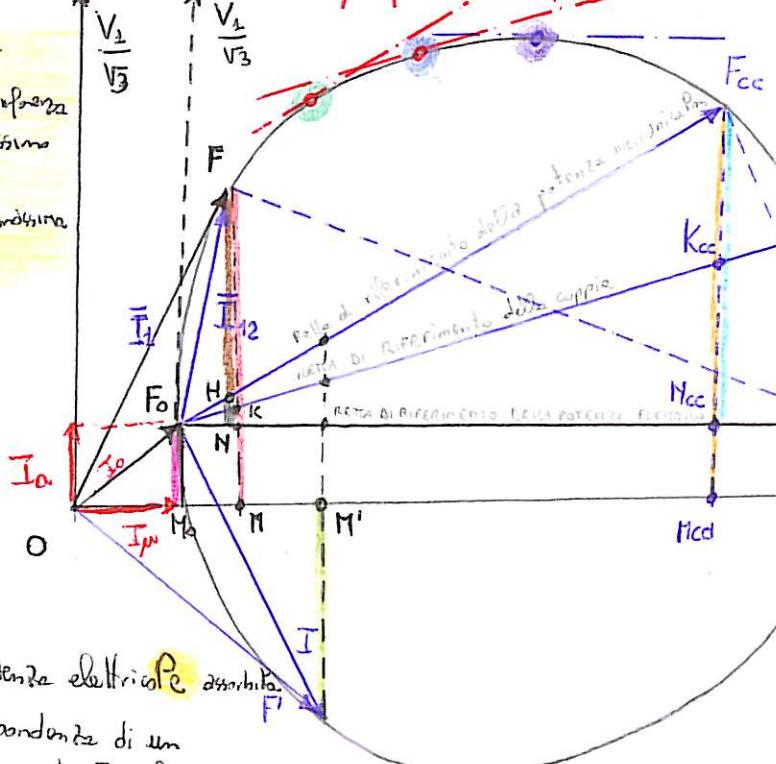


- █ Area di funzionamento da motore
- █ Area di funzionamento da generatore.
- █ generatore come freno
- █ motore come freno

Dividendo ogni vettore per  $JX$  si ottiene il diagramma delle correnti

Diagramma circolare semplificato

NOTA: i punti di tangenza della circonferenza sono quelli a massima coppia e quelli di massima potenza.



█  $F_{cc} M_o$  Potenza elettrica assorbita con scorrimento infinito

█ Punto di massima potenza meccanica  $P_m$

█ Punto di massima coppia

█ Punto di massima potenza elettrica  $P_e$

█ Potenza elettrica assorbita in corto circuito ( $F_{cc} M_{cc}$ )

█ Potenza elettrica erogata ( $P_e < 0$ ) in corrispondenza del punto  $F'$  ( $F'M'$ )

█  $F_o M_o$  Potenza assorbita a vuoto

█  $F_{cc} N_{cc}$  = Perdite per effetto Joule nel funzionamento in corto circuito con  $S=1$

█  $F_M$  potenza elettrica assorbita in corrispondenza di un generico punto  $F$  di funzionamento

█  $F_H$  potenza meccanica  $P_m$

█  $HN$  proporzionale alla potenza elettrica perduta  $P_{ep}$

$F_K = C \equiv P_t$  La coppia è proporzionale alla potenza trasmessa

## SCORRIMENTO E RENDIMENTO

Lo scorrimento  $s$  in un generico punto di funzionamento è ricavabile dalla relazione:

$$s = \frac{3 R_{12} I_{12}^2}{3 \frac{R_{12}}{s} I_{12}^2}$$

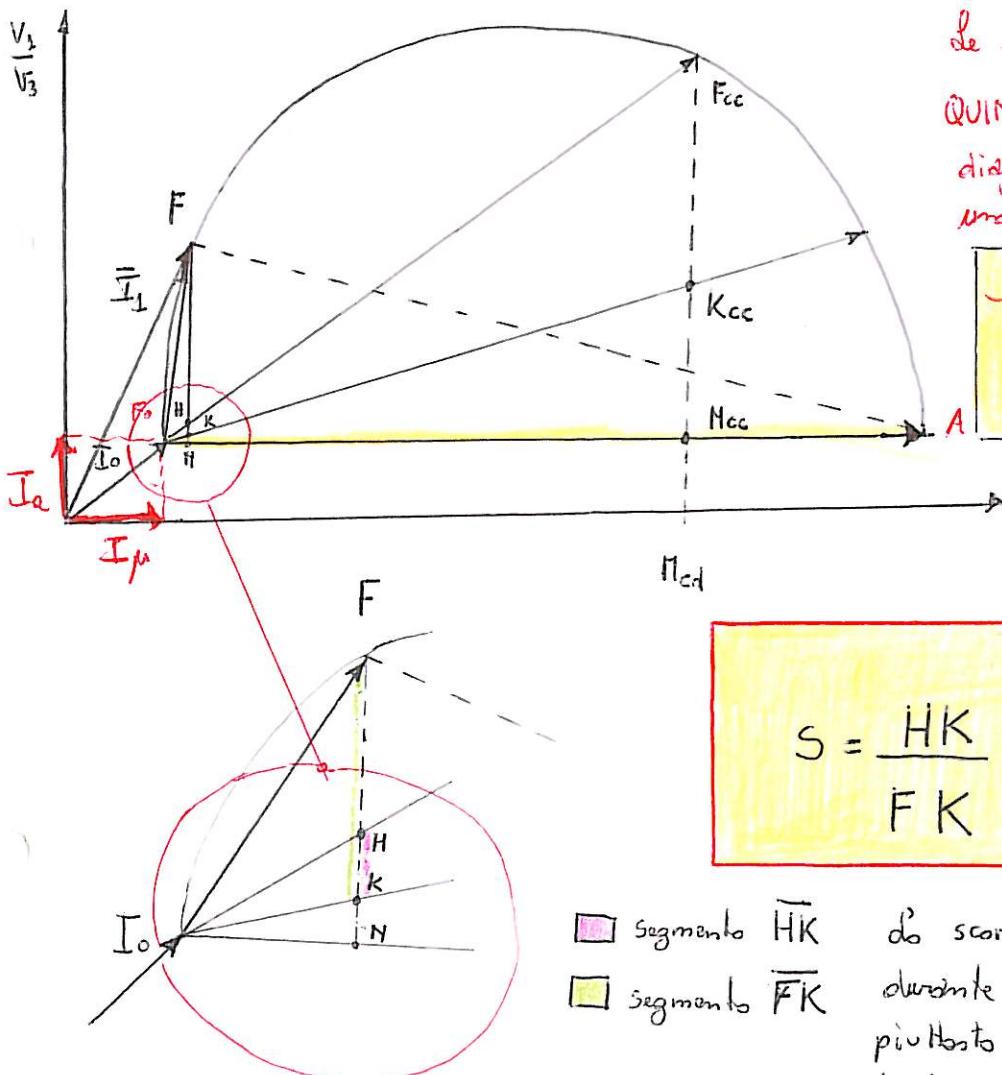
N.B. Anche se le ordinate sono una scala per la tensione di fase  $\frac{V_1}{\sqrt{3}}$  in realtà esse danno origine alla componente  $I_a$  della corrente di periferia.

Le ascisse sono le componenti  $I_p$ .

QUINDI: Il diametro  $F_o A$  del diagramma circolare è dimensionalmente una corrente.

DIAMETRO

$$F_o A = \frac{V_1}{\sqrt{3}} \times \begin{matrix} \text{dimensionalmente} \\ \text{è una corrente} \end{matrix}$$



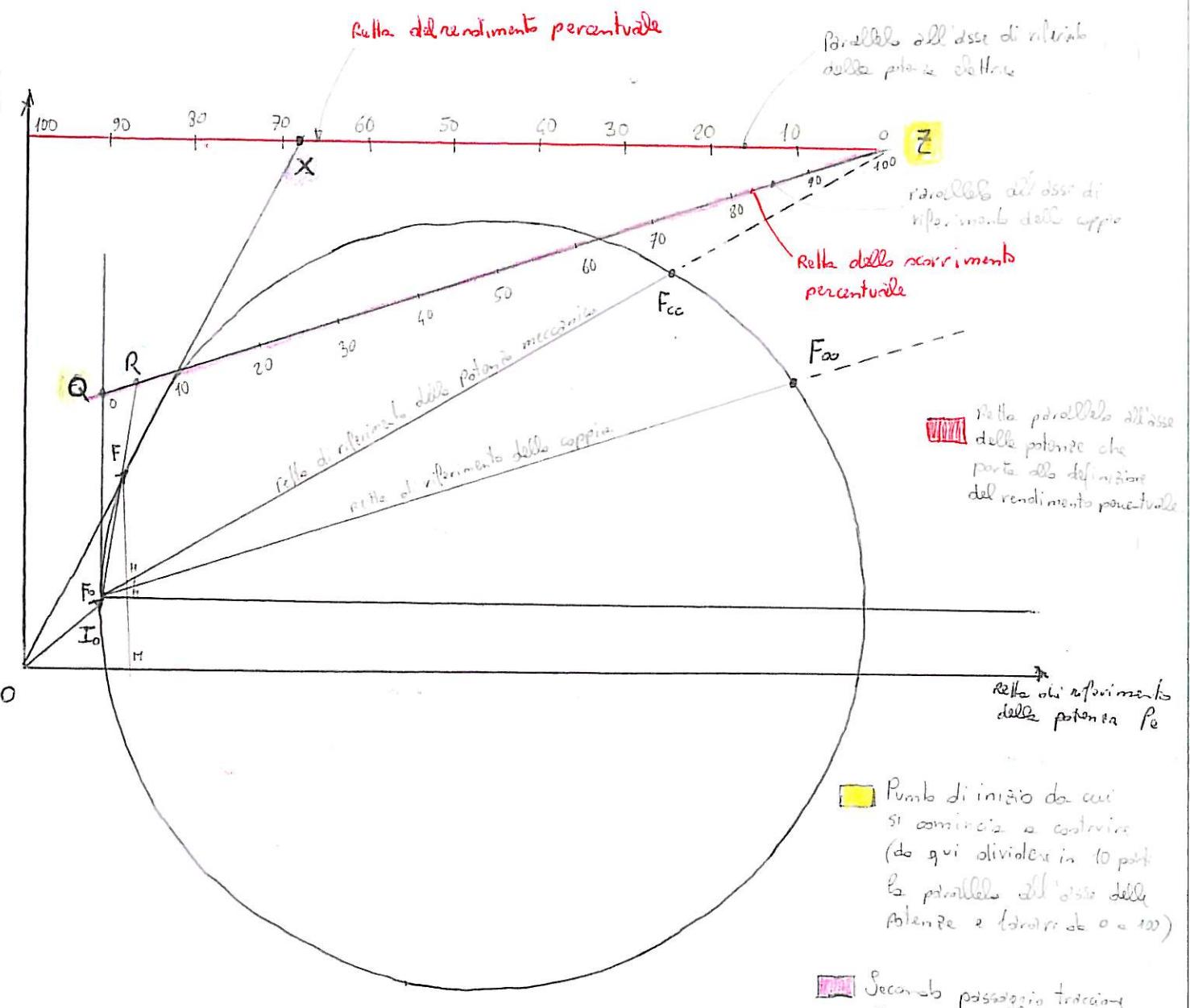
Lo scorrimento è il rapporto tra i segmenti  $\overline{HK}$  e  $\overline{FK}$  del diagramma circolare.

$$s = \frac{\overline{HK}}{\overline{FK}}$$

- Segmento  $\overline{HK}$
- Segmento  $\overline{FK}$

Esiste una tecnica grafica meno grossolana che mette meglio in evidenza lo scorrimento (vedi pag 202)

Lo scorrimento è in linea generale durante il normale funzionamento piuttosto piccolo quindi la sua deviazione con questo riguardo e per via grafica risulta troppo grossolano.



Se punto  $X$  = rendimento percentuale si ottiene prolungando  $\overline{OF}$

Secondo passaggio tracciare la retta parallela all'asse dell'appia e farla.

Se punto  $R$  = scorrimento percentuale si ottiene prolungando  $\overline{F_0F}$

Tredicesimo: trovare il punto  $Q$  tramite la parallela all'asse delle tensioni di base  $\overline{V_1/V_3}$

$$\eta = \frac{P_m}{P_e} = \frac{P_m}{P_m + P_{ept} + P_o}$$

$$QR = \frac{HK}{FK} 100 = \text{scorrimento percentuale.}$$

Quarto: trovare il punto  $X$  prolungando  $\overline{OF}$  che da il rendimento percentuale (considerazioni sui triangoli simili).

$$\eta = \frac{\overline{FH}}{\overline{FM}}$$

Cinquantesimo: trovare il punto  $R$  prolungando  $\overline{F_0F}$  e considerazioni sui triangoli simili.

## TRACCIAMENTO DEL DIAGRAMMA CIRCOLARE

Per costruire il diagramma circolare e le relative rette di funzionamento è sufficiente conoscere i punti  $F_0$  ( $m = m_0$ ),  $F_{cc}$  ( $m = 0$ ), e  $F_{oo}$  ( $m = \infty$ ). Si può tracciare in sede di PROGETTO o in sede di COLLAUDO.

In sede di Progetto il diagramma circolare si costruisce partendo dalla tensione di alimentazione e dai parametri del circuito equivalente ricavati in base ad un dimensionamento di massima della macchina. In particolare, dal calcolo delle perdite nel ferro di statora e di quelle meccaniche per  $m = m_0$  si ricava la componente  $I_A$  della corrente  $I_0$  mentre dal calcolo delle ampiezze / spire assorbite dal circuito magnetico della macchina si ricava la componente  $I_{pu}$ .

Fissati un sistema di assi cartesiani ed una scala per le correnti, si riportano la corrente  $I_{pu}$  lungo l'asse delle ascisse e la corrente  $I_A$  lungo le ordinate. Resta pertanto determinata in ampiezza e fase la corrente  $I_0$  o quindi il punto  $F_0$ .

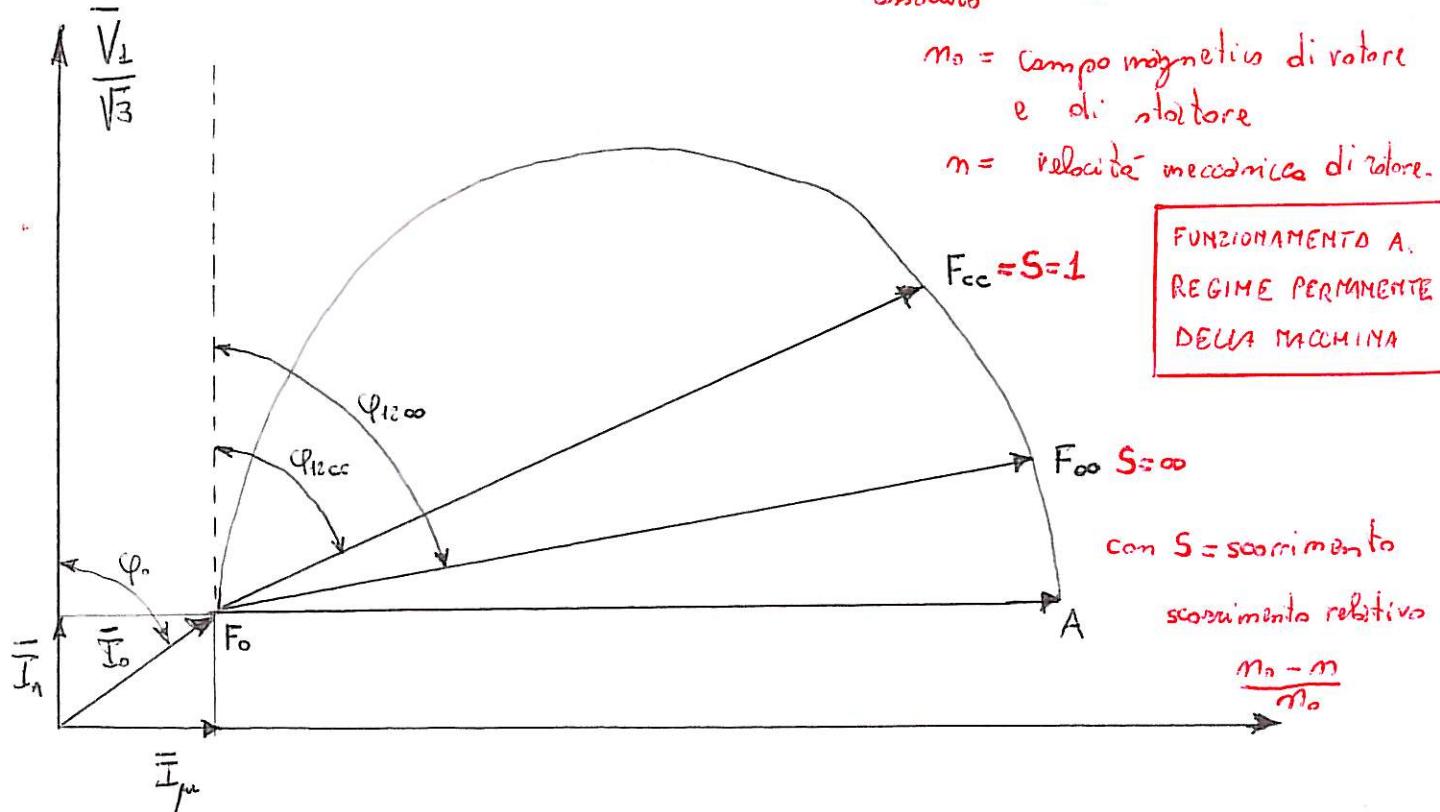
Si tenga presente che l'asse delle ordinate rappresenta la direzione di riferimento della tensione applicata  $\frac{V_1}{\sqrt{3}}$  sia le ascisse che le ordinate alla fine sono corretti.

$$S = \text{scorrimento} = \text{differenza } m_0 - m \text{ assoluto}$$

$m_0$  = campo magnetico di rotore  
e di statora

$m$  = velocità meccanica di rotore.

**FUNZIONAMENTO A,  
REGIME PERMANENTE  
DELLA MACCHINA**



con  $S = \text{scorrimento}$   
 $\frac{m_0 - m}{m_0}$

$$\frac{m_0 - m}{m_0}$$

## TRACCIAMENTO DEL DIAGRAMMA CIRCOLARE IN SEDE DI COLLA UNO

Se il diagramma circolare può essere tracciato eseguendo sulla macchina funzionante da motore come motore le seguenti prove:

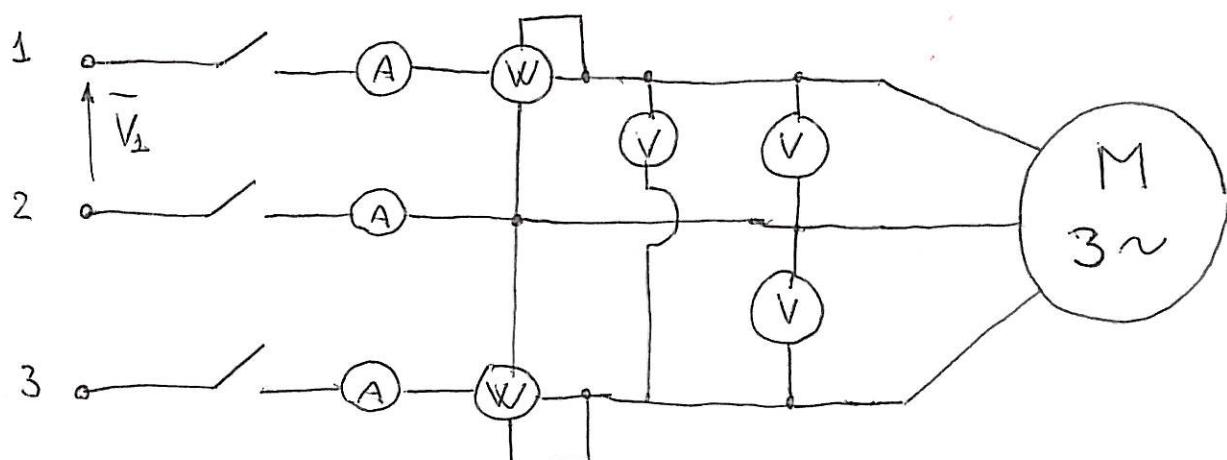
- 1) Prova a Vuoto
- 2) Prova in corto circuito
- 3) Misura Volt-Ampereometrica delle resistenze  $R_1$  di una fase dell'avvolgimento di statorre.

### Prova a Vuoto e prova in corto circuito

Si alimenta il motore con un sistema simmetrico di tensioni concorrente.

La prova a vuoto si effettua senza applicare alcun carico all'albero e alimentando il motore alla frequenza e tensioni nominali. In tali condizioni risulta  $m \approx m_0$ .  
Se si misurano:

- 1) Il valore efficace della tensione applicata concorrente  $V_1$
- 2) La media  $I_0$  dei valori efficaci delle correnti assorbite dalle 3 fasi di statorre
- 3) La potenza assorbita  $P_0 = P_{120} + P_{320}$  (somma albolica)



Da tali misure si calcola il fattore di potenza a vuoto  $\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} V_2 I_0}$  e quindi l'angolo di fase  $\varphi_0$ .

PROVA DI CORTO CIRCUITO con ROTORE BRACCATO ( $m=0, S=1$ ) si misurano:

- 1) Il valore effettivo della tensione applicata  $V_2$
- 2) La media  $I_{1cc}$  dei valori effettivi delle correnti assorbite dalle tre fasi di statora
- 3) La potenza elettrica assorbita  $P_{cc} = P_{12cc} + P_{32cc}$   
momento algebrico

Con queste misure si determina il fattore di potenza in corto circuito

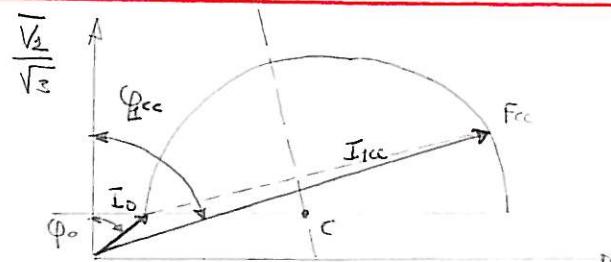
$$\cos \varphi_{12} = \frac{P_{cc}}{\sqrt{3} V_2 I_{1cc}}$$

e quindi l'angolo di fase  $\varphi_{1cc}$

NOTA BENE Nelle prove di cortocircuito la corrente di cortocircuito è generalmente  $4/3$  (o 4 a 8 volte) la corrente nominale e quasi sempre opportuno ridurre la tensione applicata ad una frazione  $\frac{1}{K}$  della tensione nominale, riportando poi le misure effettuate alle effettive moltiplicando per  $K$  le correnti e le potenze per  $K^2$

Faccendo queste misure è possibile tracciare le correnti  $I_0$  e  $I_{cc}$  in ampiezza e fase

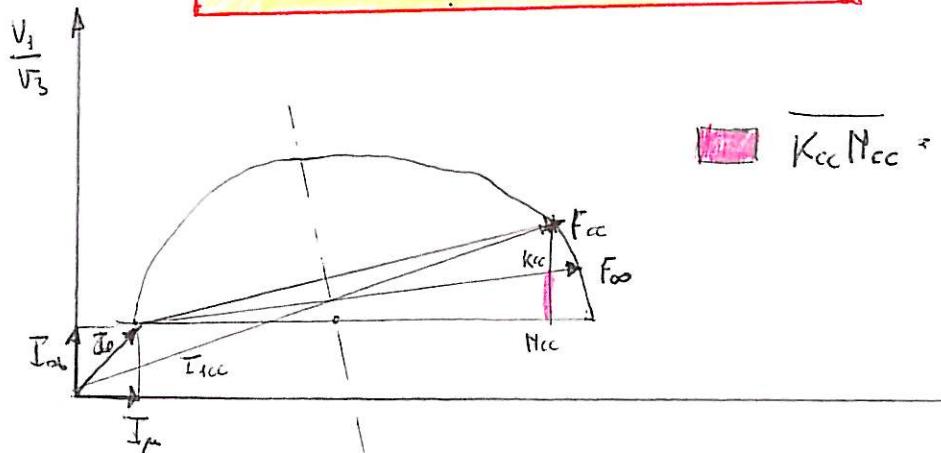
Per trovare il centro del diagramma circolare bisogna sapere che esso si trova sull'asse del segmento  $F_0 F_{cc}$ , e sulle parallele alle orcite, quindi bisogna trarre  $I_0$  (prima a vuoto) e  $I_{cc}$  (prima in corto circuito)



## Potenza dissipata per effetto Joule

La misura della resistenza  $R_1$  permette nella pratica in circuito di misurare la potenza dissipata per effetto Joule.

$$P_{diss} = 3 R_1 I_{12cc}^2 \text{ in circuito}$$



$K_{cc} N_{cc}$  = Potenza dissipata nello stator per effetto joule

Tracciamento del diagramma circolare in base di collaudato.