

Indice

1 Misurazione: concetti generali	7
1.1 Introduzione	7
1.2 Misurazione nell'ambito industriale	10
1.3 Unità di misura, campioni, incertezza	11
1.4 Catena di riferimenti e taratura	14
1.5 Impiego di modelli	16
2 Oscilloscopio	21
2.1 Premessa	21
2.2 Schema funzionale	22
2.3 Evoluzione tecnologica	24
2.4 Visualizzazione di un segnale: sincronizzazione	25
2.5 Canale di ingresso	28
2.5.1 Impedenza di ingresso	30
2.5.2 Modalità di accoppiamento	31
2.5.3 Risposta in frequenza e risposta al gradino	32
2.6 Base dei tempi	35
2.7 Estrazione del segnale di sincronismo: il circuito di <i>trigger</i>	36
2.8 Sincronismo e hold-off	37
2.9 Sonde passive	42
2.10 Misura di fronti di salita	45
2.11 Misura di tensioni differenziali	47
3 Oscilloscopio digitale	49
3.1 Introduzione	49
3.2 Oscilloscopio digitale: schema funzionale	50
3.3 Acquisizione	54
3.4 Memorizzazione e visualizzazione	60
3.5 Analisi statistica	65
4 Connessioni	69
4.1 Criteri di sicurezza	69
4.2 Configurazione di ingresso	71
4.3 Strumenti con riferimento a terra	72
4.4 Strumenti con riferimento fluttuante	75

5	Analisi spettrale	83
5.1	Analisi spettrale: principi ed applicazioni	83
5.2	Richiami sull'analisi di Fourier	86
5.3	Analisi spettrale per segnali campionati	89
5.4	Specifiche di un analizzatore di spettro	90
5.5	Schema funzionale	94
5.6	DFT e dispersione spettrale	96
5.7	Misure su segnali a spettro discreto	101
5.8	Algoritmo di analisi spettrale	103
5.9	Presentazione in scala logaritmica	106
6	Multimetri digitali	109
6.1	Generalità	109
6.2	Specifiche di risoluzione	110
6.3	ADC a doppia rampa	112
6.3.1	Schema funzionale	112
6.3.2	Risoluzione e tempo di conversione	115
6.3.3	ADC a doppia rampa con run-up ridotto	117
6.3.4	Comportamento degli ADC ad integrazione nei confronti del rumore sovrapposto al segnale utile	118
6.4	Struttura e funzioni di un multimetro digitale	121
6.4.1	Misura di tensione continua	121
6.4.2	Effective Common-Mode Rejection (ECMR)	122
6.4.3	Misura di corrente continua	124
6.4.4	Misura di resistenza	125
6.4.5	Misura di grandezze alternate - Generalità	127
6.4.6	Convertitori RMS-DC	128
6.4.7	Misura di correnti alternate	131
6.5	Valutazione dell'incertezza di misura in un multimetro	132
7	Analisi dell'incertezza	135
7.1	Premessa	135
7.2	Cenni di teoria della misurazione	135
7.3	Metodi di misurazione	137
7.4	Analisi dell'incertezza	138
7.4.1	Modello probabilistico dell'incertezza	139
7.5	Elaborazione statistica dei dati sperimentali	141
7.6	Incetezza in misure indirette	143
8	Quantizzazione	145
8.1	Introduzione	145
8.2	Operazione di quantizzazione	147
8.3	Operazione di codifica	149
8.4	Quantizzazione uniforme	152
8.4.1	Quantizzazione con arrotondamento	152
8.4.2	Quantizzazione con troncamento	153

9	Amplificatori <i>Sample-And-Hold</i>	157
9.1	Considerazioni introduttive	157
9.2	Principi operativi di un SHA ideale	158
9.3	Schema di principio	163
9.3.1	Configurazione in cascata	163
9.3.2	Configurazione in retroazione	164
9.4	Schema reale semplificato	165
9.5	Prestazioni di un <i>sample-and-hold amplifier</i> reale	165
9.5.1	Transizione <i>Hold</i> \rightarrow <i>Sample</i> (H \rightarrow S)	165
9.5.2	Modo <i>sample</i>	169
9.5.3	Modo <i>hold</i>	170
9.5.4	Transazione <i>Sample</i> \rightarrow <i>Hold</i> (S \rightarrow H)	172
10	Convertitori digitali-analogici	175
10.1	Introduzione	175
10.2	L'operazione di decodifica	175
10.3	Interpolazione temporale a tenuta	177
10.4	Principali strutture circuitali	178
10.4.1	DAC a Resistenze Pesate (<i>weighted resistors</i>)	178
10.4.2	DAC con rete di resistenze a scala (<i>ladder network</i>)	180
10.4.3	DAC a partitore di tensione	182
11	Convertitori analogico-digitali	185
11.1	Generalità	185
11.2	Campi di impiego di diversi tipi di ADC	186
11.3	ADC parallelo	186
11.3.1	ADC flash (<i>Flash Converters</i>)	187
11.3.2	ADC Flash Multiplexati	189
11.3.3	ADC <i>flash</i> in <i>pipeline</i> (<i>modified parallel converter</i>)	190
11.4	ADC ad approssimazioni successive	191
11.5	ADC a Conversione Tensione-Frequenza (ad integrazione)	194

Capitolo 1

Misurazione: concetti generali

1.1 Introduzione

Il termine **misurazione** indica l'insieme delle operazioni che portano a valutare quantitativamente una grandezza associandovi un valore, in genere numerico.

L'idea di misurazione è strettamente legata, da un lato, alle attività di osservazione e sperimentazione che costituiscono una parte fondamentale della scienza moderna, dall'altro alle attività economiche, come il commercio e l'industria, basate sulla produzione e lo scambio di beni e servizi. Le esigenze connesse a queste ultime hanno spesso costituito una importante motivazione ed uno stimolo per la realizzazione di metodi e strumenti di misura che, nei più svariati campi, consentissero di quantificare le caratteristiche o le prestazioni di un determinato prodotto e quindi di attribuire ad esso un preciso valore economico. Lo stesso sviluppo della tecnologia è strettamente legato a quello della scienza della misurazione e talvolta può essere condizionato dalla capacità di misurare accuratamente determinate grandezze.

I dispositivi utilizzati nella misurazione prendono il nome di **strumenti di misura** o, più in generale, **sistemi di misura**. La caratteristica più importante di uno strumento di misura è quella di realizzare, nel modo più accurato possibile, una prestabilita *relazione funzionale* tra l'ingresso, costituito dalla grandezza che si vuole misurare, o **misurando**, e l'uscita, rappresentata dall'**informazione di misura**. Una parte importante dello studio dei metodi e degli strumenti di misura è dedicata a valutare le caratteristiche di questa relazione, il modo in cui uno strumento la realizza in pratica, le eventuali cause di scostamenti dal comportamento previsto.

Esempio

In un voltmetro il misurando è la tensione, ossia la differenza di potenziale elettrico presente ai due terminali di ingresso dello strumento; l'informazione di misura è il valore numerico della tensione, espresso in una opportuna unità di misura (Volt, milliVolt, ecc.). La relazione funzionale realizzata dallo strumento è diversa a seconda che si consideri la misura di una tensione continua o di una tensione alternata:

- nel primo caso il misurando è una grandezza costante nel tempo. Il valore che le viene attribuito è ottenibile direttamente dal confronto con un riferimento (campione) di tensione continua;
- nell'altro caso, invece, si considera una grandezza periodica con valore medio nullo, di cui lo strumento deve indicare il valore efficace. Questa grandezza può essere definita in base ad una relazione matematica, oppure ad una equivalenza tra effetti fisici. La sua determinazione avviene quindi in base ad una relazione più complessa.

Analizzando una qualsiasi attività di misurazione si possono porre in evidenza alcuni concetti, la cui validità è del tutto generale. Si supponga, come semplice esempio, di voler rilevare sperimentalmente il legame di proporzionalità tra la tensione e la corrente in una resistenza, come enunciato dalla legge di Ohm. La relazione $v = Ri$ suggerisce un possibile metodo di misurazione, consistente nel determinare diverse coppie di valori di tensione e corrente per ricavare da queste un comune fattore di proporzionalità R , detto *resistenza*. In pratica si dovrà fare in modo che l'elemento elettrico di interesse, detto *resistore*, sia percorso da corrente i , servendosi di dispositivi opportuni, tale corrente andrà misurata assieme alla corrispondente caduta di tensione ai capi del resistore.

L'organizzazione di questo esperimento consente di proporre varie considerazioni. Innanzi tutto va evidenziata la distinzione tra la *resistenza*, cioè la grandezza che figura come parametro nella relazione che esprime la legge di Ohm, ed il *resistore*, ossia l'oggetto fisico su cui si effettua la misura. Quest'ultimo infatti è soltanto un generico elemento, fisicamente realizzabile, al quale si può attribuire, tra innumerevoli caratteristiche, anche una resistenza.

La relazione $v = Ri$ risulta quindi un'approssimazione, più o meno accentuata, della realtà sperimentale; da un altro punto di vista, si può dire che ne costituisce una idealizzazione, o **modello**. La misura di resistenza che si vuole ottenere è il valore del parametro R più adatto a rappresentare, tramite il modello considerato, il comportamento del resistore.

Il sistema di misura, cioè l'insieme dei dispositivi utilizzati per la misurazione, può *interagire* in diversi modi con la grandezza misurata. Nel procedimento considerato il resistore deve essere percorso da corrente elettrica; il sistema utilizzato comprenderà perciò sia opportuni strumenti per la misurazione di corrente e tensione, sia un generatore. Quest'ultimo trasferisce potenza elettrica al resistore, che modifica di conseguenza il suo stato; la misura di resistenza ottenuta potrebbe quindi differire da quella attribuibile al resistore in assenza di interazioni con il sistema di misura.

Inoltre, la misura ottenuta e lo stesso procedimento impiegato possono es-

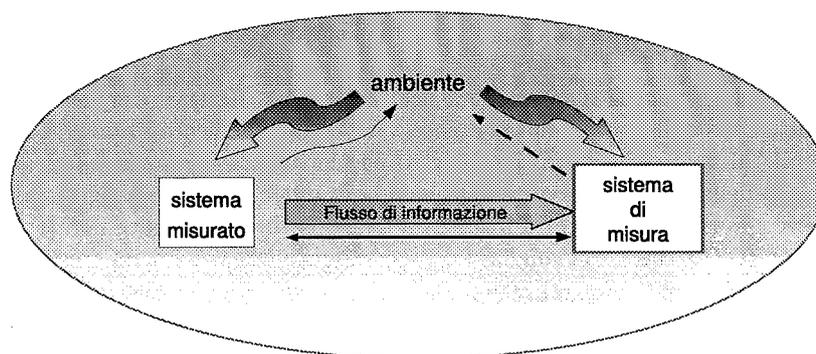


Figura 1.1: gli elementi che costituiscono il contesto della misurazione.

sere influenzati dall'*ambiente* in cui la misurazione ha luogo. L'*ambiente* è rappresentabile come un sistema distinto, il cui stato è definito da un insieme di **grandezze ambientali** che consentono di individuare le possibili modalità di interazione, sia con il sistema entro cui si trova la grandezza da misurare, sia con il sistema di misura.

In tutta generalità lo stato del sistema ambiente dovrebbe essere definito dai valori di un enorme numero di grandezze; ha interesse però considerare soltanto quelle grandezze attraverso le quali l'*ambiente* può influire sulla misurazione: nel caso di sistemi elettronici, ad esempio, è spesso sufficiente indicare soltanto la *temperatura* ambiente, poiché le sue variazioni hanno in genere gli effetti più significativi sulle prestazioni di tali dispositivi ¹.

L'insieme del sistema misurato, del sistema di misura, dell'*ambiente* e delle loro relazioni, come indicato in Fig. 1.1, si può considerare come il **contesto** della misurazione.

In genere è difficile poter esercitare sulle grandezze ambientali un controllo che dia la garanzia di mantenerle in una condizione predefinita all'atto della misurazione. E' necessario perciò valutarne i possibili effetti sulla misura ottenuta ed eventualmente riferirla allo specifico stato ambientale in cui si è operato.

Esempio

Nella misurazione di resistenze di valore elevato (dell'ordine delle centinaia di $M\Omega$) l'*umidità* ambiente è un fattore che può condizionare la misura. Con umidità relative superiori al 90%, infatti, sul resistore interessato può depositarsi del vapore acqueo. Questo crea, esternamente al resistore, un percorso la cui conducibilità, benché bassa, è simile a quella del materiale resistivo. In queste condizioni sono necessari particolari accorgimenti per evitare che la misura, anziché fornire il risultato voluto, determini il valore del parallelo tra due resistenze: quella desiderata e quella parassita.

In alcuni casi particolari (possibilità di esplosioni, radioattività, presenza di sostanze corrosive, ecc.) i condizionamenti dovuti all'*ambiente* possono essere

¹Si noti che il semplice fatto di aver scelto un certo numero di grandezze per descrivere l'*ambiente* ne costituisce un modello, sia pure molto rozzo.

molto più evidenti, ponendo anche limitazioni nella scelta del metodo o degli strumenti.

Infine si deve ricordare che una misura non si può ritenere completa senza una valutazione della sua qualità; è necessario cioè specificare l'**accuratezza** attribuibile al valore ottenuto. Si è detto che la misura è sempre riferita ad un modello della realtà osservata, nel quale la grandezza misurata figura come parametro. Idealmente, la misurazione ha lo scopo di determinare il valore di questo parametro che dà la migliore corrispondenza tra il modello stesso e le osservazioni sperimentali. In pratica, sia per i fattori appena discussi, sia per le caratteristiche non ideali del sistema di misura, sia ancora per il fatto stesso che il modello è approssimato, vi è **incertezza** sul fatto che la misura ottenuta corrisponda univocamente alla condizione ottimale. L'entità di questa incertezza si può valutare quantitativamente ed indica perciò il grado di accuratezza della misura.

1.2 Misurazione nell'ambito industriale

I concetti finora introdotti si possono applicare alle molteplici attività di misura svolte nell'ambito industriale. Queste, pur differenziandosi nelle finalità, sono sempre riferibili agli stessi principi generali.

Una fondamentale esigenza delle industrie è quella di garantire la rispondenza di un prodotto o servizio alle prestazioni dichiarate (o **specifiche di prodotto**), poiché queste costituiscono gli elementi su cui l'utente o il cliente basano le proprie scelte. A ciò si aggiunge la necessità di certificare la **conformità** di un prodotto o servizio a normative specifiche, passo spesso indispensabile per consentirne l'immissione sul mercato.

I servizi di misura e prove costituiscono dunque una funzione indispensabile a qualsiasi industria. È inoltre essenziale, in particolar modo per industrie quali quella elettronica, informatica e delle telecomunicazioni, che queste attività siano parte integrante dei processi di progettazione e produzione. Per misurare le caratteristiche e le prestazioni di sistemi complessi sono spesso necessarie conoscenze di cui solo i progettisti possono agevolmente disporre. È quindi conveniente che siano i progettisti stessi a partecipare al processo di definizione dei relativi metodi e procedimenti di misura. Ciò mette anche in evidenza l'importanza che ogni ingegnere disponga di un bagaglio di conoscenze sufficientemente approfondite su metodi e strumenti di misura.

Se si considera l'insieme delle attività necessarie per la realizzazione di un prodotto industriale, come ad esempio un circuito elettronico, un sistema di controllo od un apparato di telecomunicazione, ci si può rendere conto che nelle varie fasi vengono messi a punto diversi modelli descrittivi, che possono fare da riferimento per altrettante misurazioni.

Il punto di partenza è una descrizione delle funzioni, delle caratteristiche e delle prestazioni richieste al sistema che si vuole realizzare, progressivamente affinata e formalizzata fino a tradursi in precise indicazioni quantitative. Queste costituiscono le **specifiche preliminari**, cioè gli obiettivi posti ai progettisti, il cui raggiungimento può essere verificato tramite opportune misurazioni effettuate sui prototipi.

Il **progetto** può essere visto a sua volta come una forma di modello del sistema, di cui descrive la configurazione attraverso le connessioni e l'indicazione

delle interazioni tra diversi componenti (ad esempio, dispositivi elettronici). Su questa base un progettista è in grado di stimare le caratteristiche del sistema determinandone il comportamento *nominale*, cioè quello di un ipotetico apparato i cui componenti siano perfettamente corrispondenti alla propria descrizione funzionale. Ovviamente, qualsiasi sistema reale si discosta in modo più o meno marcato dal comportamento nominale, ed è quindi necessario valutare tramite opportune misure il grado di scostamento ed il soddisfacimento delle specifiche. Misurazioni rivolte a tale scopo possono essere utili sia in fase di verifica dei prototipi, sia in fase di diagnosi di sistemi mal funzionanti, per analizzare il comportamento dei vari componenti.

Attualmente la fase di realizzazione e valutazione dei prototipi di moltissimi prodotti tende ad essere in gran parte sostituita dallo studio svolto tramite simulazioni all'elaboratore. Ciò è reso possibile sia dalla disponibilità di macchine di calcolo di grande potenzialità e costi limitati, sia dall'uso di adeguati modelli dei dispositivi considerati. Va ricordato, però, che i modelli utilizzati nelle simulazioni, spesso molto sofisticati e trattabili soltanto con un elaboratore, contengono parametri ai quali si devono attribuire valori significativi. La costruzione di un modello richiede un'approfondita conoscenza del dispositivo da simulare, ottenuta a partire da un complesso insieme di misure relative sia al dispositivo stesso, sia al suo processo di fabbricazione.

Se l'esteso ricorso alla simulazione consente di ridurre il costo di sviluppo di un prodotto riducendo di molto la fase sperimentale, va d'altra parte notato che in tal modo assume enorme importanza l'affidabilità delle misure svolte sui pochi prototipi disponibili (talvolta addirittura uno solo) per confermare le previsioni delle simulazioni. Diventa così essenziale saper verificare attentamente i presupposti teorici ed operativi dei sistemi di misura utilizzati.

Quando infine viene raggiunta la fase della **produzione**, le misurazioni sono necessarie per garantire l'omogeneità del prodotto ed hanno quindi lo scopo di verificare che ciascun esemplare abbia le caratteristiche e le prestazioni previste. Va notato a questo riguardo che la filosofia prevalente in ambito industriale considera la misurazione non solo un modo per rilevare occasionali imperfezioni e scartare gli esemplari carenti, ma anche un importante strumento di supervisione della qualità dei processi di produzione; infatti eventuali imperfezioni possono anche dipendere da regolazioni improprie o da variazioni nei parametri di tali processi. Ad esempio, nella produzione di circuiti integrati vengono misurati regolarmente alcuni parametri dei transistor realizzati e questo consente, oltre che di eliminare chip imperfetti prima ancora di completarli, di indicare come regolare in modo ottimale vari parametri del processo produttivo (temperature, concentrazioni di impurità nei semiconduttori, ecc.), con un notevole miglioramento della sua efficienza ed economicità.

Si può dunque intuire come la misurazione rivesta un ruolo molto importante nel consentire il raggiungimento ed mantenimento di adeguati livelli di qualità, efficienza e competitività in una qualsiasi attività del mondo produttivo.

1.3 Unità di misura, campioni, incertezza

L'operazione fondamentale per la misurazione è quella di riferire la grandezza che si vuole misurare ad un'opportuna e predefinita scala di valori; in questo

ambito si individua un elemento di valore unitario, che prende il nome di **unità di misura**.

La definizione dell'unità di misura consente di individuare univocamente sia la specie di grandezza considerata, sia il valore attribuito all'unità di misura stessa. Nel definire il metro, ad esempio, viene indicato che la grandezza considerata è la lunghezza e si stabilisce a quale valore di lunghezza corrisponde la misura di *un* metro.

L'unità di misura è un'entità puramente convenzionale; come tale, sarebbe definibile arbitrariamente. Tuttavia una totale arbitrarietà è possibile solamente in un contesto di impiego molto ristretto; poiché invece la misurazione è un supporto indispensabile a molte attività economiche, le unità di misura devono essere universalmente riconosciute ed accettate, in modo da agevolare lo scambio di beni, prodotti e servizi. La definizione convenzionale delle unità di misura è quindi demandata ad un organismo internazionale, la **Conferenza Generale dei Pesì e delle Misure**, il cui organo tecnico (*BIPM Bureau International de Poids et Mesures*) ha anche il compito di creare i presupposti necessari a garantire l'uniformità.

Inoltre si tende, per quanto possibile, a collegare tra loro in modo organico le unità di misura delle diverse grandezze in un **sistema di unità di misura** nel quale, a partire dalle definizioni di alcune unità di base, o *fondamentali*, opportunamente scelte, si possano ottenere tutte le altre unità di misura, dette *derivate*, combinando in rapporti e prodotti le unità di base.

Dati i rilevanti riflessi economici delle attività di misurazione, la materia è regolata anche in sede legislativa e da accordi tra governi. Attualmente le leggi nazionali ed internazionali fanno riferimento al **Sistema Internazionale** di unità di misura (SI), stabilito nel 1960, nel quale le **unità fondamentali** sono definite per:

- la **lunghezza** (metro, *m*);
- la **massa** (kilogrammo, *kg*);
- il **tempo** (secondo, *s*);
- la **corrente elettrica** (ampère, *A*);
- la **temperatura termodinamica** (Kelvin, *K*);
- l'**intensità luminosa** (candela, *cd*);
- la **quantità di materia** (mole, *mol*).

Lo strumento di misura, cioè il dispositivo che fornisce l'indicazione del valore attribuito alla grandezza misurata, deve necessariamente effettuare, in modo più o meno diretto, un **confronto** tra questa ed un'altra grandezza, ad essa omogenea, il cui valore sia noto. Deve quindi esistere un dispositivo in grado di riprodurre o fornire tale valore; esso prende il nome di **campione**, ed il suo valore è espresso con riferimento alla relativa unità di misura.

Una caratteristica fondamentale del campione è la *permanenza*, cioè la proprietà di rimanere immutato nell'intero corso della sua vita utile. Questa è infatti una premessa indispensabile per poter confrontare tra loro le indicazioni ottenute da strumenti diversi o in tempi diversi, fatte salve le avvertenze che saranno indicate in seguito. Molto spesso la realizzazione di un campione viene

anche curata in modo tale da potergli attribuire un ben definito valore, che può risultare più conveniente nell'uso pratico (esistono resistori campione da $10\ \Omega$ o da $100\ \Omega$, ma difficilmente si potrà trovare il valore $57.893\ \Omega$).

Esempio

Un esempio classico di misurazione per *confronto diretto* con un campione è la pesata con una bilancia a due piatti e bracci di uguale lunghezza, su uno dei quali viene posta la massa incognita, mentre sull'altro vengono poste opportune combinazioni di masse campione (i pesi); la condizione di equilibrio della bilancia indica l'uguaglianza tra le masse sui due piatti. In pratica non è possibile realizzare una combinazione di pesi la cui massa sia esattamente uguale a quella incognita, per cui l'equilibrio verrà raggiunto con una certa approssimazione; inoltre, la condizione di equilibrio stessa non è mai rilevabile con assoluta certezza. Questi due fattori rappresentano i limiti propri dell'operazione di confronto e contribuiscono a determinare la **soglia di risoluzione** del sistema di misura, cioè la minima variazione del misurando rilevabile attraverso la variazione della condizione di equilibrio della bilancia. Tale soglia dipende sia dalla **risoluzione**, cioè dall'attitudine dello strumento a distinguere valori diversi del misurando (per la bilancia considerata ciò è dato dalla minima variazione di massa valutabile variando la combinazione dei "pesi" campione), sia dalla **sensibilità** nell'intorno dell'equilibrio, cioè da quanto varia la risposta dello strumento in presenza di una variazione della grandezza misurata.

Spesso uno strumento non esegue soltanto il confronto con il campione, ma può operare altre trasformazioni. Nel caso della pesatura, un diverso metodo di procedere consiste nel determinare la massa, nota l'accelerazione di gravità, valutando la forza peso. A sua volta, la forza può essere convertita da un opportuno trasduttore in una tensione, la quale viene misurata da uno strumento. L'operazione di confronto interessa dunque un campione di tensione, ma per risalire al valore della massa è necessario tener conto delle trasformazioni del misurando eseguite dai vari dispositivi. Queste contribuiscono ad introdurre ulteriori elementi di approssimazione e di incertezza nel procedimento di misurazione, al di là del limite rappresentato dalla soglia di risoluzione del confronto con la tensione di riferimento.

Analoghe considerazioni si applicano a qualsiasi genere di misura. Si deve quindi accettare come regola del tutto generale il fatto che:

non è possibile determinare in modo inequivocabile il valore della grandezza incognita, in quanto ogni misurazione è in qualche grado affetta da incertezza;

da un punto di vista concettuale sarebbe più facile indicare una **fascia di valori**, cioè un insieme limitato di valori che risultano *indistinguibili* attraverso il procedimento di misurazione utilizzato, e quindi del tutto equivalenti ai fini di quantificare il parametro misurato.

Per rendere questa rappresentazione più agevole e trattabile in pratica, si

preferisce esprimere la misura come una *terna di elementi* costituita da:

- valore del misurando;
- unità di misura;
- incertezza.

In genere, il valore è l'elemento centrale della fascia ottenuta, mentre l'incertezza indica l'ampiezza dell'intorno simmetrico del valore. Così, piuttosto che esprimere la misura della tensione ai morsetti di una batteria dicendo che essa è compresa tra 11.4 V e 12.6 V, è più conveniente indicare il risultato come $12 \text{ V} \pm 0.6 \text{ V}$, oppure $12 \text{ V} \pm 5 \%$.

La nozione di **incertezza** è elemento indispensabile per esprimere compiutamente una misura e soprattutto per consentirne l'uso corretto. Si supponga infatti di ripetere la misurazione di un parametro che si ritiene immutato; ci si può aspettare, per motivi concettualmente analoghi a quelli dell'esempio della pesatura sopra esposto, di ottenere in genere valori diversi. Soltanto tenendo conto dell'incertezza delle misure si può stabilire se le misure ottenute risultano *compatibili*, cioè se le relative fasce di valori hanno almeno un elemento in comune; va comunque notato che all'interno della fascia non vi è modo di distinguere tra le variazioni del parametro considerato e quelle del suo valore misurato.

Un analogo concetto di incertezza si applica anche nell'attribuire un valore ai campioni. Come ogni realizzazione, infatti, un campione non è che una approssimazione di un modello ideale; il suo valore non può essere specificato in modo del tutto certo, perché deve essere riferito alla corrispondente unità di misura, e questo procedimento comporta dei margini di incertezza.

Poiché anche la permanenza non può in assoluto essere garantita, si attribuisce al campione un **valore nominale**, stabilito in una ben precisa situazione sperimentale. Nello specificare l'incertezza si includono in questo termine sia l'incertezza intrinseca nella determinazione del valore nominale, sia gli effetti di un eventuale scostamento da esso di cui non sia possibile tener conto con opportune correzioni.

Anche un campione dunque è individuato da una terna di elementi:

- il valore nominale;
- la relativa unità di misura;
- l'indicazione del grado di incertezza sul valore nominale.

A titolo di esempio, l'incertezza sul valore nominale dei migliori campioni di tensione esistenti è, in termini relativi, inferiore a $\pm 10^{-7}$ del valore nominale. I campioni di tempo e frequenza hanno incertezza ancora minore, allo stato attuale valutabile nell'ordine di $\pm 10^{-13}$ (alcune unità su diecimila miliardi).

1.4 Catena di riferimenti e taratura

I dispositivi campione più sofisticati, aventi cioè le caratteristiche migliori, sono detti *campioni primari* e rappresentano spesso il limite delle attuali capacità tecnologiche. La realizzazione di un campione primario può essere molto complessa e costosa; è logico quindi chiedersi quali siano le esigenze che spingono a

ricercare sempre nuove soluzioni per ottenere campioni migliori, sia per la più ridotta incertezza, sia per una maggiore permanenza e riproducibilità.

Le motivazioni sono date dal continuo sviluppo della tecnologia e quindi dalle esigenze di misura che sorgono in vari campi. Ad esempio, in alcuni tipi di lavorazioni meccaniche, quali la realizzazione di parti per motori d'auto, le *tolleranze di lavorazione* possono essere dell'ordine di $10\ \mu\text{m}$; uno strumento per il rilievo delle dimensioni dei pezzi deve quindi misurare con un'incertezza ben inferiore a questo limite. Per valutare le caratteristiche di tale strumento, è necessario poter fare riferimento ad un campione con caratteristiche ancora migliori.

Le misurazioni di tempo e frequenza offrono a questo proposito una significativa varietà di esempi. L'orologio da polso è probabilmente lo strumento di misura più diffuso nel mondo e viene usato sia per determinare un preciso istante nel tempo (ad es., l'orario di partenza di un treno), sia per misurare un intervallo (ad es., un tempo di cottura). Nell'uso quotidiano si potrebbe considerare accettabile un'incertezza di 1 minuto nell'arco di una giornata che corrisponde, in termini relativi, a 1 su $24 \times 60 = 1440$ minuti, cioè circa 10^{-3} . La verifica viene fatta confrontando le indicazioni dell'orologio con quelle di un campione, rappresentato ad esempio dal segnale orario fornito dalla radio o dalla televisione. Il modo in cui questo viene fornito permette di eseguire il confronto con una incertezza dell'ordine del secondo, ampiamente sufficiente allo scopo; se anche l'incertezza del campione di tempo impiegato è sufficientemente ridotta, eventuali scostamenti tra l'indicazione dell'orologio e quella del segnale orario si possono attribuire soltanto all'orologio.

A differenza del precedente esempio della bilancia a due piatti, l'orologio non opera un confronto diretto con il campione. Per gli orologi, come per molti altri strumenti di misura, questa operazione viene ripetuta periodicamente, a scopo di verifica e per effettuare eventuali regolazioni; queste prendono il nome di **taratura** e fanno sì che l'indicazione dello strumento corrisponda al valore nominale del campione. Dopo di ciò, si conta sulla **stabilità** delle caratteristiche dello strumento, ottenuta con adeguati accorgimenti costruttivi, per garantire nel tempo l'accuratezza delle sue indicazioni.

Un settore applicativo in cui si richiedono prestazioni molto migliori è quello della navigazione, sia marittima, sia in particolare aerea. Per determinare con accuratezza la posizione di un aeromobile si fa spesso ricorso all'analisi ed al confronto tra segnali emessi da diversi radiofari a terra o a bordo di satelliti. Tali confronti, che si risolvono essenzialmente nella misura di intervalli di tempo o di differenze di frequenza, possono fornire stime di posizione con incertezze dell'ordine dei metri per i sistemi più precisi. Per ottenere queste prestazioni è necessario che le caratteristiche dei segnali di radionavigazione siano note con incertezze e stabilità relative dell'ordine di $\pm 10^{-8}$, molto inferiori a quelle dell'esempio precedente.

Caratteristiche ancora migliori sono richieste, nel settore delle telecomunicazioni, per la trasmissione numerica ad alta velocità. Considerando velocità di trasmissione di qualche centinaio di Mbit/s ($1\ \text{Mbit/s} = 10^6\ \text{bit/s}$), è necessario che i riferimenti temporali del trasmettitore e del ricevitore coincidano entro un ristretto limite di tolleranza perché eventuali errori dovuti a perdita di sincronizzazione siano sufficientemente rari: ad esempio, entro $\pm 10^{-11}$ per avere un errore ogni 10 minuti. Uno strumento di misura in grado di verificare queste specifiche dovrà essere ancora più accurato, ed a sua volta andrà confrontato

con un campione di prestazioni migliori per almeno un ordine di grandezza. Si spiega così l'incertezza dell'ordine di $\pm 10^{-13}$ già citata, e propria dei campioni primari di tempo e frequenza.

Questi esempi mettono in evidenza la relazione tra il particolare problema considerato e l'incertezza ritenuta accettabile per le relative misure. Quest'ultima è spesso funzione delle prestazioni richieste, di tolleranze di fabbricazione, ecc., ma si può d'altra parte osservare che, in mancanza di metodi e strumenti di misura con un adeguato grado di accuratezza, non sarebbe possibile verificare che i dispositivi ed i sistemi considerati abbiano le caratteristiche previste.

Ciò giustifica l'esistenza di una grande varietà di strumenti che, anche se dedicati alla misura di una stessa grandezza, differiscono per vari aspetti; in particolare, per il campo di misura ammissibile, cioè per gli intervalli di valori del misurando che lo strumento può determinare, e per il grado di accuratezza, quindi per l'incertezza di misura ottenibile con un dato strumento. Quest'ultimo aspetto è motivato da considerazioni economiche: utilizzare un voltmetro con una accuratezza di $\pm 10^{-5}$ quando è richiesta un'incertezza di $\pm 1\%$ è certamente possibile, ma il costo di un tale strumento è senz'altro sproporzionato ai risultati richiesti.

In modo analogo si giustifica l'esistenza di diversi tipi di campioni: confrontare uno strumento accurato entro $\pm 10^{-3}$ con un campione avente incertezza di $\pm 10^{-8}$ è possibile in linea di principio, ma difficilmente giustificabile economicamente: è sicuramente meno costoso disporre di un campione con incertezza di $\pm 10^{-4}$ o $\pm 10^{-5}$, che è adeguato per l'impiego previsto.

È importante però mantenere sempre la **compatibilità** tra le misure di una data grandezza, comunque ottenute. Per questo motivo tutti i campioni sono riferiti, attraverso una catena più o meno lunga di confronti progressivamente più accurati, al campione primario della relativa grandezza. Questo modo di procedere garantisce la **riferibilità** (*traceability*) di una qualsiasi misura e quindi, in un certo senso, ne garantisce la qualità.

1.5 Osservazioni sull'impiego di modelli del misurando

Il concetto di **modello** è molto importante in tutte le attività ingegneristiche; l'uso di relazioni, in genere di tipo logico-matematico, per descrivere regole di progettazione e comportamenti di dispositivi e sistemi, sia pure in forma approssimata, ne è uno dei tratti distintivi.

Per sviluppare un metodo di misurazione è necessario disporre di un certo grado di conoscenza del fenomeno che si intende osservare. Un modello, espresso in forma più o meno esplicita, permette di organizzare in modo coerente tale conoscenza, ottenuta ad esempio tramite osservazioni preliminari o sulla base di leggi fisiche note o, ancora, da dati di progettazione.

Il punto di partenza è costituito dall'osservazione di una caratteristica o di una proprietà, come il colore, la lunghezza, la temperatura, la forma. Si osserva cioè un insieme di oggetti o di fenomeni ai quali è attribuibile la stessa caratteristica, che però può manifestarsi in modo diverso in ciascuno di essi: ad esempio, tutti gli oggetti hanno un colore ed una massa; tutti gli oggetti di forma sferica o cilindrica hanno un diametro.

Lo scopo della misurazione è quello di ricavare informazioni sulle relazioni esistenti tra le diverse osservazioni di una data caratteristica: si vuole cioè poter stabilire che un oggetto ha colore rosso ed un altro azzurro, oppure che il volume dell'uno è maggiore di quello dell'altro, e così via. L'attribuzione di una caratteristica ad un oggetto, o ad un fenomeno, non è sempre immediata. Ad esempio, la nozione di diametro ha senso soltanto quando un oggetto corrisponde ad un predefinito modello, in questo caso geometrico, come la sfera o il cilindro; analogamente, si può attribuire una resistenza ad un elemento soltanto dopo averne dato un modello elettrico. La grandezza che si vuole misurare, cioè, è individuabile a partire da un modello del misurando, ossia da un insieme di ipotesi sulla sua natura; dal modello considerato dipende anche la definizione del procedimento di misurazione e la scelta degli strumenti da impiegare.

Un modello introduce necessariamente alcune idealizzazioni, ovvero semplificazioni, nella descrizione dei fenomeni o degli oggetti osservati: scopo del modello è infatti quello di astrarre dai risultati delle osservazioni svolte elementi di conoscenza di validità più generale, oppure più facilmente utilizzabili. Ad esempio, da misure di tensione e corrente ai terminali di un certo numero di transistor diversi si può dedurre che in determinate condizioni di funzionamento il comportamento di qualsiasi transistor è descrivibile, con buona approssimazione, per mezzo di un dato insieme di equazioni, univocamente determinate da un ridotto numero di parametri (ad es., equazioni di Ebers-Moll). Risulta evidente il vantaggio di utilizzare tali equazioni come modello del transistor, sia per la loro generalità, sia per la relativa facilità con cui, determinati i valori dei relativi parametri, esse possono essere applicate ad uno specifico transistor.

A causa delle semplificazioni introdotte, la corrispondenza di un modello con l'oggetto od il fenomeno osservato sarà sempre, in grado maggiore o minore, approssimata. Tenendo presente ciò, lo scopo della misurazione si può definire come:

attribuire alla grandezza misurata il valore per cui il modello ipotizzato si adatta alle osservazioni nel miglior modo possibile.

Si può immaginare un processo di progressivo affinamento del modello del misurando sulla base dei risultati ottenuti; ciò consente di ridurre gli scostamenti dalla realtà, ma mai di eliminarli del tutto. La figura geometrica del cilindro, ad esempio, è adatta a descrivere una classe di oggetti aventi una certa forma, ma nessun procedimento di lavorazione può produrre dei cilindri perfetti. D'altra parte un modello più complesso, in grado di tener conto di tutte le particolarità di un determinato oggetto "quasi cilindrico", corre il rischio di essere applicabile soltanto all'oggetto stesso, perdendo qualsiasi utilità descrittiva.

Se si accetta il fatto che il processo conoscitivo basato sulla misurazione fa riferimento a modelli approssimati della realtà, se ne ricava come conseguenza che non è concettualmente possibile attribuire alla grandezza misurata un valore "esatto". Si deve al contrario ammettere che il misurando ha una propria incertezza intrinseca, che dipende dal modello adottato e non è in alcun modo eliminabile.

Questo punto di vista contrasta con l'approccio più tradizionale, spesso ancora adottato per valutare la qualità delle misurazioni: in esso si ipotizza l'esistenza di un valore "vero" della grandezza misurata, dal quale il valore della misura differisce per un termine di errore. Tale valore vero rimane però un'en-

tità astratta, determinabile soltanto avendo a disposizione un sistema di misura privo di "errori"; è facile tuttavia rendersi conto che, in realtà, eliminare l'incertezza attribuibile agli strumenti di misura non consentirebbe di eliminare anche quella intrinseca del misurando, ma anzi la porrebbe in maggiore evidenza.

Va comunque osservato che spesso, nel valutare le prestazioni di uno strumento, le misure ottenute sono confrontate con i valori forniti da un campione avente incertezza molto minore o addirittura trascurabile. Questo può in qualche modo motivare il concetto di valore vero, anche se in questo caso è più corretto parlare di valore di riferimento.

Nell'esempio introdotto nel paragrafo 1.1 si è utilizzata la relazione $v = Ri$ come *modello del resistore* e, sulla base di questo, è stato proposto un metodo per misurare la resistenza. Analizzando criticamente il modello ipotizzato, se ne possono però evidenziare alcune limitazioni. La sua stessa semplicità, cioè la scarsità di informazioni a priori che esso fornisce, ha come conseguenza la possibilità di formulare solo ipotesi molto generali. Ad esempio, non vengono specificate in alcun modo la natura della tensione v e della corrente i , poiché la legge di Ohm è valida in tutta generalità; inoltre, in assenza di indicazioni sull'influenza delle condizioni ambientali, la resistenza si deve supporre indipendente da qualsiasi altra grandezza, quindi invariante nel tempo e non affetta da eventuali variazioni della temperatura, dell'accelerazione di gravità, dell'umidità relativa, ecc.

In qualsiasi situazione sperimentale, tali ipotesi non sono universalmente soddisfatte. Si verifica facilmente che il comportamento di un resistore può dipendere sia dall'intensità della corrente che lo attraversa, sia da come tale intensità varia nel tempo (cioè dalle componenti in frequenza della corrente). Nel primo caso, infatti, a causa del riscaldamento per effetto Joule si possono rilevare valori diversi di R a differenti intensità di corrente; nel secondo caso può variare l'influenza di parametri elettrici, quali l'induttanza e la capacità, relativi al resistore stesso. Se questi effetti sono significativi, il modello considerato non è più in grado di rendere conto dei risultati sperimentali ed è necessaria una diversa descrizione del comportamento del resistore.

Si vede quindi che è necessario considerare da un lato l'**adeguatezza** del modello a rappresentare un dato fenomeno, dall'altra i **limiti di validità** del modello stesso. Ciò consente di stabilire con maggiore chiarezza le premesse di ciascun metodo di misura e di evidenziare quali accorgimenti sono richiesti perché la misurazione sia svolta in condizioni sperimentali alle quali sia applicabile il modello considerato.

Osservazione

L'esistenza di un modello non è sempre chiara ed esplicita. Nei casi più comuni, anzi, il procedimento di misura è talmente noto da potere, apparentemente, prescindere dal modello.

Si supponga di voler determinare le dimensioni del piano di un tavolo: per questo ci si può servire di un'asta graduata per misurare la distanza tra lati opposti, avendo cura di mantenere l'asta perpendicolare ai lati stessi. Questo metodo presuppone la corrispondenza dell'oggetto fisico con un modello geometrico, dato dal rettangolo; in realtà questa è una idealizzazione del piano del tavolo, i cui lati sono solo approssimativamente rettilinei ed a due a due paralleli, ed i cui angoli possono non essere esattamente retti. Ai fini pratici, tuttavia, il rettangolo costituisce un modello adeguato nella grande maggioranza dei casi e permette di valutare le caratteristiche del tavolo attraverso i due soli valori di lunghezza e larghezza.

In questo caso il modello è talmente ovvio da rimanere normalmente implicito.

In definitiva, considerato un fenomeno, un corpo, una sostanza o, più genericamente, un sistema *adeguatamente* descritto da un modello, attraverso la misurazione si è in grado di stabilire la corrispondenza tra i risultati sperimentali riferibili al sistema stesso ed il suo modello. Ciò si realizza attraverso un insieme di operazioni che portano ad attribuire un determinato valore ad una o più grandezze, che figurano come parametri del modello. A tal fine va però garantito che il campo di validità del modello stesso comprenda le condizioni sperimentali nelle quali si vuole ottenere la misura.

Nello studio di un sistema di misura è spesso utile descriverne le caratteristiche desiderabili facendo riferimento ad un ipotetico *strumento ideale*. In un primo momento questo termine potrebbe far pensare ad un dispositivo in grado di fornire una misura esatta; si è visto però che l'incertezza sul valore misurato fa parte della definizione stessa di misura, evidenziando che si tratta di un concetto intrinseco alla misurazione. È dunque più corretto affermare che la proprietà di uno strumento ideale è quella di fornire misure con il minimo grado di incertezza possibile; ciò si traduce nelle ipotesi di idealità delle trasformazioni operate dallo strumento sulla grandezza da misurare e di assenza di interazioni, sia con il misurando che con l'ambiente.

Uno strumento reale viene progettato e realizzato in modo tale da approssimare al meglio le condizioni di idealità; ovviamente questo non è possibile in assoluto, ma va riferito al campo di funzionamento ed alle condizioni di impiego previsti.

Capitolo 2

Oscilloscopio

2.1 Premessa

L'oscilloscopio è probabilmente lo strumento di misura di più comune impiego per tutte le attività connesse alla progettazione, verifica, qualificazione e manutenzione di apparati elettronici. La funzione principale di questo strumento è di visualizzare, su un piano dotato di un opportuno sistema di coordinate di riferimento, l'andamento congiunto di due (o più) grandezze. L'immagine ottenuta viene presentata su uno schermo sul quale sono solitamente riportati anche gli assi cartesiani; sono possibili, anche se di uso meno comune, sistemi di coordinate diversi (ad esempio, polari).

Le modalità di presentazione più comuni sono riportate in Fig. 2.1: la più frequente è la visualizzazione dell'ampiezza di un segnale in funzione del tempo. Lo strumento dispone per questo di un riferimento temporale interno (**base dei tempi - *timebase***), che permette di assegnare l'opportuna taratura all'asse orizzontale dello schermo. In genere un oscilloscopio è in grado di acquisire contemporaneamente almeno due segnali; è quindi possibile la visualizzazione contemporanea di più tracce, consentendo così il confronto tra segnali.

Un'altra possibilità è la presentazione in modalità XY: in questo caso lo strumento deve necessariamente acquisire due segnali distinti, di cui viene presentato l'andamento delle ampiezze, l'una in funzione dell'altra: ciascun punto

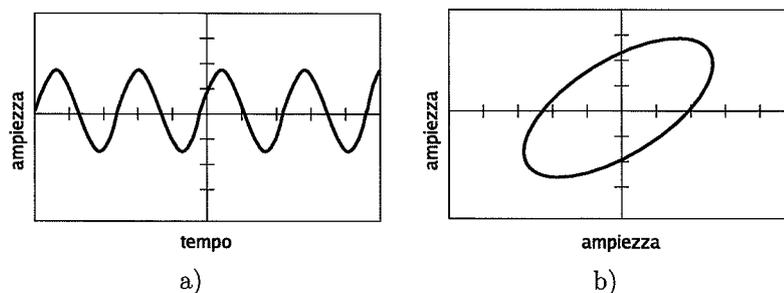


Figura 2.1: presentazione dei segnali in un oscilloscopio. a) ampiezza in funzione del tempo; b) modalità XY: vengono acquisiti due segnali e si riporta l'andamento dell'uno in funzione dell'altro.

sullo schermo è cioè associato ad una coppia di valori che devono essere riferiti allo stesso istante di tempo. La grandezza tempo non viene rappresentata sullo schermo e costituisce, in un certo senso, la “variabile implicita”.

L'oscilloscopio è uno strumento molto versatile, che si presta ad una grande varietà di impieghi. Le attività per cui più spesso viene utilizzato si possono raggruppare in due settori principali:

- la **diagnostica**, ossia la verifica del corretto funzionamento di un apparato ed il rilievo di eventuali situazioni anomale che possono richiedere una revisione del progetto, se si sta analizzando un prototipo, oppure la messa a punto di un circuito od un intervento di manutenzione;
- il **rilievo di forme d'onda**, inteso in questo caso come misura accurata dell'andamento di un segnale, ad esempio per verificare che questo rientri in limiti prestabiliti.

Analizzando queste attività è possibile capire quali siano e quale importanza abbiano le caratteristiche fondamentali di uno strumento di questo tipo.

In primo luogo, l'oscilloscopio deve essere in grado di individuare ed isolare gli eventi di interesse. Come per qualunque strumento, infatti, la misura viene eseguita in un tempo finito e limitato: per un oscilloscopio, ciò significa che si dispone di un **intervallo di osservazione finito**¹, all'interno del quale deve trovarsi la parte di segnale di interesse. Questo significa che lo strumento deve poter essere sincronizzato con l'evoluzione del segnale osservato.

Una riproduzione fedele dell'andamento del segnale richiede inoltre che i canali di acquisizione dispongano di un'adeguata **banda passante**, garantendo allo stesso tempo sufficiente accuratezza. Gli oscilloscopi si caratterizzano e si differenziano proprio per la loro larghezza di banda, che può raggiungere alcuni GHz per gli strumenti di maggiori prestazioni. Il valore di 100 MHz si può considerare tipico degli strumenti di impiego generale. Per quanto riguarda l'accuratezza si può ritenere, in generale, che l'incertezza nella determinazione dell'ampiezza sia dell'ordine di 10^{-2} .

La base dei tempi fornisce un riferimento temporale la cui incertezza è spesso notevolmente più bassa e può essere compresa tra 10^{-4} e 10^{-6} , a seconda del tipo di strumento. Un ulteriore aspetto da tenere in considerazione è la capacità di evidenziare rapide variazioni del segnale visualizzato, anche quando queste siano occasionali od intermittenti. Questa caratteristica è importante, ad esempio, nella ricerca di possibili anomalie di funzionamento in un circuito e richiede che la velocità di aggiornamento della traccia presentata sullo schermo sia sufficientemente alta.

2.2 Schema funzionale

Sulla base delle caratteristiche e delle funzioni finora individuate è già possibile tracciare uno schema a blocchi di principio, che è presentato in Fig. 2.2. La configurazione illustrata è quella più comune, nella quale lo strumento è dotato di due ingressi e permette così di visualizzare contemporaneamente due segnali

¹Con riferimento alla Fig. 2.1, si può ritenere che l'intervallo di osservazione corrisponda all'estensione temporale dell'asse orizzontale sullo schermo. Questo intervallo può essere variato entro limiti piuttosto ampi dall'operatore.

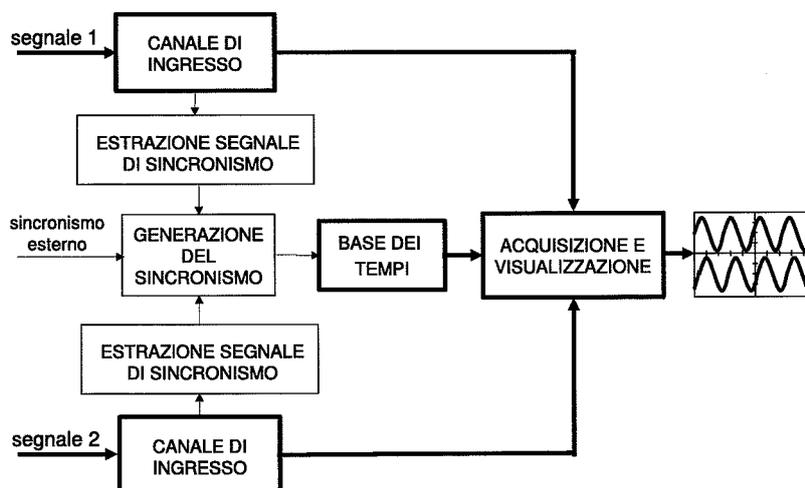


Figura 2.2: schema di principio che illustra le funzioni base di un oscilloscopio.

distinti. Gli elementi contenuti in questo schema rappresentano le funzionalità di base comuni a qualsiasi strumento di questa categoria, per cui nei prossimi paragrafi si potrà fare riferimento alla Fig. 2.2 nella discussione delle modalità di impiego più elementari.

Il **canale di ingresso** comprende l'insieme dei circuiti necessari per realizzare l'amplificazione o l'attenuazione del segnale considerato e per garantire che l'impedenza di ingresso dello strumento sia quella specificata.

A ciascun canale è associato un circuito di **estrazione del segnale di sincronismo**, che agisce anch'esso sul segnale di ingresso ed ha la funzione di individuare un punto di riferimento nella forma d'onda, utilizzabile per la sincronizzazione dello strumento. Come si vedrà più in dettaglio nel seguito, tale circuito rileva il verificarsi della condizione in cui il segnale attraversa un livello di riferimento prestabilito con una data pendenza, come illustrato nell'esempio di Fig. 2.3 nel quale si fa riferimento alla pendenza positiva².

Va osservato che, a seconda della complessità dell'andamento del segnale, il riferimento per l'effettiva sincronizzazione può essere costituito da un insieme di condizioni più articolate e complesse di quella evidenziata in Fig. 2.3. Per dare validità più generale allo schema di Fig. 2.2 è stato perciò posto in evidenza un blocco, indicato come **generazione del sincronismo**. Esso è composto di circuiti che elaborano i segnali di sincronismo ricevuti come ingressi, secondo varie modalità che verranno illustrate successivamente, per produrre l'effettivo **comando di sincronizzazione**. Va messo in evidenza il fatto che le informazioni di sincronismo possono provenire anche da un segnale esterno, sia in alternativa a quelli interni, sia, eventualmente, per introdurre ulteriori condizioni. Il blocco di **acquisizione e visualizzazione** riceve i segnali da visualizzare e l'eventuale riferimento temporale, generato dalla **base dei tempi** e sincro-

²Il segnale di sincronismo è stato rappresentato in Fig. 2.3 come un impulso di ampiezza negativa. In termini puramente funzionali, tale caratteristica non riflette necessariamente le caratteristiche fisiche del segnale reale. Nel seguito si manterrà comunque questa convenzione, spesso utilizzata e tradizionalmente legata al fatto che, per un oscilloscopio con struttura completamente analogica, la scelta può essere motivata dal punto di vista circuitale

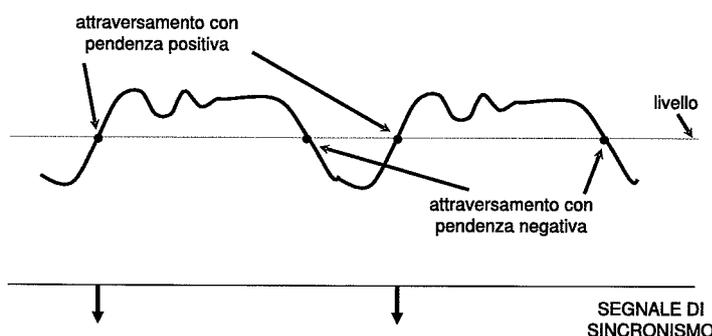


Figura 2.3: estrazione del segnale di sincronismo su condizione di livello e pendenza (positiva).

nizzato con i segnali stessi, provvedendo a trasformare queste grandezze nelle tracce visualizzate sullo schermo.

2.3 Evoluzione tecnologica

L'oscilloscopio è uno strumento in uso ormai da decenni. Se le funzioni di base fin qui descritte sono rimaste sostanzialmente inalterate, la tecnologia di realizzazione è rapidamente evoluta. Questo ha permesso sia un costante miglioramento delle prestazioni (in particolare, per quanto riguarda la banda passante), sia un notevole ampliamento delle capacità di analisi dei segnali visualizzati, che la macchina stessa mette a disposizione dell'operatore. L'aspetto più importante nell'evoluzione dell'oscilloscopio è il passaggio dalla struttura analogica a quella digitale: le principali caratteristiche dei due tipi di strumento si possono brevemente riassumere come segue:

- **oscilloscopio analogico:** dotato di struttura circuitale interamente analogica, realizza la visualizzazione tramite un tubo a raggi catodici con deflessione elettrostatica (cathod-ray tube, CRT). Le tracce luminose così ottenute hanno una persistenza limitata nel tempo: lo strumento è perciò adatto per l'analisi di segnali ripetitivi. Alcuni oscilloscopi analogici dispongono di una funzione aggiuntiva di memoria, anch'essa di tipo analogico, piuttosto costosa e delicata;
- **oscilloscopio digitale:** realizza in forma completamente digitale sia la funzione di acquisizione, tramite convertitori analogico-digitali, sia quella di visualizzazione, con l'impiego di un tubo a raggi catodici a deflessione elettromagnetica e scansione raster (analogica a quella di un monitor). In strumenti di questo tipo la memoria (digitale) è parte indispensabile ed integrante della struttura dello strumento, cosa che permette di ampliarne le capacità rispetto ad un oscilloscopio analogico. Ovviamente, anche negli oscilloscopi digitali i circuiti di ingresso sono di tipo analogico, ma gli eventuali parametri variabili (ad esempio, l'amplificazione) sono controllati da microprocessore.

L'evoluzione ha avuto luogo attraverso alcuni passi intermedi. Inizialmente l'oscilloscopio analogico è stato reso **programmabile**: impostazioni e funzioni di misura erano cioè controllabili tramite una interfaccia digitale, ma l'acquisizione e visualizzazione dei segnali rimanevano di tipo analogico. In una fase successiva alcuni costruttori hanno introdotto **oscilloscopi misti**, analogici e digitali: questi strumenti davano la possibilità di acquisizione sia analogica, sia digitale; la visualizzazione rimaneva però in forma analogica, su CRT. Questa scelta, apparentemente contraddittoria, era motivata dalla velocità di aggiornamento della traccia che, inizialmente, negli oscilloscopi digitali era molto inferiore a quella dei corrispondenti analogici. Veniva pertanto lasciata all'operatore la facoltà di scegliere il modo di funzionamento più adatto alle proprie esigenze.

Gli oscilloscopi di nuova realizzazione sono ormai tutti digitali. La loro struttura ha le caratteristiche di un sistema numerico per l'acquisizione di segnali ad alta velocità, gestito da un insieme di processori con elevate capacità di elaborazione. Questi processori sono in grado di implementare varie funzioni di elaborazione numerica dei segnali ed algoritmi di misura completi, dando agli strumenti capacità di visualizzazione ed analisi dei segnali sempre più sofisticate.

In seguito la struttura degli oscilloscopi digitali sarà analizzata in modo più approfondito; tuttavia, come si è detto, le funzioni di base di un oscilloscopio possono essere discusse facendo riferimento alla Fig. 2, che rimane valida indipendentemente dal tipo di strumento considerato.

2.4 Visualizzazione di un segnale: sincronizzazione

Per analizzare l'andamento di uno o più segnali in funzione del tempo è necessario:

- stabilire la durata dell'intervallo di osservazione, regolando opportunamente la base dei tempi che determina il fattore di scala orizzontale dell'immagine presentata sullo schermo;
- regolare la scala delle ampiezze sullo schermo dello strumento, operazione che corrisponde a stabilire il fattore di amplificazione o di attenuazione introdotto dal canale di ingresso;
- sincronizzare l'acquisizione del segnale analizzato, in modo che all'intervallo di osservazione corrisponda la parte di segnale di interesse.

Nella maggior parte dei casi la sincronizzazione è, in realtà, il passo preliminare ed indispensabile, poiché una regolazione corretta dello strumento richiede in primo luogo che l'operatore sia in grado di vedere sullo schermo il segnale di interesse. Per questa ragione si considererà ora in maggiore dettaglio il meccanismo di sincronizzazione, rinviando l'analisi degli altri aspetti ai paragrafi successivi.

Per comprendere la necessità di sincronizzare lo strumento con il segnale osservato, si deve tenere presente che lo strumento segue un proprio **ciclo di funzionamento**: alla fase di **acquisizione** del segnale fa sempre seguito una fase di **ripristino**, nella quale l'oscilloscopio si predispose per una nuova acquisizione. La durata della fase di acquisizione (indicata nel seguito con t_A) è

determinata dall'intervallo di osservazione scelto dall'utilizzatore e può quindi essere variata secondo le necessità. Le operazioni svolte nella fase di ripristino riguardano invece soltanto il funzionamento interno: la sua durata (t_B), anche se non necessariamente fissa, non è comunque controllabile dall'operatore. Evidentemente, la fase di acquisizione deve essere fatta coincidere con il tempo in cui è presente il segnale da analizzare, o la sua parte significativa. L'acquisizione è perciò controllata dal **comando di sincronizzazione**.

Se si vuole visualizzare un **evento singolo**, è evidente che il sincronismo ha la funzione di garantire che l'acquisizione del segnale da osservare avvenga nell'intervallo di tempo in cui l'evento si verifica. La situazione è illustrata in Fig. 2.4, dove si è assunto, per semplicità, che il comando di sincronizzazione determini l'inizio dell'acquisizione.

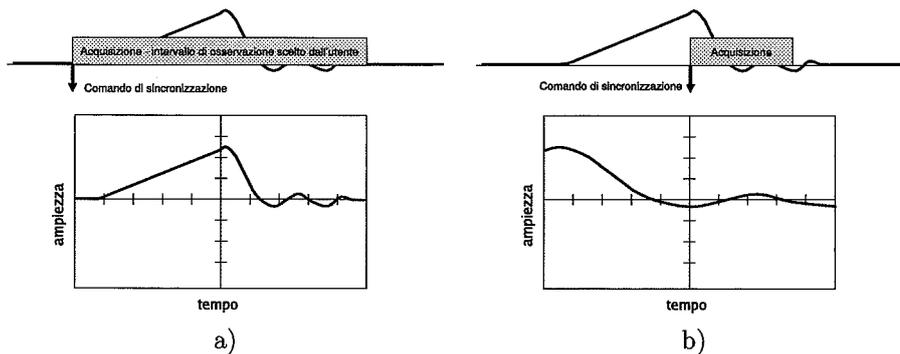


Figura 2.4: sincronizzazione per l'acquisizione di un evento singolo (transitorio). A seconda dell'istante di inizio e della durata dell'intervallo di osservazione il segnale può essere osservato con diverso grado di dettaglio.

Quando si analizza un **segnale ripetitivo** la funzione dell'oscilloscopio è anche quella di mantenere aggiornata la traccia visualizzata, in modo che siano evidenti eventuali variazioni delle caratteristiche del segnale. L'acquisizione deve quindi essere ripetuta continuamente, garantendo allo stesso tempo che la porzione di segnale visualizzata rimanga sempre la stessa.

Si supponga che il segnale considerato abbia durata T e se ne voglia analizzare una porzione di durata T_W . Nella maggior parte dei casi, la durata della fase di acquisizione si può ritenere pari all'intervallo di osservazione prescelto³ ossia, $t_A = T_W$. Nella successiva fase di ripristino, l'oscilloscopio non è in grado di iniziare una nuova acquisizione. Per ottenere un comportamento corretto è quindi necessario fare in modo che tra due comandi di sincronizzazione consecutivi intercorra un tempo minimo pari a $t_A + t_B$.

Nel caso generale, le ripetizioni del segnale possono essere separate da un intervallo la cui durata non è nota a priori e può variare. Di conseguenza, come si può osservare nell'esempio di Fig. 2.5, può accadere che non tutte le ripetizioni del segnale vengano acquisite e visualizzate. Tra la fine della fase di ripristino e l'inizio dell'acquisizione successiva interviene allora una fase di attesa del nuovo comando, la cui durata sarà indicata con t_C .

³In alcuni casi l'acquisizione ha luogo durante più ripetizioni del segnale, di modo che quanto viene visualizzato è una sorta di andamento medio. Ai fini di questa discussione questa eventualità si può per il momento tralasciare.

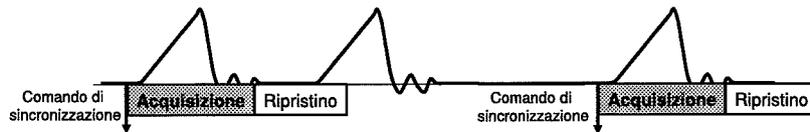


Figura 2.5: acquisizione di un segnale ripetitivo.

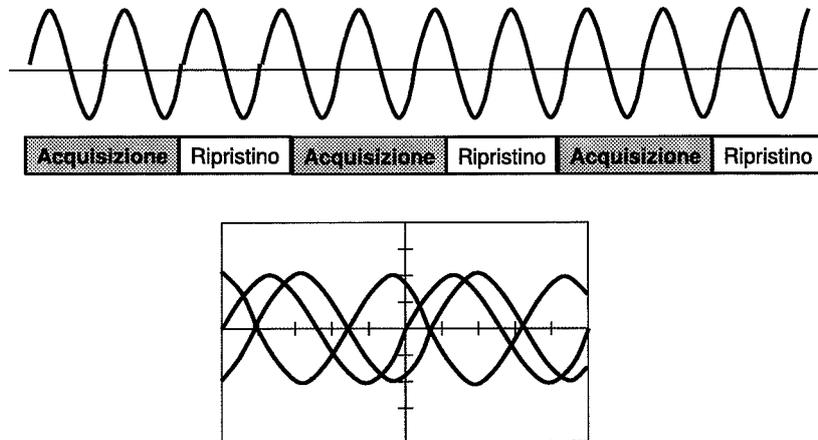


Figura 2.6: acquisizione continua di un segnale periodico: la traccia risulta non sincronizzata.

La situazione più comune è quella in cui il segnale osservato è periodico e la durata T corrisponde al periodo. In questo caso l'intervallo di osservazione T_W può essere anche maggiore di T , permettendo così di visualizzare più periodi. Si noti che, nonostante il segnale si ripeta con regolarità, è comunque indispensabile disporre di un comando di sincronizzazione per ottenere un funzionamento corretto. In assenza di sincronismo, infatti, le fasi di acquisizione e ripristino si susseguono continuamente, ma l'inizio di una nuova acquisizione coincide con un punto sempre diverso del segnale. La Fig. 2.6 illustra le conseguenze di un ciclo di funzionamento così organizzato: la traccia presentata sullo schermo dell'oscilloscopio non è sincrona ed appare sempre variabile.

Nelle condizioni di Fig. 2.6 si potrebbe ottenere una traccia stabile soltanto nell'ipotesi che il tempo $t_A + t_B$ corrisponda ad un numero intero di periodi del segnale osservato. Tuttavia, t_A dipende dalla durata dell'intervallo di osservazione, T_W : se si volesse rapportare sempre il tempo $t_A + t_B$ al periodo del segnale osservato, le indicazioni fornite dallo strumento perderebbero di significato, poiché imporre questa condizione comporta la rinuncia alla taratura della scala dei tempi. La regolazione della scala dei tempi deve invece consentire all'operatore di stabilire la durata T_W in valore assoluto (ad esempio, 50 ms, 2 ms, 1 μ s, ecc.), garantendo la taratura tramite il riferimento indipendente fornito dalla base dei tempi interna.

La Fig. 2.7 mostra invece come l'utilizzo di un comando di sincronizzazione consenta di iniziare ogni nuova acquisizione sempre dallo stesso punto, ottenendo sullo schermo una traccia stabile. Con l'introduzione della fase di attesa, il ciclo di funzionamento dello strumento si adatta effettivamente alla periodicità del

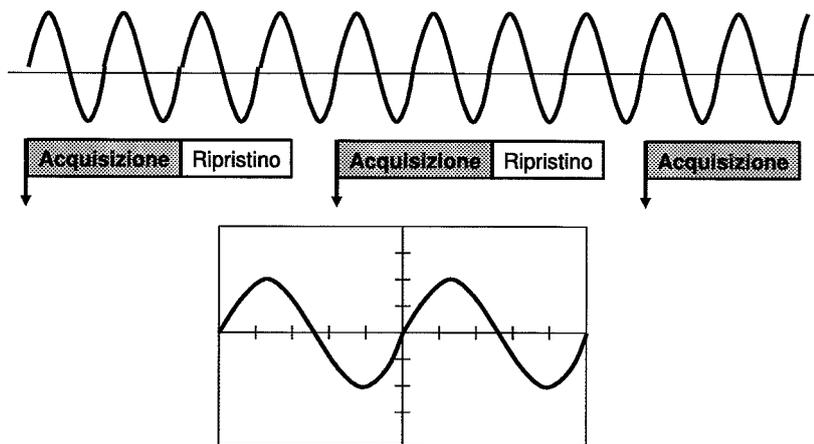


Figura 2.7: strumento correttamente sincronizzato su un segnale periodico.

segnale analizzato. Infatti la sua durata complessiva $t_A + t_B + t_C$ è sempre un multiplo intero del periodo T del segnale, senza che questo vincoli in alcun modo i valori assunti da t_A e t_B . Se il segnale analizzato è periodico si può anche definire una **cadenza di aggiornamento della traccia visualizzata**, pari a:

$$\frac{1}{t_A + t_B + t_C} \quad \text{tracce/s.} \quad (2.1)$$

Indicativamente, un osservatore umano percepisce l'aggiornamento come istantaneo se la cadenza è dell'ordine di almeno 20-30 tracce/s. Non sempre i costruttori forniscono il relativo valore tra le specifiche di un oscilloscopio; comunque, in genere le prestazioni sono ben superiori a questo limite. In caso di necessità, un'analisi approfondita dei meccanismi di funzionamento dello strumento può permettere di stimare la cadenza di aggiornamento. Dall'osservazione di Fig. 2.7 si può anche notare che la traccia visualizzata rappresenta una porzione del segnale; essa copre una frazione di tempo pari a:

$$\frac{t_A}{t_A + t_B + t_C}. \quad (2.2)$$

I concetti fin qui esposti illustrano le basi del meccanismo di sincronizzazione implementato ed utilizzato in un qualunque oscilloscopio. Come si vedrà nel seguito, esso può essere ulteriormente affinato e reso più articolato per adattarsi ad una grande varietà di ambiti applicativi.

2.5 Canale di ingresso

Il canale di ingresso di un oscilloscopio è costituito dall'insieme di circuiti necessari a trasferire il segnale osservato all'ingresso del blocco di acquisizione e visualizzazione indicato in Fig. 2.2. Come mostra lo schema di Fig. 2.8, si tratta in genere di un insieme di circuiti di accoppiamento, attenuatori ed amplificatori elettronici dei quali è possibile variare l'impostazione. Esso dà la possibilità di configurare diverse modalità di funzionamento per lo strumento, adattandolo

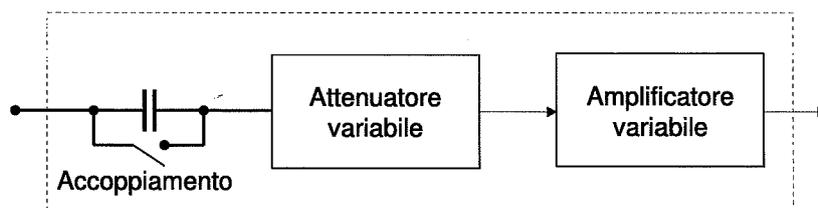


Figura 2.8: schema di principio del canale di ingresso di un oscilloscopio.

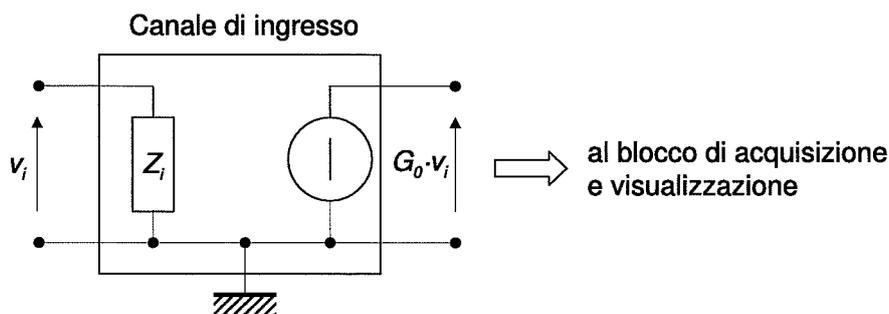


Figura 2.9: canale di ingresso di un oscilloscopio. Rappresentazione equivalente come doppio bipolo.

ad una grande varietà di caratteristiche del segnale osservato e della sorgente di segnale che lo ha generato.

Al fine di una illustrazione generale dello strumento non ha grande interesse descrivere in dettaglio la struttura di questi circuiti (salvo alcune indicazioni che verranno date in seguito). È importante invece dare una caratterizzazione funzionale del canale di ingresso; tralasciando per ora il circuito di accoppiamento, si può fare riferimento ad un classico modello elettrico di doppio bipolo. La Fig. 2.9 presenta lo schema di un doppio bipolo unidirezionale, nel quale la tensione di uscita è fornita da un generatore di tensione dipendente, controllato dalla tensione di ingresso.

Si noti che, dal punto di vista elettrico, lo schema è estremamente semplificato, in quanto sono messi in evidenza solo gli elementi indispensabili per costruire un modello funzionale. Più precisamente, vengono considerati soltanto l'impedenza di ingresso equivalente Z_i ed il coefficiente di proporzionalità (guadagno) G_0 . Inoltre, quest'ultimo non è associato ad uno specifico circuito, ma rende complessivamente conto delle amplificazioni e delle attenuazioni subite dal segnale entro il canale di acquisizione. Questo schema semplificato è sufficiente per analizzare molte situazioni di interesse pratico. Una volta che lo strumento sia stato correttamente tarato, il fattore di scala per l'asse verticale dell'oscilloscopio è dato da $1/G_0$, che assume il significato di **costante di taratura**⁴.

⁴Si ricordi che il modello preso a riferimento è estremamente semplificato (si è trascurata, ad esempio, l'impedenza equivalente di uscita del doppio bipolo). Inoltre, $1/G_0$ si può assumere come fattore di scala verticale dello strumento soltanto se altri blocchi, ad esempio quello di acquisizione, hanno guadagno unitario. In termini di descrizione funzionale, tuttavia, la semplificazione è accettabile.

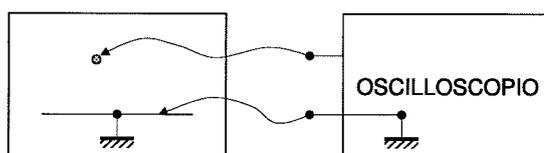


Figura 2.10: collegamento al circuito in esame; l'ingresso dello strumento è riferito a massa.

2.5.1 Impedenza di ingresso

L'oscilloscopio è uno strumento con ingresso in tensione. Come si può osservare in Fig. 2.9 uno dei terminali di ingresso è collegato al riferimento di massa, per cui si può affermare che lo strumento permette di misurare la differenza di potenziale tra un punto qualsiasi ed il proprio riferimento di massa. Il collegamento tra lo strumento ed il circuito in esame serve quindi sia a prelevare la tensione da un nodo del circuito e portarla all'ingresso dello strumento, sia a portare i riferimenti di massa del circuito e dello strumento allo stesso potenziale, come evidenziato in Fig. 2.10.

In alcune applicazioni i segnali che si vogliono analizzare possono risultare dalla differenza di potenziale tra due punti, oppure possono essere associati a grandezze diverse dalla tensione (ad es., corrente, oppure potenza ottica). In questi casi può essere necessario fare ricorso a particolari sonde, che convertono la grandezza di interesse in una tensione riferita a massa. La misura di tensioni differenziali è trattata nel successivo paragrafo 2.11.

Nelle misure di tensione la condizione ideale per non alterare le condizioni di funzionamento della sorgente di segnale è che l'impedenza di ingresso dello strumento utilizzato sia la più grande possibile. Per un oscilloscopio, l'impedenza equivalente di ingresso Z_i si può rappresentare con il parallelo di una resistenza ed una capacità. La resistenza ha in genere un valore standard $R_i = 1\text{ M}\Omega$; la capacità, che dipende anche dalle caratteristiche di progetto degli amplificatori del canale di ingresso, ha come ordine di grandezza la decina di pF. Il valore effettivo varia secondo il tipo di oscilloscopio considerato; all'aumentare della banda passante offerta dallo strumento, i costruttori cercano di realizzare capacità sempre più ridotte.

Quando le componenti in frequenza dei segnali da visualizzare si estendono oltre la decina di MHz, è necessario prendere in considerazione gli effetti della propagazione del segnale nel circuito di misura. Il collegamento tra lo strumento e la sorgente di segnale va visto cioè come una linea di trasmissione, la cui terminazione è costituita dall'impedenza di ingresso dello strumento. Effetti di riflessione lungo tale linea possono alterare il segnale da analizzare, ma anche interferire con il corretto funzionamento del circuito sottoposto ad indagine. In questi casi può essere più opportuno lavorare in condizioni di adattamento di impedenza, ossia fare in modo che l'impedenza di ingresso dell'oscilloscopio sia pari all'impedenza caratteristica della linea che lo collega alla sorgente di segnale.

Molti oscilloscopi danno all'operatore la possibilità di scegliere tra due configurazioni di ingresso: una ad alta impedenza, con le caratteristiche sopra descritte, ed una in cui l'impedenza è di $50\ \Omega$, valore che corrisponde all'impedenza caratteristica di molti tipi di cavo coassiale di comune impiego.

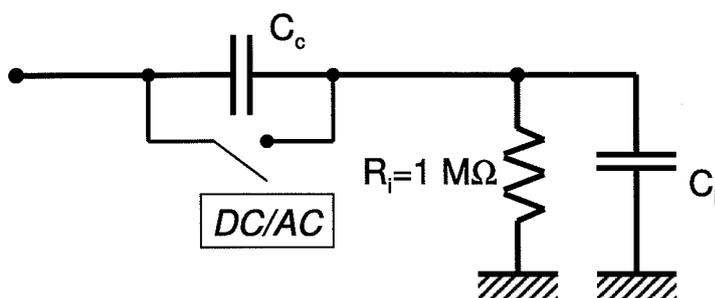


Figura 2.11: schema elettrico equivalente dell'impedenza di ingresso di un oscilloscopio.

2.5.2 Modalità di accoppiamento

Un oscilloscopio permette di scegliere due diverse modalità di accoppiamento con la sorgente di segnale che si vuole analizzare:

- accoppiamento in corrente continua (DC): è il modo di impiego più comune, nel quale viene acquisito e visualizzato l'intero segnale compresa la sua componente continua;
- accoppiamento in corrente alternata (AC): lo strumento acquisisce la sola componente alternata del segnale.

Per realizzare questa scelta è prevista la possibilità di inserire una capacità di accoppiamento in serie all'ingresso, oppure di escluderla. Il circuito di ingresso si può quindi rappresentare con lo schema elettrico equivalente illustrato in Fig. 2.11, nel quale è sufficiente prendere in considerazione soltanto l'impedenza equivalente di ingresso Z_i del doppio bipolo di Fig. 2.9, separata nelle sue due componenti.

La chiusura dell'interruttore in Fig. 2.11 pone in cortocircuito la capacità di accoppiamento C_c (modalità DC); in questo modo la componente continua del segnale si ritrova anch'essa ai capi dell'impedenza Z_i . Quando invece si sceglie l'accoppiamento in alternata (interruttore aperto), la capacità C_c si carica; ai suoi capi si ritrova una differenza di potenziale uguale ed opposta all'ampiezza della componente continua del segnale misurato⁵.

Analizzando in maggior dettaglio il comportamento del circuito di accoppiamento in alternata, si può osservare che la capacità C_c realizza, assieme all'impedenza di ingresso Z_i , un partitore di tensione. Supponendo per semplicità che il segnale provenga da una sorgente di tensione ideale (cioè con impedenza equivalente di uscita nulla), si può fare riferimento al circuito di Fig. 2.12, in cui $v_g(t)$ è il segnale fornito dalla sorgente e $v_i(t)$ quello effettivamente acquisito e visualizzato dallo strumento.

⁵Esiste comunque un limite massimo di tensione, oltre il quale lo strumento può venire danneggiato. In particolare, superato un certo valore di tensione continua il condensatore di accoppiamento non è più in grado di garantire l'isolamento e la conseguente scarica può comportare alterazioni irreversibili.

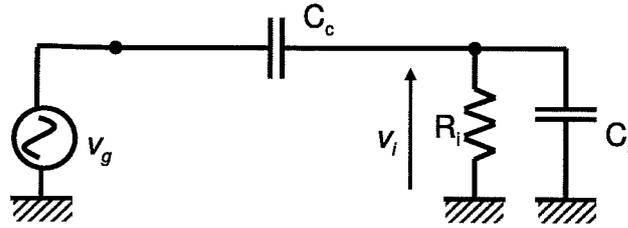


Figura 2.12: effetto della capacità di accoppiamento su un segnale proveniente da una sorgente ideale.

Tra le corrispondenti trasformate di Laplace dei segnali, $V_g(s)$ e $V_i(s)$, vale la relazione:

$$V_i(s) = V_g(s) \cdot \frac{sR_iC_c}{1 + sR_i(C_c + C_i)}, \quad (2.3)$$

che descrive il comportamento di un filtro passa-alto del primo ordine. Ciò significa che il circuito di accoppiamento, oltre ad eliminare la componente continua del segnale, introduce una forte attenuazione alle basse frequenze. In genere, la frequenza di taglio è dell'ordine di 10 Hz, valore da cui si può risalire all'ordine di grandezza della capacità C_c che è delle decine di nF. Si può ritenere quindi che valga la condizione $C_c \gg C_i$; questo garantisce che, nella banda passante, il guadagno del filtro è unitario ed il segnale misurato è riprodotto senza alterazioni.

È importante ricordare che, alla frequenza di taglio, l'attenuazione introdotta da un filtro del primo ordine è di -3 dB; l'ampiezza del segnale è cioè ridotta di circa il 30%. In generale, le misure di ampiezza fornite da un oscilloscopio con accoppiamento in alternata sono attendibili soltanto per frequenze di almeno un ordine di grandezza maggiori di quella di taglio, ossia a partire da circa 100 Hz.

Va notato che la combinazione tra accoppiamento in alternata ed impedenza di ingresso di 50 Ω in genere non è presa in considerazione e spesso non è neppure consentita, in quanto la frequenza di taglio della rete di accoppiamento aumenterebbe proporzionalmente alla diminuzione della resistenza, passando da circa 10 Hz a circa 200 kHz.

2.5.3 Risposta in frequenza e risposta al gradino

Il fattore di scala verticale dello strumento è determinato dal guadagno o dall'attenuazione complessivamente introdotti dagli stadi del canale di ingresso. Nello schema di Fig. 2.9 si è considerato un semplice coefficiente di proporzionalità G_0 ; in realtà il canale di ingresso ha una propria banda passante finita, che dipende dalle caratteristiche dei circuiti che lo compongono. Pertanto il suo comportamento è descrivibile in modo più appropriato per mezzo della risposta in frequenza, genericamente indicata come $G(f)$. Se l'ingresso dell'oscilloscopio è accoppiato in continua il guadagno statico corrisponde proprio al coefficiente G_0 ; si ha cioè: $G_0 = G(0)$. I valori assunti da G_0 in corrispondenza alle diverse impostazioni degli amplificatori e degli attenuatori possono essere determinati con una semplice taratura in continua del canale di ingresso.

Nel seguito si supporrà, per semplicità, che quando un operatore varia il fattore di scala delle ampiezze ciò influisca soltanto sul guadagno statico, lasciando

inalterato l'andamento della risposta in frequenza normalizzata $G(f)/G_0$. Questa ipotesi è senz'altro valida almeno in prima approssimazione e permette di trattare in modo del tutto generale l'analisi della risposta in frequenza dello strumento⁶.

Per garantire una corretta riproduzione del segnale da misurare, la risposta in frequenza del canale di ingresso dovrebbe rispettare le condizioni di non distorsione. Entro la banda passante dello strumento, cioè, si richiede che la risposta:

- sia costante in ampiezza;
- dia luogo ad uno sfasamento direttamente proporzionale alla frequenza; un modo alternativo di esprimere questa seconda condizione è dire che si richiede un **ritardo di gruppo costante** (si ricordi che il ritardo di gruppo è la derivata prima rispetto alla frequenza dello sfasamento).

Come è noto, tali condizioni sono realizzabili soltanto in modo approssimato. In pratica, qualunque soluzione circuitale è il risultato di un compromesso che tiene conto delle applicazioni per le quali il dispositivo viene progettato.

Per quanto riguarda l'oscilloscopio, è importante che la sua risposta sia ottimizzata al fine di garantire, in primo luogo, una riproduzione quanto più possibile fedele dell'andamento di una forma d'onda nel dominio del tempo. Per questa ragione, è utile definire innanzi tutto le caratteristiche ottimali della **risposta al gradino** dello strumento, per la quale si vuole avere:

- il minore tempo di salita possibile;
- assenza di sovraelongazioni.

Queste condizioni, infatti, garantiscono che lo strumento sia in grado di seguire prontamente tutte le variazioni del segnale misurato, ma che, allo stesso tempo, la sua risposta non introduca artefatti (in questo caso, oscillazioni) che potrebbero falsare l'analisi.

Si può verificare per via teorica che tali specifiche sono soddisfatte se la risposta all'impulso del canale di ingresso ha un andamento gaussiano. Questo si esprime matematicamente nella forma:

$$g(t) = A \cdot e^{-a(t-\tau_0)^2}, \quad (2.4)$$

dove τ_0 è un ritardo costante. Nella progettazione dei circuiti del canale di ingresso si fa riferimento a questo comportamento ottimale, che viene ottenuto con buona approssimazione nei dispositivi realizzati. Una rappresentazione, puramente qualitativa, della risposta al gradino di un filtro passa-basso gaussiano è riportata in Fig. 2.13.

⁶In pratica possono esservi variazioni che però, in uno strumento correttamente tarato, sono mantenute entro limiti confrontabili con l'accuratezza dello strumento. Due aspetti significativi sono:

- uno stadio amplificatore può essere realizzato tramite il parallelo di un amplificatore di bassa frequenza con accoppiamento in continua ed uno per le frequenze più alte, con un *crossover* intorno ad 1 kHz. In questo caso i guadagni dei due amplificatori devono essere correttamente bilanciati;
- al variare del fattore di scala impostato, la corrispondente variazione del guadagno può far sì che un amplificatore aumenti o diminuisca la propria rumorosità, dal punto

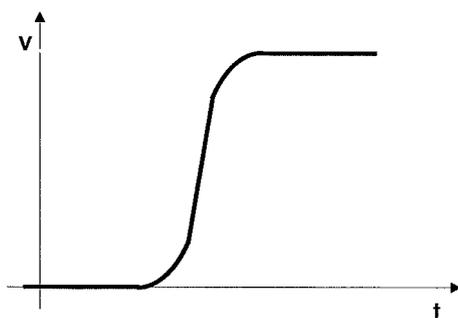


Figura 2.13: andamento della risposta al gradino di un filtro passa-basso gaussiano.

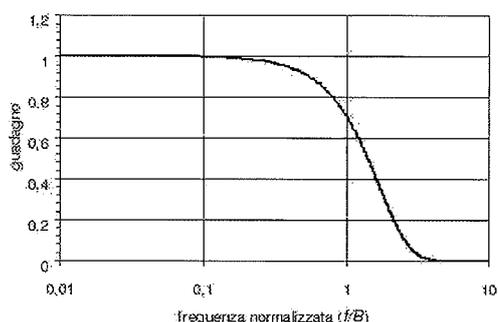


Figura 2.14: modulo della risposta in frequenza normalizzata di un filtro passa-basso gaussiano.

Calcolando la trasformata di Fourier di $g(t)$ si ottiene la corrispondente espressione della risposta in frequenza che, a sua volta, descrive molto bene l'effettiva risposta del canale di ingresso di un oscilloscopio. Il modulo della risposta in frequenza normalizzata è dato da:

$$\left| \frac{G(f)}{G_0} \right| = e^{-\frac{1}{2 \cdot \ln 2} \left(\frac{f}{B} \right)^2}, \quad (2.5)$$

dove B è la banda passante a -3dB, che dipende dal parametro a della risposta all'impulso. Il suo andamento è descritto in Fig. 2.14, dove in ascissa è riportata la frequenza normalizzata rispetto alla banda passante.

Nelle specifiche di un oscilloscopio viene di norma indicata proprio la **banda passante a -3 dB** dello strumento. È importante ricordare che, in base alla definizione, l'attenuazione in ampiezza è di circa il 30% alla frequenza massima: è evidente, quindi, che un segnale sinusoidale a questa frequenza non verrebbe misurato correttamente. Si devono pertanto valutare con attenzione le caratteristiche del segnale da osservare, tenendo presente che la banda passante

di vista elettrico. A parità di segnale in ingresso, quindi, può cambiare il rapporto segnale-rumore della traccia visualizzata.

dello strumento utilizzato deve essere significativamente maggiore della banda di frequenze dei segnali analizzati.

Va osservato che il ritardo di gruppo si mantiene invece costante nell'intera banda di frequenze, poiché in un filtro gaussiano la risposta all'impulso $g(t)$ è una funzione con simmetria pari. Ciò significa che tutte le componenti del segnale, ancorché eventualmente attenuate, subiscono la stessa traslazione nel tempo. Da questo punto di vista sono quindi soddisfatte le condizioni di non distorsione.

Per un filtro gaussiano ideale, il tempo di salita T_r è legato a B dall'espressione:

$$T_r = \sqrt{\frac{\ln 2}{2\pi}} \cdot \frac{1}{B} \cong \frac{0.35}{B}. \quad (2.6)$$

Il tempo di salita della risposta al gradino, che di solito è indicato tra le specifiche di un oscilloscopio, viene in genere calcolato utilizzando questa formula.

2.6 Base dei tempi

Nella sua modalità di impiego più usuale, un oscilloscopio mostra l'andamento di una tensione in funzione del tempo (Fig. 2.1). Lo strumento deve pertanto disporre di un proprio riferimento interno indipendente: a partire da questo viene determinata la taratura della scala dei tempi, presentata sullo schermo lungo l'asse orizzontale. È così possibile misurare correttamente un qualunque intervallo di tempo relativo alla traccia o alle tracce visualizzate, come, ad esempio, il periodo di un segnale, la distanza tra due eventi o il ritardo tra segnali diversi. Inoltre l'intervallo di osservazione T_W deve poter essere variato, secondo le necessità della misura da effettuare, entro un campo di valori piuttosto ampio, che può andare da durate di pochi ns a qualche secondo. Deve quindi essere possibile la scelta di numerosi fattori di scala orizzontale diversi, garantendo per ciascuno il mantenimento della taratura. L'insieme dei circuiti preposti a questa funzione prende il nome di **base dei tempi** (*timebase*).

In un oscilloscopio analogico la base dei tempi è realizzata utilizzando come elemento principale un circuito monostabile. La sua funzione è quella di generare un impulso la cui durata, regolabile con sufficiente precisione, corrisponde all'intervallo T_W : in pratica l'operatore, agendo sulla regolazione della scala orizzontale, determina appunto la durata dell'impulso generato dal monostabile. A valle di questo, ulteriori circuiti permettono di controllare l'evoluzione della traccia presentata sullo schermo, in modo da realizzare la corretta corrispondenza tra la durata T_W e la dimensione dell'asse orizzontale sullo schermo stesso. Questa tecnica permette di ottenere un'incertezza relativa dell'ordine di 10^{-2} , adeguata per una semplice visualizzazione di forme d'onda, ma talvolta insufficiente per analisi più approfondite sulla temporizzazione dei segnali.

Negli oscilloscopi digitali la base dei tempi è costituita dal clock interno allo strumento, che può essere realizzato con un oscillatore al quarzo in grado di garantire, a costi ragionevoli, incertezze relative dell'ordine di 10^{-6} . Le operazioni di acquisizione del segnale svolte nello strumento (campionamento, conversione analogico-digitale) fanno tutte riferimento al clock interno od a frequenze da esso derivate, garantendo quindi una notevole accuratezza nella misura degli intervalli di tempo. Di fatto, il limite maggiore è più spesso dovuto alla risoluzione temporale con cui un segnale viene campionato.

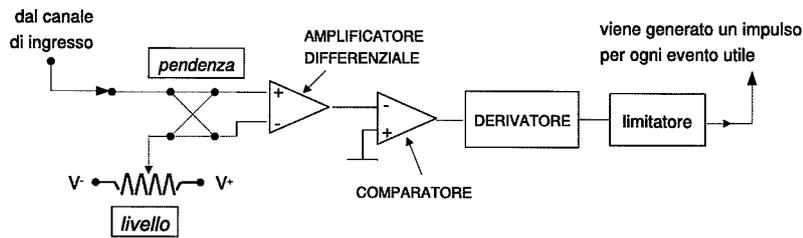


Figura 2.15: circuito di estrazione del segnale di sincronismo.

2.7 Estrazione del segnale di sincronismo: il circuito di *trigger*

I segnali necessari alla sincronizzazione dell'oscilloscopio possono provenire dall'esterno oppure, più spesso, essere generati internamente allo strumento. In questo secondo caso il segnale di sincronismo viene ottenuto tramite circuiti elettronici che provvedono ad elaborare il segnale di ingresso. Come mostrato in Fig. 2.2, quest'ultimo viene prelevato in un punto opportuno della catena di elementi che formano il canale di ingresso ed inviato al blocco, indicato come **estrazione del segnale di sincronismo**, il cui schema funzionale è indicato in Fig. 2.15.

Il circuito, chiamato comunemente **circuito di *trigger***, genera un impulso in corrispondenza ad ogni evento utile, individuato da una condizione di livello e pendenza del segnale di ingresso. Gli elementi che lo compongono rilevano cioè il verificarsi della condizione in cui il segnale attraversa un livello di riferimento, prestabilito attraverso una opportuna regolazione; inoltre, sono in grado di discriminare se tale livello è attraversato con pendenza positiva oppure negativa, ossia se l'ampiezza del segnale considerato sta aumentando o diminuendo nel tempo.

Il primo elemento del circuito è un amplificatore differenziale, alla cui uscita si ritrova la differenza tra la tensione del segnale di ingresso ed una tensione continua V_{RL} , regolabile tra i due valori V^+ e V^- . Il valore di V_{RL} determina il livello di riferimento. Infatti, quando la tensione del segnale di ingresso è uguale a V_{RL} , l'uscita dell'amplificatore differenziale è a tensione nulla. Il raggiungimento di questa condizione è rilevato dal comparatore che segue, la cui tensione di soglia è fissata a 0 V per cui la sua uscita commuta di livello. Il comportamento del circuito è esemplificato in Fig. 2.16, con riferimento ad un segnale di ingresso sinusoidale per il quale le condizioni di trigger sono: livello $V_{RL} > 0$ e pendenza positiva.

Solitamente si assume che il segnale generato dal circuito di trigger sia un impulso negativo. Come si può vedere in Fig. 2.16, l'uscita del comparatore commuta da un livello positivo ad uno negativo; il successivo derivatore genera idealmente un impulso in corrispondenza a ciascun fronte, infine il limitatore mantiene soltanto gli impulsi di una data polarità, in questo caso quelli negativi, come desiderato.

Se si vuole fare riferimento ad una transizione del segnale di ingresso con pendenza negativa, è sufficiente scambiare tra loro gli ingressi dell'amplificatore differenziale, così che l'uscita abbia tensione opposta alla differenza tra il se-

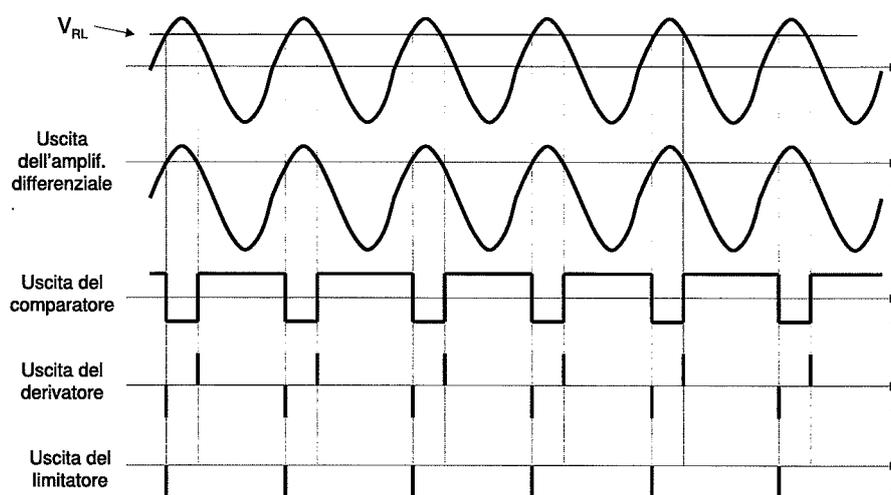


Figura 2.16: andamento della tensione in diversi punti del circuito di trigger. Il segnale di ingresso è sinusoidale e si considera la pendenza positiva.

gnale di ingresso e V_{RL} . In questo modo, ferma restando la posizione dei fronti di commutazione del comparatore, il loro verso risulta opposto e gli impulsi negativi all'uscita dal limitatore sono associati agli eventi con pendenza negativa. In Fig. 2.17 è illustrato l'andamento delle tensioni nel circuito di trigger in questo secondo caso. Il commutatore posto all'ingresso dell'amplificatore differenziale in Fig. 2.15 ha appunto la funzione di scambiare tra loro i due segnali, permettendo di scegliere la pendenza desiderata.

Il circuito di trigger qui presentato trova ampio utilizzo in molti strumenti. Va osservato che il comparatore è sensibile agli effetti del rumore che potrebbe sovrapporsi al segnale di ingresso. Fluttuazioni della tensione possono dar luogo a commutazioni spurie, rendendo incerta la posizione nel tempo degli impulsi di sincronismo e quindi difficoltosa la sincronizzazione dell'oscilloscopio. In molti casi, la sensibilità del comparatore può essere intenzionalmente ridotta con l'introduzione di una fascia di isteresi nella sua caratteristica ingresso-uscita.

Va osservato inoltre che nel circuito di Fig. 2.15 le funzioni dell'amplificatore differenziale e del comparatore sono mantenute distinte anche se, da un punto di vista puramente formale, potrebbero essere attribuite ad un unico elemento. In realtà, eseguire la differenza di due segnali richiede un circuito con buona linearità, mentre al comparatore si richiede soprattutto velocità di risposta. Queste esigenze portano spesso a specifiche di progetto contrastanti e, quindi, alla necessità di utilizzare due circuiti distinti, ottimizzati per le rispettive funzioni.

2.8 Generazione del comando di sincronismo: *hold-off* ed altre funzioni

Il circuito di trigger presentato in Fig. 2.15 è l'elemento base per visualizzare una traccia con la corretta sincronizzazione. Esso permette di individuare tutti

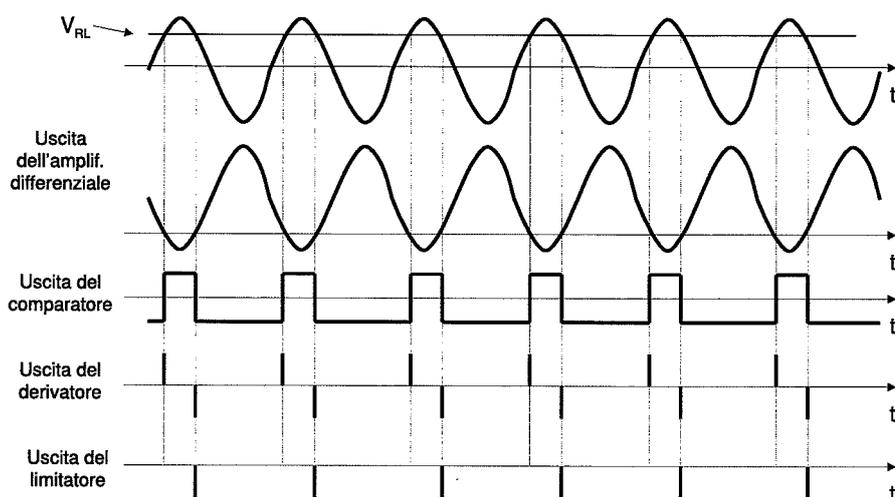


Figura 2.17: stessa situazione di Fig. 2.16, ma con riferimento ad una pendenza negativa del segnale.

i punti in cui una forma d'onda raggiunge un prefissato livello di tensione con una data pendenza.

Tale circuito genera un impulso per ciascun periodo del segnale considerato, come illustrato in Fig. 2.18 per l'esempio di una semplice onda sinusoidale. Per ottenere l'effettivo **comando di sincronismo**, che attiva l'acquisizione del segnale, è necessario pertanto selezionare uno di tali eventi. Inoltre, finché non sia terminata anche la successiva fase di ripristino si deve fare in modo che altri impulsi provenienti dal trigger non possano essere presi in considerazione come nuovi comandi di sincronismo.

Scopo del blocco funzionale indicato in Fig. 2.2 come **generazione del sincronismo** è proprio quello di generare il relativo comando tenendo conto di queste esigenze. Nel caso più semplice è sufficiente che, una volta impartito il comando di sincronismo, gli impulsi di trigger vengano disattivati per un intervallo di tempo corrispondente alla durata delle fasi di acquisizione e ripristino. Ciò viene ottenuto tramite un segnale di disabilitazione, detto di **hold-off**, come evidenziato in Fig. 2.18.

La semplice introduzione di un tempo di **hold-off** prefissato, tuttavia, non è sempre sufficiente ad individuare in modo univoco il sincronismo per una forma d'onda ripetitiva. Si consideri ad esempio il segnale periodico di Fig. 2.19, caratterizzato dal susseguirsi, entro un periodo, di più transizioni tra due livelli di tensione stabili. Regolando il livello di riferimento V_{RL} ad un valore intermedio tra questi due livelli, il circuito di **trigger** genera un impulso per ciascuna transizione e quindi, diversamente dall'esempio di Fig. 2.18, più impulsi per ciascun periodo del segnale.

Se il tempo di **hold-off** resta determinato dalla somma dei tempi di acquisizione e di ripristino, la traccia visualizzata risulta in questo caso instabile. Infatti, trascorso tale tempo il nuovo comando di sincronismo verrà generato all'arrivo del primo impulso di trigger, considerato valido indipendentemente dal fatto che la sua posizione, in rapporto al periodo del segnale, sia la stessa

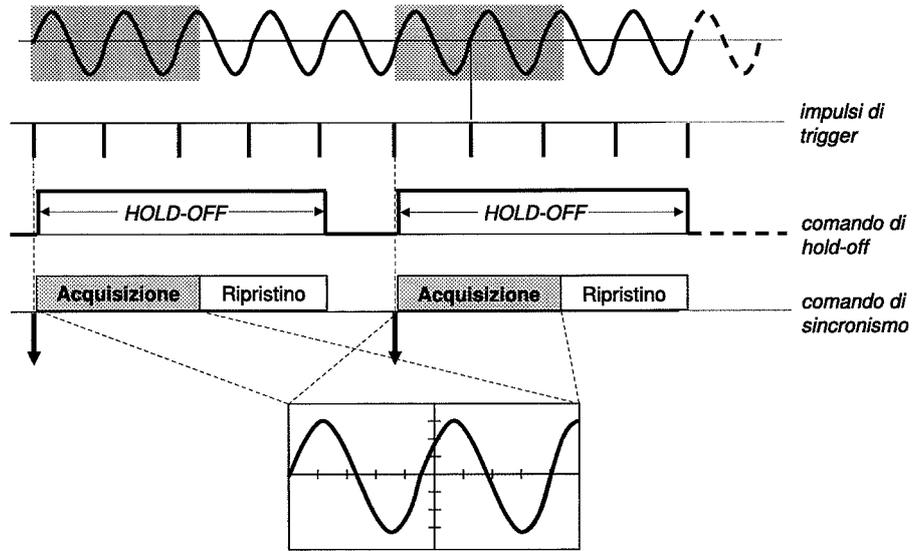


Figura 2.18: generazione di impulsi dal circuito di trigger (su livello 0 e pendenza positiva del segnale) e loro disattivazione tramite il comando di hold-off.

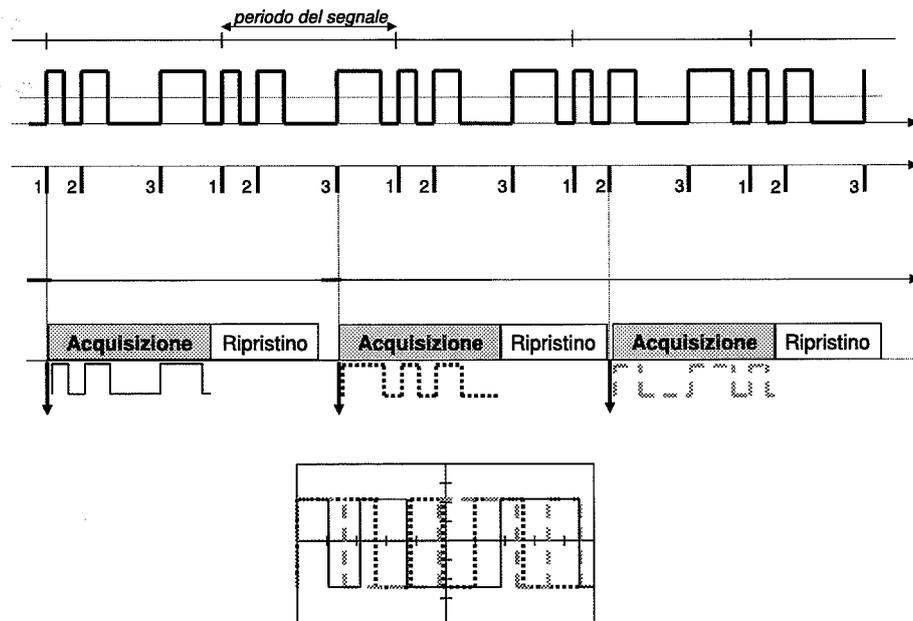


Figura 2.19: durata del tempo di hold-off non regolabile e conseguente visualizzazione instabile della traccia.

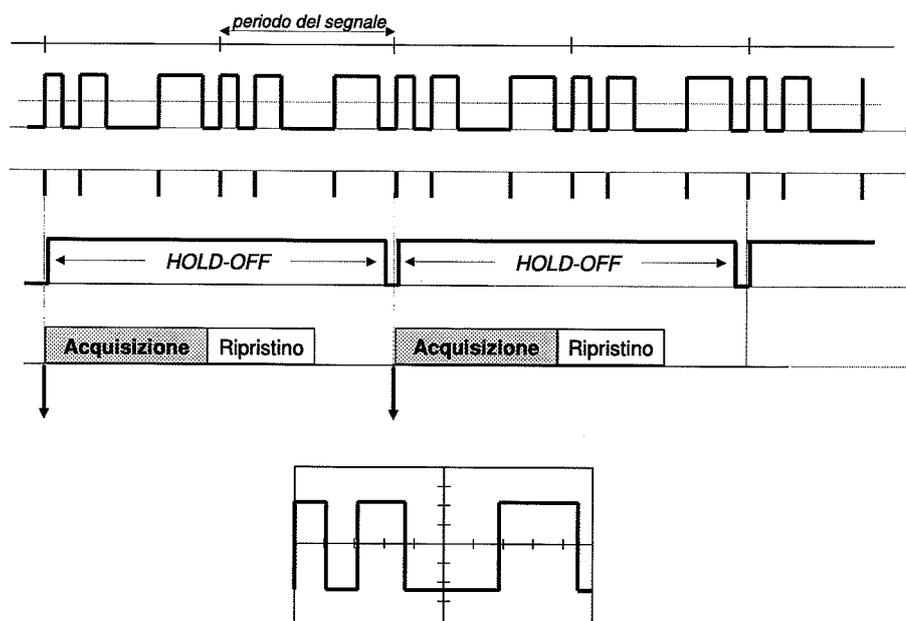


Figura 2.20: prolungamento del tempo di hold-off per ottenere una traccia stabile.

dell'acquisizione precedente. Nell'esempio di Fig. 2.19, dove sono stati indicati convenzionalmente gli istanti di inizio e fine di ciascun periodo, si può notare come, in successive acquisizioni, il comando di sincronismo viene associato alla prima transizione del periodo, poi alla terza ed infine alla seconda. Pertanto ogni nuova acquisizione, pur riferendosi sempre allo stesso intervallo di osservazione T_W , inizia da un punto diverso. La traccia visualizzata risulta così dalla sovrapposizione di più porzioni diverse del segnale.

Situazioni come quella illustrata possono presentarsi spesso quando si vogliono visualizzare segnali complessi. Per questa ragione, tutti gli oscilloscopi prevedono la possibilità di regolare il meccanismo di *hold-off*, adattandolo alle diverse caratteristiche dei segnali osservati. In particolare, quando il circuito di *trigger* genera più impulsi per ciascun periodo del segnale osservato, è necessario poter variare la durata del tempo di *hold-off*.

Se, per il segnale considerato come esempio, il tempo di *hold-off* viene allungato in modo da essere prossimo ad un numero intero di periodi del segnale stesso, si verifica la situazione illustrata in Fig. 2.20. Si ottiene cioè che il comando di sincronismo corrisponda sempre ad uno stesso punto del segnale, permettendo di acquisire nuovamente una traccia stabile. Nell'esempio, l'impulso di *trigger* selezionato è quello che corrisponde alla transizione assunta come prima in un periodo; a parità di durata del tempo di *hold-off*, tuttavia, il comando di sincronismo avrebbe potuto corrispondere ad uno qualunque dei tre impulsi di *trigger* generati in un periodo del segnale. Una regolazione opportuna permette cioè di ottenere una traccia stabile, perché associata sempre allo stesso impulso di *trigger*, ma non di stabilire a priori quale sia l'impulso che verrà selezionato.

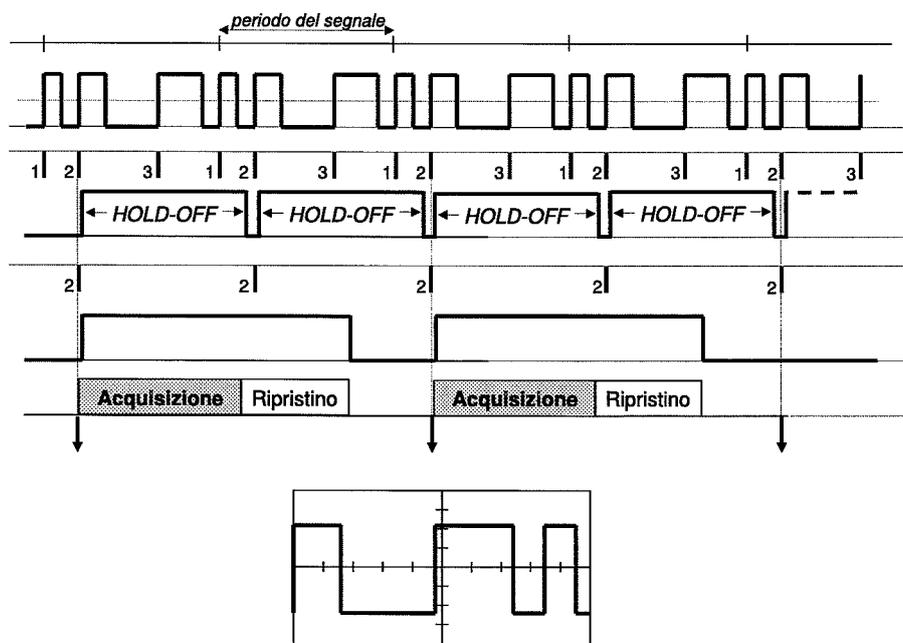


Figura 2.21: regolazione del tempo di hold-off e generazione del sincronismo in due fasi.

La modalità di regolazione illustrata in Fig. 2.20 è semplice da implementare, ma rende difficile stabilire un criterio operativo: in pratica, un operatore può verificare che l'impostazione del tempo di *hold-off* sia corretta soltanto osservando direttamente sullo schermo dello strumento l'effetto delle variazioni di durata apportate. Negli oscilloscopi più recenti la regolazione del tempo di *hold-off* viene fatta con una modalità diversa e la generazione del sincronismo si realizza in due fasi, secondo lo schema logico illustrato in Fig. 2.21. Si può immaginare quindi che i segnali di disabilitazione degli impulsi di *trigger* siano due ed agiscano in modo coordinato.

Il primo segnale serve a stabilire una separazione minima tra impulsi di *trigger* consecutivi: impulsi la cui distanza sia inferiore all'intervallo di tempo specificato non possono cioè essere presi in considerazione per la generazione del sincronismo. Tale segnale è stato indicato in Fig. 2.21 come *hold-off*, in quanto è quello la cui regolazione è a disposizione dell'operatore. Scegliendone opportunamente la durata, si può fare in modo che risulti comunque abilitato un solo impulso di *trigger* per ciascun periodo del segnale che si vuole visualizzare⁷. Questa prima selezione riporta così alla situazione già vista in Fig. 2.18, per gestire la quale è sufficiente un ulteriore meccanismo di *hold-off* basato su un secondo segnale di durata fissa, pari alla somma dei tempi di acquisizione e di ripristino.

Questa soluzione, apparentemente più complessa, ha il vantaggio di considerare separatamente i vincoli dovuti al funzionamento interno dello strumento

⁷ Anche in questo caso, si può fare in modo che venga considerato un solo impulso di *trigger* per periodo, ma non è possibile stabilire a priori di quale si tratti

e quelli legati alle caratteristiche del segnale. Queste ultime possono essere almeno parzialmente note prima della misura (ad esempio, si può conoscere approssimativamente il periodo del segnale da analizzare), rendendo più facile l'impostazione dello strumento. Si noti, in particolare, che una indicazione del valore del tempo di *hold-off* nel caso di Fig. 2.20 ha scarsa utilità ed è di difficile interpretazione. Viceversa, con il meccanismo illustrato in Fig. 2.21 è spesso possibile valutare a priori il tempo di *hold-off* necessario ed impostarlo direttamente sullo strumento senza bisogno di ulteriori regolazioni.

2.9 Sonde passive

Un oscilloscopio nella configurazione di ingresso ad alta impedenza ha solitamente una resistenza di ingresso di $1\text{ M}\Omega$ ed una capacità dell'ordine di qualche decina di pF. Questi valori assicurano che, quando lo strumento è collegato ad un punto di misura, il suo effetto di carico sulla sorgente di segnale sia in molti casi trascurabile. Tuttavia, all'aumentare della banda di frequenza dei segnali, questa assunzione non è più valida.

Si considerino come esempio i valori $R_i = 1\text{ M}\Omega$ e $C_i = 15\text{ pF}$, tipici per uno strumento con banda passante di 100 MHz ; al variare della frequenza si hanno i valori di impedenza riportati in tabella.

Tabella 2.1: Modulo dell'impedenza di ingresso al variare della frequenza

f	$ Z_i(f) $
0	$1\text{ M}\Omega$
1 kHz	$900\text{ k}\Omega$
1 MHz	$10\text{ k}\Omega$
100 MHz	$1\text{ k}\Omega$

Si può osservare come la componente capacitiva diventi prevalente alle alte frequenze, causando una notevole riduzione dell'impedenza di ingresso totale. L'effetto di carico, che comporta un assorbimento di corrente da parte dell'oscilloscopio alle alte frequenze, può essere significativo soprattutto per sorgenti di segnale in grado di erogare soltanto correnti di intensità limitata, ossia con impedenza di uscita equivalente piuttosto alta.

Si supponga di voler osservare il fronte di salita di un segnale e si abbia, ad esempio, una variazione di ampiezza pari a 3 V nel tempo di 20 ns . Per un segnale di questo tipo l'effetto di carico più importante è dovuto alla capacità di ingresso dello strumento; infatti, in corrispondenza ad una escursione di tensione tale capacità assorbe (o cede) una quantità di carica significativa. Poiché la variazione si verifica in un intervallo di tempo molto breve, la corrente risultante può essere intensa: per una escursione di tensione di 3 V la capacità $C_i = 15\text{ pF}$ assorbe (o cede) una quantità di carica pari a 45 pC e la corrente media, nel corrispondente intervallo di 20 ns , risulta di 2.25 mA . Questa deve essere fornita dalla sorgente di segnale, cioè dal circuito collegato al punto di misura.

In situazioni come questa l'accuratezza con cui la forma d'onda è riprodotta sullo schermo dello strumento dipende soprattutto dal comportamento dinamico del circuito equivalente formato dall'impedenza di ingresso dell'oscilloscopio e dalla sorgente di segnale. Se, ad esempio, quest'ultima ha un'impedenza equivalente resistiva dell'ordine di $100\ \Omega$, la capacità di ingresso di 15 pF si carica con

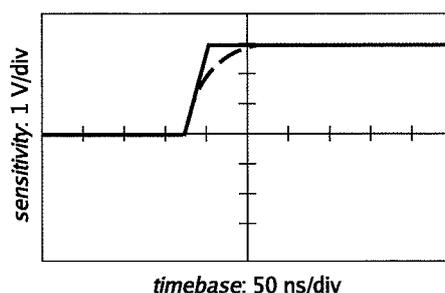


Figura 2.22: misura di un fronte di salita; effetto di un carico capacitivo troppo elevato (linea tratteggiata).

una costante di tempo di circa 1.5 ns; in questo caso non si manifestano variazioni di rilievo nell'andamento del fronte di salita visualizzato dallo strumento (linea continua in Fig. 2.22). Invece, con una resistenza interna della sorgente di segnale di 1 k Ω la costante di tempo è di circa 15 ns, ossia dello stesso ordine di grandezza del tempo di salita del segnale che si intende misurare. In tal caso il fronte di salita è approssimativamente esponenziale (linea tratteggiata in Fig. 2.22) e non riproduce la situazione reale.

Per ridurre l'effetto di carico presentato da un oscilloscopio si possono utilizzare diversi tipi di sonde di tensione ad alta impedenza, che si possono genericamente distinguere in **sonde attive** e **sonde passive**. Le prime, più complesse e costose, si basano sull'impiego di amplificatori elettronici che permettono sia di aumentare l'impedenza di ingresso, sia di amplificare il segnale. Con le sonde passive, invece, l'aumento di impedenza comporta un'attenuazione del segnale. Tuttavia, le sonde passive hanno un costo molto limitato e l'attenuazione da esse introdotta può molto spesso essere compensata dalla scelta di un fattore di scala verticale appropriato nell'oscilloscopio. Per queste ragioni le sonde passive sono le più diffuse; il tipo più comune introduce un'attenuazione di tensione di un fattore 10 (è indicata, a seconda del costruttore, come sonda 10:1, oppure come sonda x10) e, corrispondentemente, permette un aumento dell'impedenza di ingresso di un fattore 10.

Una **sonda passiva** è costituita da un puntale, realizzato in modo da facilitare il collegamento al punto di misura prescelto, da un cavo coassiale, che permette di portare il segnale all'ingresso dell'oscilloscopio ed, infine, da una rete passiva di adattamento. Tale rete determina il rapporto di attenuazione tra la tensione prelevata alla sorgente di segnale e quella presente all'ingresso dello strumento e serve anche ad ottenere la compensazione in frequenza necessaria a garantire che il rapporto di attenuazione introdotto dalla sonda si mantenga costante al variare della frequenza. Uno schema elettrico semplificato è presentato in Fig. 2.23.

La rete di compensazione è realizzata come parallelo di una resistenza fissa R_P e di una capacità variabile C_P . Quando la sonda è collegata all'oscilloscopio, tale rete viene a trovarsi in serie all'impedenza di ingresso dello strumento stesso, realizzando con essa un partitore di tensione. Ci si può facilmente rendere conto che, per tensioni continue, il fattore di attenuazione, $R_i/(R_P + R_i)$, è determinato dal rapporto R_P/R_i : quando $R_P = 9 \cdot R_i$, la sonda attenua di un fattore 10. La capacità C_P serve a compensare l'effetto della capacità di

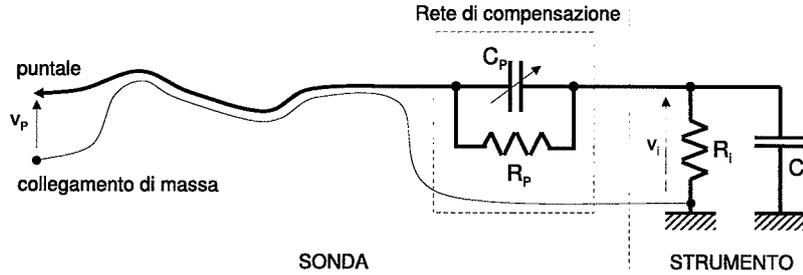


Figura 2.23: schema di principio di una sonda passiva.

ingresso C_i , in modo da mantenere una attenuazione costante al variare della frequenza in tutta la banda passante dello strumento. Infatti, l'impedenza del parallelo tra R_P e C_P è data da:

$$Z_P(s) = R_P \frac{1}{1 + sR_P C_P} \quad (2.7)$$

e, analogamente, l'impedenza di ingresso dell'oscilloscopio è:

$$Z_i(s) = R_i \frac{1}{1 + sR_i C_i}. \quad (2.8)$$

Pertanto, il rapporto di partizione tra la tensione v_P prelevata dalla sonda e quella, v_i , presente all'ingresso dello strumento è:

$$\frac{R_i \frac{1}{1 + sR_i C_i}}{R_P \frac{1}{1 + sR_P C_P} + R_i \frac{1}{1 + sR_i C_i}}. \quad (2.9)$$

In generale, questa espressione dipende dalla frequenza; tuttavia, se è soddisfatta la condizione di compensazione $R_P C_P = R_i C_i$, tale rapporto diventa indipendente dalla frequenza e resta determinato soltanto da R_P/R_i , come nel caso delle tensioni continue.

In una sonda passiva, pertanto, il valore di R_P è determinato dal fattore di attenuazione per il quale la sonda è stata progettata. Il valore di C_P invece è variabile e deve essere regolato in modo da realizzare effettivamente la condizione di compensazione. Questa regolazione è necessaria in quanto il valore C_i non è garantito con la stessa stabilità e ripetibilità di R_i ; ad esempio, anche per uno stesso modello di strumento la capacità di ingresso può variare da un esemplare all'altro.

Spesso nelle specifiche di una sonda passiva non sono dati esplicitamente i valori che può assumere C_P , in quanto è più utile indicare l'intervallo di valori di C_i per i quali, regolando C_P , è possibile raggiungere la compensazione (ad esempio, C_i compreso tra 11 e 16 pF, oppure tra 4 e 9 pF). Va notato che il campo di regolazione non è molto ampio (tipicamente il valore massimo di C_P è circa il doppio di quello minimo); poiché le sonde si differenziano secondo la banda passante per cui sono progettate, tale campo è dimensionato in modo da permettere la compensazione per i valori di capacità di ingresso tipici degli strumenti con banda passante simile a quella della sonda.

Per la verifica della condizione di compensazione della sonda e l'eventuale regolazione si fa ricorso ad una sorgente di segnale in onda quadra, normalmente disponibile a tale scopo in qualunque oscilloscopio. La tensione viene prelevata tramite la sonda da regolare e visualizzata sullo schermo dello strumento. Se la sonda è perfettamente compensata la forma d'onda visualizzata è prossima ad un'onda quadra ideale (Fig. 2.24.a), mentre in condizioni di sovracompensazione o di sottocompensazione si ottengono, rispettivamente, gli andamenti di Fig. 2.24.b o di Fig. 2.24.c.

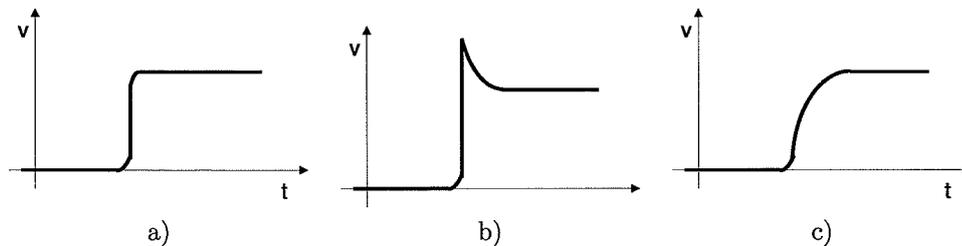


Figura 2.24: visualizzazione di un'onda quadra per regolare la compensazione di una sonda passiva. a) sonda compensata; b) sonda sovracompensata; c) sonda sottocompensata.

2.10 Misura di fronti di salita

Nella misura di segnali caratterizzati da fronti ripidi come, ad esempio, quelli osservabili in circuiti digitali ad alta velocità, è interessante vedere quali condizioni sono necessarie perché i fronti di salita e di discesa vengano correttamente riprodotti sullo schermo dello strumento. I fronti sono infatti le parti del segnale che più contribuiscono alla presenza di componenti spettrali ad alta frequenza e che, quindi, possono risentire maggiormente delle limitazioni di banda passante di un oscilloscopio. Se si vuole che la forma d'onda misurata riproduca fedelmente l'effettivo andamento del segnale osservato, una valutazione della banda passante necessaria si può ottenere imponendo una condizione relativa al tempo di salita visualizzato dall'oscilloscopio.

Si supponga che il segnale da analizzare abbia un tempo di salita T_s , mentre sia T_r il tempo di salita della risposta al gradino dell'oscilloscopio. Il tempo di salita visualizzato, T_v , è legato a queste due quantità dalla relazione⁸:

$$T_v = \sqrt{T_s^2 + T_r^2}, \quad (2.10)$$

che mostra come, in linea di principio, il tempo visualizzato sia maggiore di quello effettivo. Si dovrà quindi scegliere un oscilloscopio il cui tempo di salita sia sufficientemente piccolo, rispetto a T_s , da rendere questa differenza trascurabile. Se si riscrive l'espressione nella forma:

$$T_v = T_s \sqrt{1 + \frac{T_r^2}{T_s^2}} \quad (2.11)$$

⁸A rigore, questa regola di composizione vale quando si considera la risposta al gradino di una cascata di filtri, ciascuno con risposta gaussiana e se ne vuole valutare il tempo di salita complessivo. In prima approssimazione, tuttavia, la regola fornisce una stima sufficientemente accurata anche nel caso più generale.

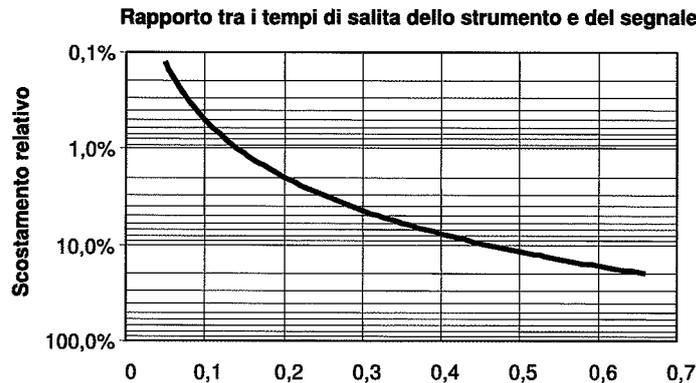


Figura 2.25: effetto del tempo di salita dell'oscilloscopio sull'accuratezza della misura di T_s .

si può facilmente ricavare, applicando un semplice calcolo differenziale e nell'ipotesi che sia $T_r \ll T_s$, l'espressione approssimata:

$$\frac{T_v - T_r}{T_r} \cong \frac{T_s^2}{2T_r^2}. \quad (2.12)$$

Questa fornisce una semplice relazione tra il rapporto T_r/T_s e lo scostamento relativo del tempo di salita visualizzato da quello effettivo del segnale. La relazione esatta è invece riportata graficamente in Fig. 2.25: come si può osservare, quando il rapporto si avvicina al valore unitario lo scostamento può essere molto significativo.

Si noti che, ad esempio, la differenza tra il tempo misurato e quello effettivo può essere ridotta a meno del 2% se è soddisfatta la condizione: $T_r < (T_s/5)$. Quindi, se il fronte di salita del segnale considerato ha una durata stimata dell'ordine di qualche decina di ns, si dovrebbe utilizzare per la misura un oscilloscopio con tempo di salita non superiore a 10 ns. Questo corrisponde a richiedere una banda passante di almeno 35 MHz.

Va osservato che prendere come base il grafico di Fig. 2.25 per definire le specifiche di un oscilloscopio può portare a richieste molto restrittive. La condizione considerata è infatti quella che consente di riprodurre la forma d'onda accuratamente e nel massimo dettaglio. In pratica, è compito di un utilizzatore accorto decidere, in base alle proprie esigenze di misura, quale grado di dettaglio sia necessario per la propria analisi del segnale e, di conseguenza, stabilire le caratteristiche essenziali dell'oscilloscopio impiegato. Si consideri, ad esempio, la misura di un'onda "quadra" periodica, con periodo di 50 ns e fronti di salita e discesa di 5 ns. Un oscilloscopio con banda passante di 400 MHz permette di rilevare accuratamente sia il periodo, sia la durata dei tempi di salita e discesa, oltre ai livelli tensione del segnale. Si supponga di utilizzare invece uno strumento la cui banda passante è di 100 MHz, per il quale $T_r = 3,5$ ns e, dunque, $T_r/T_s \cong 0,7$. Dal grafico di Fig. 2.25 si può rilevare che lo scostamento relativo è, in questo caso, del 20%: di conseguenza il tempo di salita visualizzato sarà circa 6 ns, anziché 5 ns. Evidentemente, questo non pregiudica in alcun modo la

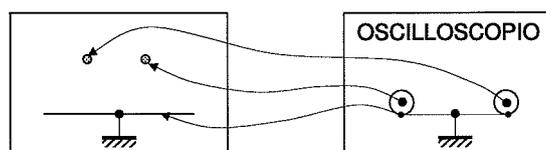


Figura 2.26: misura di tensioni differenziali utilizzando due canali di ingresso.

possibilità di misurare correttamente ampiezza e periodo dell'onda quadra analizzata. Una banda passante più ampia è quindi effettivamente necessaria solo per determinare alcuni parametri del segnale considerato. Poiché la larghezza di banda è tra i fattori che incidono maggiormente sul costo di uno strumento, è opportuno valutare realisticamente quali siano le effettive esigenze di impiego.

2.11 Misura di tensioni differenziali

L'oscilloscopio è uno strumento nel quale, di norma, il riferimento delle tensioni è collegato al potenziale di massa, come si è già indicato in Fig. 2.10. Questo è reso necessario, tra l'altro, da considerazioni sulla sicurezza dell'operatore, poiché gli ingressi dello strumento utilizzano in genere connettori coassiali, nei quali il conduttore esterno è liberamente accessibile e, quindi, non deve esporre l'operatore al rischio di entrare in contatto con potenziali elettrici pericolosi.

Questa caratteristica non permette una misura diretta di tensioni differenziali, ossia della differenza di potenziale tra due punti, nessuno dei quali vincolato al potenziale di massa. Un collegamento diretto tra i punti di misura e lo strumento, infatti, forzerebbe uno dei due punti ad assumere il potenziale di massa dello strumento stesso, falsando completamente la misura e creando potenziali rischi per l'integrità del circuito in esame. Per realizzare una misura differenziale sono possibili due soluzioni:

- misurare separatamente il potenziale rispetto a massa dei due punti ed utilizzare la funzione differenza, disponibile in qualunque oscilloscopio;
- utilizzare una sonda differenziale.

Nel primo caso, si utilizzano due canali di ingresso distinti, come indicato in Fig. 2.26; il loro riferimento è, necessariamente, comune e può essere collegato alla massa del circuito sottoposto a misura. I potenziali dei due punti di interesse⁹ sono trattati come due segnali differenti, che possono essere visualizzati come tali. Tuttavia l'oscilloscopio dispone in genere di una funzione differenza, che può essere realizzata in diversi modi e permette di visualizzare direttamente la differenza di potenziale tra i segnali presenti nei due canali.

In qualsiasi misura differenziale uno dei parametri più importanti da valutare è la reiezione alle componenti di modo comune del segnale. In questo caso, i due canali di ingresso dell'oscilloscopio sono utilizzati per realizzare una struttura differenziale, la cui reiezione dipende essenzialmente dalla propria simmetria, ossia dal grado di uguaglianza tra i canali. Nominalmente questi sono perfettamente uguali ma, in realtà, le loro caratteristiche si possono lievemente

⁹Più esattamente, le variazioni di potenziale di ciascun punto rispetto alla massa.

discostare l'una dall'altra: tenendo conto che l'accuratezza di un oscilloscopio è dell'ordine di 10^{-2} , si può ritenere che tali variazioni (mismatch) abbiano un valore relativo di circa un ordine di grandezza inferiore, ossia 10^{-3} . Indicate allora con v_1 e v_2 le tensioni misurate da ciascuno dei due canali, le corrispondenti indicazioni fornite dallo strumento si possono esprimere con $x_1 = G_1 \cdot v_1$ e $x_2 = G_2 \cdot v_2$, dove i due coefficienti di proporzionalità G_1 e G_2 rendono conto del comportamento dei due canali dell'oscilloscopio. La misura della differenza di potenziale è ottenuta calcolando la differenza $x_2 - x_1$ e moltiplicandola per il fattore di taratura nominale $1/G_0$; si avrà allora:

$$(v_2 - v_1)_{mis} = \frac{x_2 - x_1}{G_0} = \frac{G_2}{G_0} v_2 - \frac{G_1}{G_0} v_1. \quad (2.13)$$

Per quanto detto si può ritenere $G_1 \cong G_2$ ma, in generale, $G_1 \neq G_2 \neq G_0$. Supponendo, per semplicità, $G_0 = (G_1 + G_2)/2$, si può facilmente riscrivere l'espressione precedente nella forma:

$$(v_2 - v_1)_{mis} = v_2 - v_1 + \frac{G_2 - G_1}{G_0} \cdot \frac{v_2 + v_1}{2}, \quad (2.14)$$

che, come ci si può attendere per una misura differenziale, indica la presenza di un termine proporzionale alla tensione di modo comune tra v_1 e v_2 . Il peso di questo termine è determinato dal coefficiente di reiezione alla tensione di modo comune che, per la misura in questione, è dato dal rapporto: $(G_2 - G_1)/G_0$. Come si nota, tale rapporto esprime proprio il *mismatch* relativo tra i due canali dello strumento.

Sulla base di queste relazioni si possono facilmente valutare i limiti di applicabilità di questo metodo di misura differenziale: soprattutto quando siano in gioco tensioni differenziali di ridotta entità, oppure in presenza di significative componenti di modo comune, le indicazioni ottenute con una misura per differenza possono scostarsi significativamente dai valori corretti.

L'impiego di sonde differenziali permette di superare gli inconvenienti appena descritti, poiché tali sonde utilizzano amplificatori differenziali con alta impedenza di ingresso, forte amplificazione ed un elevato fattore di reiezione alle tensioni di modo comune. Si tratta quindi di sonde in grado di garantire la sensibilità e l'immunità ai disturbi necessarie per la misura di tensioni differenziali anche molto piccole. La tensione di uscita è riferita al potenziale di massa dell'oscilloscopio ed ha ampiezza tale da poter essere agevolmente acquisita e visualizzata dallo strumento. Per contro, trattandosi di sonde attive, è necessario provvedere ad un'alimentazione, che può essere fornita da un alimentatore esterno o, in alcuni casi, direttamente dall'oscilloscopio al quale le sonde vengono collegate. Una operazione preliminare, fondamentale per eseguire correttamente una misura, è poi quella di azzerare la tensione di offset della sonda stessa prima di acquisire il segnale di interesse. Va ricordato che, a differenza delle sonde passive, le sonde differenziali hanno spesso costi non trascurabili, giustificati però dalla complessità della loro struttura e dalle prestazioni che esse offrono.

Capitolo 3

Oscilloscopio digitale

3.1 Introduzione

Nel capitolo precedente sono state descritte le funzioni principali dell'oscilloscopio, prescindendo per quanto possibile dal riferirle a specifiche realizzazioni circuitali. Si è così individuato un insieme di funzioni base proprie di questa categoria di strumenti, che devono necessariamente essere presenti in qualsiasi oscilloscopio, sia esso realizzato con tecnologia analogica oppure digitale. L'analisi del comportamento del canale di ingresso ha reso necessaria l'introduzione di alcuni schemi circuitali, per altro molto semplificati. Questi tuttavia rimangono validi per descrivere il comportamento di qualunque tipo di oscilloscopio, in quanto il canale di ingresso è, sempre e comunque, una struttura analogica. Se ne possono quindi evidenziare caratteristiche e limiti, allo scopo di valutare il grado di fedeltà con cui la traccia visualizzata sullo schermo dello strumento riproduce il segnale.

Attualmente la quasi totalità degli oscilloscopi viene realizzata con tecnologie digitali. Ciò significa che il blocco di acquisizione e visualizzazione è in realtà un complesso sistema numerico di acquisizione ed elaborazione dei segnali. Dal punto di vista concettuale, il suo funzionamento si può descrivere attraverso i principi dell'elaborazione numerica dei segnali; la pratica realizzabilità delle funzioni richieste e le prestazioni ottenibili dipendono però in modo determinante dalla potenza di elaborazione dei processori numerici con i quali lo strumento è realizzato.

È interessante osservare che negli oscilloscopi digitali più recenti alcune funzioni o modalità di visualizzazione tendono a riprodurre comportamenti tipici degli oscilloscopi analogici. Ad esempio, la persistenza della traccia sullo schermo può essere regolata; in alcuni casi, lo spessore e l'intensità luminosa della traccia vengono fatti dipendere dalle caratteristiche locali del segnale. Da un lato, questo risente del fatto che molti operatori hanno familiarità con il comportamento degli oscilloscopi analogici, ancora ampiamente diffusi. Va anche ricordato, però, che determinate caratteristiche "analogiche" di una traccia possono facilitare l'interpretazione qualitativa del segnale, rendendola più intuitiva ed agevolando anche successive analisi più rigorose.

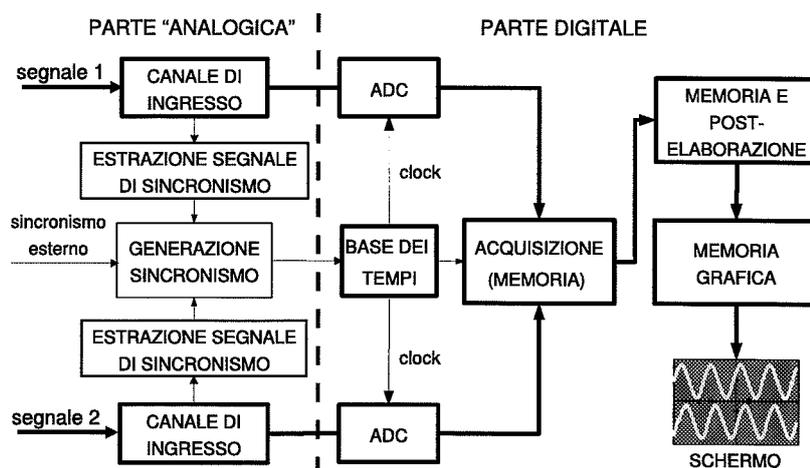


Figura 3.1: schema di principio di un oscilloscopio digitale.

3.2 Oscilloscopio digitale: schema funzionale

Uno studio più approfondito del comportamento di un oscilloscopio digitale può essere fatto considerandone uno schema funzionale più dettagliato, nel quale il blocco di acquisizione e visualizzazione sia suddiviso negli elementi che lo compongono. Nello schema di principio di Fig. 3.1, tali elementi sono evidenziati con bordi più spessi. Va sempre tenuto presente che la struttura qui raffigurata si presta ad una descrizione di massima dei meccanismi di funzionamento di un oscilloscopio digitale, ma non ha la pretesa di descrivere con precisione una architettura reale.

Come si è detto, le caratteristiche del **canale di ingresso** sono in gran parte indipendenti da quelle dell'architettura interna. Anche i circuiti di estrazione e generazione del **sincronismo** sono, in linea di principio, simili a quelli già introdotti nel capitolo precedente. In Fig. 3.1 questi elementi sono stati raggruppati nella cosiddetta parte analogica dello strumento. Si tratta infatti di circuiti elettronici dedicati ad operazioni di condizionamento ed elaborazione del segnale, per le quali non vi sono sostanziali differenze funzionali tra oscilloscopi analogici ed oscilloscopi digitali.

In questi ultimi tuttavia le impostazioni dei parametri di funzionamento sono controllate da un processore interno, cosa che consente anche l'eventuale gestione dello strumento da parte di un elaboratore collegato allo strumento. Ciò significa che, ad esempio, il guadagno degli amplificatori è programmabile e che gli interruttori o deviatori (modalità di accoppiamento, pendenza del *trigger*, ecc.) sono controllati da segnali digitali. Da un punto di vista pratico, tasti e manopole presenti sul pannello frontale dello strumento vanno considerati come pure e semplici interfacce tra l'operatore ed il processore interno preposto alla gestione dello strumento. Per ciò che riguarda il sincronismo, uno strumento digitale consente in genere di definire condizioni più articolate e complesse.

La disponibilità di **memoria** è tra le principali caratteristiche degli oscilloscopi digitali e dà la possibilità di conservare i segnali acquisiti, di sottoporli a successive elaborazioni, oppure di confrontarli con altri segnali acquisiti in

tempi e condizioni diverse. Nell'insieme, l'architettura di un moderno oscilloscopio digitale è quella di un **sistema di acquisizione ad alta velocità**, nel quale assume grande importanza garantire una **cadenza di aggiornamento della traccia** molto alta. Attualmente, si raggiungono cadenze dell'ordine di varie migliaia di tracce al secondo. La dimensione della memoria è indicata dal numero di campioni che questa può contenere; può variare tra poche migliaia e varie decine di milioni di campioni. Poiché gli strumenti hanno in genere più canali di ingresso, è conveniente però fare riferimento al numero massimo di campioni associato a ciascun canale, detto **profondità di memoria** dello strumento. Può accadere infatti che la memoria complessivamente disponibile sia variamente ripartita a seconda del numero di canali di ingresso attivati per la misura.

Il blocco di acquisizione si basa su un **convertitore analogico-digitale**, che acquisisce i campioni del segnale da misurare, ne quantizza le ampiezze e trasferisce i corrispondenti valori numerici alla memoria, con la cadenza imposta dalla **base dei tempi**. La **risoluzione del convertitore** è in genere pari a **8 bit**, così che l'ampiezza del segnale campionato viene quantizzata su un massimo di $2^8 = 256$ livelli¹.

Una specifica importante riguarda la massima **frequenza di campionamento** alla quale il convertitore può operare. Per garantire sempre una acquisizione corretta tale frequenza va posta in relazione con la massima larghezza di banda disponibile per i segnali in ingresso della quale, in teoria, deve essere almeno doppia. Si deve quindi fare riferimento alla **banda passante dello strumento B** , che corrisponde a quella del canale di ingresso e, per questa ragione, è detta talvolta banda passante *analogica*. In genere per gli oscilloscopi essa è piuttosto ampia: gli strumenti più comuni hanno una banda di 100 MHz, ma va diffondendosi l'impiego di oscilloscopi con banda passante di 300-500 MHz e ve ne sono alcuni con banda dell'ordine di qualche GHz. Tenendo conto della non idealità del canale di ingresso, ossia del fatto che, per $|f| > B$, l'attenuazione dei segnali non è infinita, i costruttori introducono in genere un fattore di sovraccampionamento almeno del 20-25%. Ciò significa che, se la condizione teorica è $f_S > 2 \cdot B$, in pratica si avrà almeno $f_S > 2.5 \cdot B$. Di conseguenza le frequenze di campionamento sono comprese tra qualche centinaio di MHz e qualche GHz. I convertitori analogico-digitali impiegati negli oscilloscopi digitali sono progettati per operare a queste frequenze di campionamento massime.

La **base dei tempi** fornisce il *clock* di campionamento al convertitore analogico-digitale e, più in generale, assicura che le informazioni di misura siano associate ad un corretto riferimento temporale. Come si vedrà meglio in seguito, questo richiede la capacità di adattare la cadenza di acquisizione in base ai diversi valori del **fattore di scala orizzontale** che l'operatore può impostare. Se si indica con T_W l'**intervallo di osservazione** e con N la profondità di memoria dello strumento, è logico supporre che ciascun campione disti da quello immediatamente successivo (o precedente) di un tempo T_W/N . Poiché variare il fattore di scala equivale a considerare intervalli di osservazione di diversa durata, qualunque variazione dell'intervallo di osservazione può comportare anche una diversa distanza temporale tra due campioni memorizzati in celle consecutive.

Si può notare come lo schema di Fig. 3.1 comprenda ben tre diverse me-

¹Alcuni strumenti utilizzano convertitori a 10 o 12 bit; raramente si trovano convertitori a 6 bit, utilizzati per velocità di conversione molto alte.

memorie per i dati numerici, aventi caratteristiche molto differenti tra loro. La **memoria di acquisizione** è una memoria temporanea alla quale vengono trasferiti i campioni acquisiti, a mano a mano che questi vengono resi disponibili dal convertitore analogico-digitale. Si caratterizza in primo luogo per la velocità, ossia per i tempi di accesso molto ridotti con cui si possono scrivere dati nelle sue celle. La **memoria di visualizzazione** è una memoria grafica, ossia è organizzata al fine di contenere le informazioni di misura nel formato in cui queste verranno presentate sullo schermo dello strumento.

Tra queste due memorie se ne trova un'altra, variamente denominata come **memoria di forma d'onda** o **memoria di post-elaborazione**. Al termine di ogni acquisizione l'intera sequenza di campioni viene trasferita dalla memoria di acquisizione a questa memoria. I dati rimangono così disponibili per successive elaborazioni, necessarie sia per la visualizzazione, sia per gli algoritmi numerici con cui lo strumento può implementare una varietà di funzioni di misura.

La presenza di una memoria intermedia consente di rendere più veloce il ciclo di funzionamento dello strumento, riducendo il tempo di ripristino per la successiva acquisizione al solo tempo necessario a trasferire i dati dalla memoria di acquisizione. In questo modo, le attività di acquisizione dei segnali e di elaborazione numerica possono procedere in parallelo.

È evidente che questo comporta la necessità di una adeguata architettura hardware all'interno dello strumento. Un oscilloscopio digitale si può immaginare come un **sistema multiprocessore** piuttosto complesso, che comprende:

- un processore dedicato alla gestione complessiva dello strumento, allo scambio di informazioni e comandi con l'operatore tramite il pannello frontale ed alla gestione dell'interfaccia dati verso elaboratore o rete;
- un processore dedicato alla presentazione grafica delle misure sullo schermo;
- un processore destinato all'elaborazione numerica dei campioni acquisiti, che implementa i numerosi algoritmi utilizzati dallo strumento.

Si deve ricordare che ogni acquisizione genera una notevole quantità di dati, il cui trasferimento tra le diverse memorie deve essere gestito in modo efficiente. La comunicazione avviene tramite *bus* paralleli, solitamente dedicati esclusivamente ai dati di misura e distinti dagli altri *bus* presenti in un qualsiasi sistema digitale. Il trasferimento dei dati può essere attuato con metodi di *direct memory access* (DMA), che permettono di demandare le operazioni di trasferimento ad un controllore dedicato, liberando risorse dei processori.

Per quanto riguarda la **visualizzazione**, si può ricordare che lo schermo di un oscilloscopio digitale ha le stesse caratteristiche di un monitor digitale. Se ne possono dare, ad esempio, le specifiche in termini di formato e numero di pixel ed è ormai comune l'impiego di schermi a colori. Tuttavia, interessa qui discutere le funzionalità direttamente legate alla misura, ossia la possibilità di osservare sullo schermo l'andamento di un segnale e di determinare le coordinate di un qualsiasi punto della traccia. A questo scopo sullo schermo viene presentato un reticolo graduato, che ha lo scopo di facilitare una prima valutazione approssimata delle grandezze considerate. Per la misura vera e propria si utilizzano invece dei cursori, presentati come rette orizzontali o verticali sullo schermo, che possono essere posizionati dall'operatore. Lo strumento determina la loro posizione tenendo conto dei fattori di scala impostati, così da poter

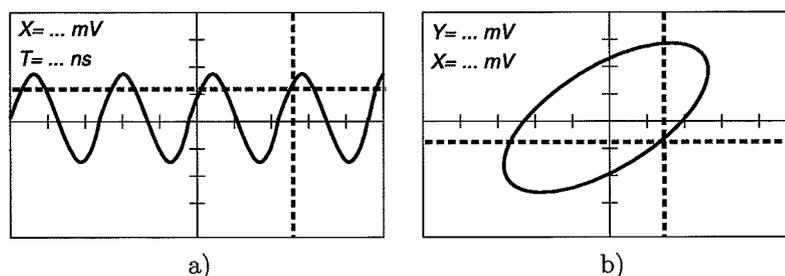


Figura 3.2: misure tramite cursori in un oscilloscopio digitale (si noti che l'indicazione è, di norma, riportata sullo schermo): a) cursori per ampiezza e tempo; b) modalità XY: sia il cursore orizzontale, sia quello verticale danno indicazioni di ampiezza.

fornire direttamente sullo schermo un'indicazione tarata con le unità di misura appropriate. Un esempio è dato in Fig. 3.2.

La **risoluzione** della misura effettuata tramite cursori si può determinare direttamente valutando quale sia la minima variazione di posizione ottenibile. Sull'asse verticale ciò dipende dal numero di livelli di quantizzazione del convertitore analogico-digitale: la risoluzione Δ_V corrisponde quindi al passo di quantizzazione.

Esempio

Si consideri un fattore di scala verticale di 100 mV/div. Di norma negli oscilloscopi digitali l'asse verticale è suddiviso in 8 divisioni; l'estensione della scala verticale è quindi di 800 mV. Per un convertitore A/D ad 8 bit, si hanno 256 livelli e la risoluzione di ampiezza è di $800/2^8 = 800/256 = 3.125$ mV. Se il fattore di scala prescelto fosse di 500 mV/div l'estensione della scala sarebbe invece di 4 V e la risoluzione di 15.625 mV.

La risoluzione espressa in termini relativi al fondo scala o, più esattamente, al campo di valori visualizzato è in entrambi i casi pari a $1/256 \cong 0.4\%$.

Può anche accadere che l'asse verticale sia suddiviso in un numero di intervalli che non coincide esattamente con il numero di livelli del quantizzatore. In genere questo è fatto per facilitare i calcoli: ad esempio, si potrebbero avere 200 intervalli anziché 256, nel qual caso la risoluzione sarebbe di 4 mV. In questo caso il convertitore è in grado di accettare anche segnali di ampiezza maggiore di quella del campo di valori visualizzabile. Si tratta di dettagli che è consigliabile verificare, esaminando le specifiche o agendo direttamente sullo strumento.

La **risoluzione temporale** Δ_T (per i segnali visualizzati in modalità X-T) è determinata in modo analogo. Infatti per quanto riguarda la posizione del cursore l'asse orizzontale, la cui estensione coincide con l'intervallo di osservazione T_W , si può considerare suddiviso in un certo numero di intervalli, detti anche *time slot*. Valori tipici per tale numero, che verrà indicato in seguito con N_V , sono 400 o 500. La risoluzione temporale espressa in termini relativi

al fondo scala o, più esattamente, all'intervallo temporale visualizzato è pari a $1/N_V$ ed è dunque dell'ordine dello 0.2 - 0.25%.

Esempio

Si consideri un fattore di scala orizzontale di $10 \mu\text{s}/\text{div}$. Negli oscilloscopi digitali l'asse orizzontale è suddiviso in 10 divisioni; l'estensione della scala orizzontale è quindi $T_W = 100 \mu\text{s}$. Se $N_V = 500$ la risoluzione temporale è di $10^{-4}/500 = 200 \text{ ns}$. Se il fattore di scala prescelto fosse di $5 \text{ ms}/\text{div}$ l'estensione della scala sarebbe invece di 50 ms e la risoluzione di $100 \mu\text{s}$.

È importante osservare che la risoluzione temporale propria delle misure mediante cursore non coincide sempre con il minimo periodo di campionamento del convertitore A/D o con la distanza temporale che separa campioni consecutivi in memoria. Anzi, poiché in genere la profondità di memoria N è tale che $N_V \ll N$, accade spesso che la risoluzione temporale dei dati in memoria sia molto migliore di quella ottenibile sullo schermo. Nel seguito sarà utile tenere presente questa distinzione.

Per avere una precisa valutazione dell'accuratezza dello strumento è necessario prendere in considerazione vari fattori, il cui contributo all'incertezza complessiva varia a seconda del tipo di misura che si intende effettuare e del modo in cui l'oscilloscopio viene impostato. È possibile tuttavia dare qualche indicazione di massima, che permette di stabilire almeno gli ordini di grandezza.

Per quanto riguarda l'incertezza delle misure di ampiezza, si può ritenere che, in uno strumento correttamente tarato, questa sia pari a circa 1-2% del campo di valori misurato.

Per le misure di intervalli temporali i fattori che contribuiscono all'incertezza sono la risoluzione temporale e l'accuratezza della base dei tempi. Si deve ricordare la distinzione tra la risoluzione Δ_T relativa alla traccia visualizzata e quella data dalla distanza tra campioni consecutivi in memoria. Anche quest'ultima si può esprimere in termini relativi all'intervallo temporale visualizzato ed è pari a $1/N \ll 1/N_V$. In genere i costruttori fanno in modo che il riferimento temporale abbia un'incertezza relativa dello stesso ordine di grandezza di $1/N$, di conseguenza per le misure effettuate direttamente sulla traccia visualizzata il suo contributo è trascurabile e l'incertezza è pari alla risoluzione Δ_T .

3.3 Oscilloscopio digitale: acquisizione

Il sistema di acquisizione di un oscilloscopio digitale si basa su convertitori analogico-digitali ad alta velocità; i campioni dei segnali presenti ai canali di ingresso vengono trasferiti alla memoria di acquisizione, caratterizzata da tempi di scrittura molto ridotti che consentono di ricevere il consistente flusso di dati generato dai convertitori².

²Se si considera che un oscilloscopio digitale con banda di 100 MHz può avere una frequenza di campionamento di almeno 250 MHz, ci si rende conto che il tempo a disposizione per la scrittura di un campione in memoria è inferiore a 4 ns; la cadenza di trasferimento dei dati (*transfer rate*), per un convertitore ad 8 bit, è di 250 Mbyte/s. Strumenti con prestazioni migliori possono richiedere *transfer rate* di qualche Gbyte/s.

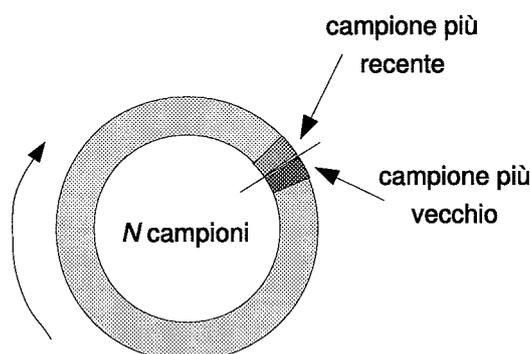


Figura 3.3: la memoria di acquisizione vista come un buffer circolare.

In assenza di segnali di sincronismo, il sistema si può considerare in acquisizione continua. La memoria viene gestita come una coda FIFO (*first-in, first-out*): i campioni acquisiti vengono scritti nelle celle della memoria riempiendola progressivamente; quando questa è completamente piena, i successivi nuovi campioni prendono il posto di quelli più vecchi. Un modo diverso di descrivere questa situazione è quello di considerare la memoria come un *buffer* circolare, come indicato in Fig. 3.3.

Ad ogni modo il contenuto della memoria corrisponde all'osservazione del segnale in un intervallo di tempo finito. Indicata con f_S la massima frequenza di campionamento a cui il convertitore A/D dello strumento può operare, la minima separazione temporale tra due campioni consecutivi è $T_S = 1/f_S$. Di conseguenza, data la profondità di memoria N associata ad un canale, ad essa corrisponde l'intervallo minimo $N \cdot T_S$.

La regolazione del fattore di scala orizzontale dello strumento serve a stabilire qual è l'intervallo di osservazione T_W presentato sullo schermo dell'oscilloscopio. Scegliendo diversi valori del fattore di scala orizzontale, l'operatore può variare la durata di tale intervallo. Questo presuppone la capacità di adattare la modalità di acquisizione e memorizzazione dei campioni, poiché il valore di N è fisso ed è stabilito in sede di progetto dello strumento.

Per capire come venga eseguita l'acquisizione è utile fare riferimento al rapporto T_W/N , che indica qual è la separazione temporale tra campioni consecutivi che consente di far corrispondere esattamente il contenuto della memoria di acquisizione con l'intervallo T_W scelto dall'operatore. Se $T_W/N = T_S$, il sistema deve operare alla massima velocità, quindi tutti i campioni forniti dal convertitore A/D vengono trasferiti alla memoria. In queste condizioni viene utilizzata tutta la memoria a disposizione ed i campioni sono acquisiti con la miglior risoluzione temporale possibile. Per tutti gli altri casi si possono distinguere due situazioni, secondo il valore assunto dal rapporto T_W/N :

- $T_W/N > T_S$: in questo caso per riuscire a coprire l'intero intervallo desiderato la separazione tra i campioni in memoria deve essere superiore al minimo intervallo di campionamento T_S , altrimenti la profondità di memoria non sarebbe sufficiente a contenere tutti i campioni. Il blocco base dei tempi può intervenire in due modi equivalenti: riducendo la frequenza di *clock* f_S inviata al convertitore A/D, oppure attuando un'operazione

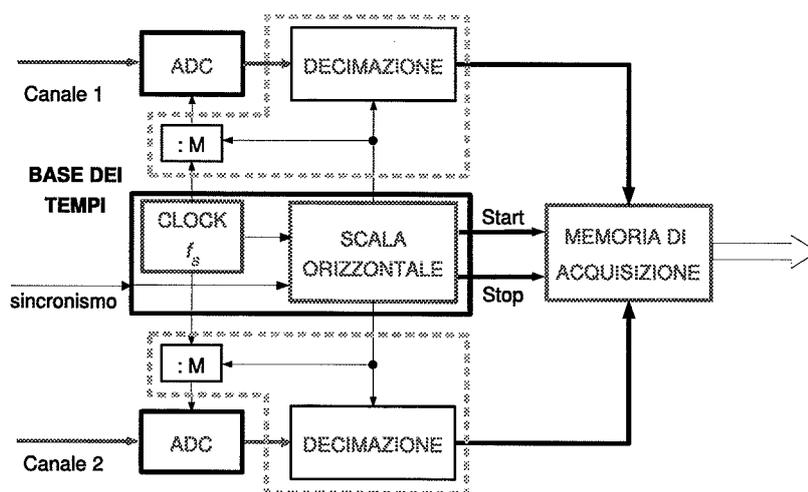


Figura 3.4: schema a blocchi del sistema di acquisizione in un oscilloscopio digitale.

di **decimazione** dei campioni prima della scrittura nella memoria di acquisizione. In entrambi i casi, lo scopo è quello di fare in modo che la distanza tra i campioni diventi proprio T_W/N ;

- $T_W/N < T_S$: in questa situazione l'intervallo che si vorrebbe osservare è inferiore all'intervallo minimo $N \cdot T_S$ che il sistema è in grado di coprire. D'altra parte, non è possibile ridurre ulteriormente la distanza tra campioni consecutivi, poiché T_S rappresenta un limite di funzionamento per l'intera struttura hardware del sistema di acquisizione. Lo strumento consente impostazioni di questo tipo, ma l'acquisizione interessa comunque N campioni e copre un intervallo più lungo di T_W , pari a $N \cdot T_S$.

Esempio

Si consideri un oscilloscopio digitale con frequenza di campionamento massima $f_S = 500$ MHz e si supponga che la sua profondità di memoria sia $N = 10^5$ campioni. Il periodo di campionamento minimo è $T_S = 2$ ns, pertanto il minimo intervallo temporale considerabile per l'acquisizione è $2 \times 10^{-9} \cdot 10^5 = 2 \times 10^{-4}$ s = 200 μ s.

Se il fattore di scala orizzontale prescelto è 10 μ s/div, l'intervallo di osservazione è $T_W = 100 \mu$ s. In questo caso l'acquisizione dura ugualmente 200 μ s, ma i campioni relativi all'intervallo desiderato sono la metà di quelli acquisiti.

Si supponga invece che il fattore di scala prescelto sia di 500 μ s/div: si ha $T_W = 5$ ms e $T_W/N = 5 \times 10^{-3}/10^5 = 50$ ns. L'acquisizione dura pertanto 5 ms, ma i campioni in memoria sono decimati di un fattore 25 rispetto a quelli forniti dal convertitore A/D, ossia ne viene memorizzato uno ogni 25 forniti.

Uno schema funzionale del sistema di acquisizione è illustrato in Fig. 3.4. Come si vede, il blocco denominato **base dei tempi** interagisce sia con i conver-

titori A/D, sia con la memoria di acquisizione. Sono evidenziate, racchiuse nel riquadro tratteggiato, le due possibilità di modificare la cadenza con cui i campioni sono memorizzati: mediante una riduzione della frequenza di *clock*, oppure mediante decimazione (o mediante una combinazione delle due). La base dei tempi ha il compito di determinare opportuni valori dei fattori di decimazione, in base al valore di T_W conseguente al fattore di scala orizzontale impostato.

Il fatto che lo strumento possa trovarsi ad acquisire campioni ad una frequenza di campionamento effettiva inferiore ad f_S richiede alcune precisazioni. È noto, dai teoremi relativi al campionamento dei segnali, che la frequenza di campionamento utilizzata deve essere almeno doppia della massima frequenza del segnale considerato. Nel caso di una riduzione della frequenza di campionamento sarebbe necessario anteporre al convertitore A/D un filtro passa-basso, detto **filtro anti-aliasing** che riduca proporzionalmente la banda del segnale, in modo da garantire la correttezza del campionamento ed evitare l'insorgere di effetti di *aliasing*³.

Si ricordi che la riduzione della frequenza di campionamento rispetto ad f_S ha luogo per qualsiasi valore del fattore di scala per cui si abbia $T_W/N > T_S$. In questi casi, ad ogni diverso fattore di scala orizzontale corrisponde un differente intervallo di campionamento equivalente; pertanto, lo strumento dovrebbe disporre di tanti filtri *anti-aliasing* quante sono le possibili impostazioni.

Negli oscilloscopi digitali, di norma, i filtri *anti-aliasing* non sono presenti. Al di là del costo di implementazione, il loro impiego non è strettamente indispensabile, almeno per forme d'onda semplici. Si consideri ad esempio la misura di un segnale periodico: per visualizzarlo con un certo grado di dettaglio, si può supporre che l'operatore scelga un fattore di scala orizzontale che consente di presentare sullo schermo pochi periodi del segnale, tipicamente da 2 a non più di 5. In questo modo, il periodo di campionamento effettivo è tale da avere almeno $N_V/5$ campioni per periodo. Ipotizzando che, sullo schermo, l'asse orizzontale sia suddiviso in $N_V - 1 = 500$ intervalli, questo equivale a dire che la frequenza di campionamento effettiva è pari ad almeno 100 volte la frequenza fondamentale del segnale. In genere, questo è sufficiente ad evitare fenomeni di *aliasing*.

³Se viene attuata una decimazione, il filtro *anti-aliasing* può essere implementato in forma digitale, ossia come algoritmo numerico. Se invece viene ridotta la frequenza di *clock* del convertitore A/D, il filtro deve essere un filtro passa basso analogico.

Esempio

Si supponga di voler analizzare un'onda quadra periodica, con periodo di $100 \mu\text{s}$; allo scopo si impiega un oscilloscopio digitale con banda di 60 MHz, frequenza di campionamento massima $f_S = 200 \text{ MHz}$ e profondità di memoria $N = 10^4$ campioni per canale. Scegliendo un fattore di scala orizzontale di $20 \mu\text{s}/\text{div}$ si ottiene $T_W = 20 \mu\text{s} \times 10 = 200 \mu\text{s}$ e si visualizzano quindi esattamente due periodi dell'onda quadra.

Con questa impostazione risulta $T_W/N = 200 \mu\text{s}/10^4 = 20 \text{ ns}$ e, di conseguenza, la frequenza di campionamento effettiva è di 50 MHz (si osservi che $T_S = 5 \text{ ns}$). La frequenza fondamentale dell'onda quadra è di 10 kHz e le sue componenti armoniche si possono considerare significative fino a poco oltre 100 kHz. Pertanto, lo strumento campiona il segnale ad una frequenza 250 volte più alta del minimo indispensabile.

Nulla impedisce all'operatore di predisporre, ad esempio, un fattore di scala orizzontale di $10 \text{ ms}/\text{div}$. Ripetendo gli stessi passaggi fatti in precedenza, si troverebbe in tal caso $T_W = 100 \text{ ms}$ ed una frequenza di campionamento effettiva di 100 kHz, ossia inferiore a quella minima. Si noti però che, in queste condizioni, dovrebbero essere visualizzati sullo schermo 1000 periodi dell'onda quadra, cosa che rende impossibile interpretare le caratteristiche della traccia presentata sullo schermo.

La base dei tempi si occupa anche di generare i segnali di inizio e fine acquisizione da inviare alla memoria. A tale scopo essa fa riferimento al comando di sincronizzazione, generato dai circuiti di *trigger* dello strumento, in modo da garantire la corretta collocazione temporale di tali comandi ed assicurare che gli eventi di interesse cadano all'interno dell'intervallo di osservazione.

La presenza della memoria di acquisizione gestita come *buffer* circolare consente di organizzare il ciclo di funzionamento dello strumento in modo tale che, anche nella fase di attesa del *trigger*, esso acquisisca campioni del segnale. In un oscilloscopio digitale, la fase detta di **ripristino** serve a trasferire i dati acquisiti nella memoria di post-elaborazione. In questo intervallo di tempo l'acquisizione di nuovi campioni del segnale è necessariamente interrotta, in quanto è necessario salvaguardare i dati utili già presenti in memoria. Terminata questa fase, però, lo strumento può subito riprendere l'acquisizione. In assenza di un segnale di *trigger*, questa può continuare indefinitamente e la gestione FIFO fa sì che la memoria contenga sempre gli N campioni più recenti.

Con questa organizzazione il comando di sincronismo ha lo scopo di stabilire il **riferimento temporale** per l'asse dei tempi: l'evento che fa da *trigger* si può cioè associare all'istante che, sullo schermo dello strumento, corrisponde al tempo $t = 0$. La scelta della posizione di tale punto sull'asse dei tempi è lasciata all'operatore ed il blocco funzionale **base dei tempi** fa sì che il comportamento del sistema di acquisizione venga adattato di conseguenza. In Fig. 3.5 viene illustrata la gestione della memoria conseguente ad una data posizione del trigger.

Come si vede, il contenuto del buffer si può suddividere in due parti: i campioni acquisiti in istanti antecedenti il trigger (campioni *pre-trigger*) e quelli acquisiti successivamente (campioni *post-trigger*). In figura, ipotizzata la pro-

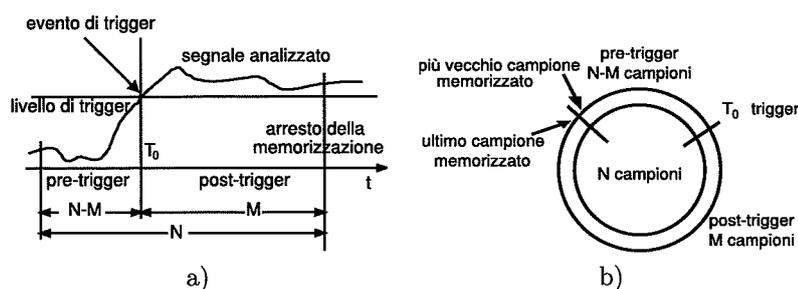


Figura 3.5: posizionamento dell'evento di *trigger* in un oscilloscopio digitale: a) posizione visualizzata sullo schermo; b) gestione della memoria di acquisizione.

fondità di memoria N , si hanno $N - M$ campioni *pre-trigger* ed M campioni *post-trigger*. In questo caso, una volta ricevuto il comando di sincronismo, lo strumento ha proseguito l'acquisizione per ulteriori M campioni, che sono stati scritti in memoria prendendo il posto dei campioni più vecchi. Assieme ad essi, sono stati mantenuti anche gli $N - M$ campioni più recenti acquisiti prima del comando di sincronismo.

Con riferimento alla Fig. 3.4 si può dunque pensare che la base dei tempi invii alla memoria il segnale di inizio acquisizione (*Start*) non appena terminata la fase di ripristino. Il segnale di fine acquisizione (*Stop*) dipende invece dal comando di sincronismo:

- se esso viene generato immediatamente, l'acquisizione viene subito interrotta e la memoria contiene soltanto campioni *pre-trigger*. Lo strumento visualizza cioè quanto è accaduto **prima** del comando di sincronismo. Poiché l'asse orizzontale ha come riferimento il comando di sincronismo, lo zero si trova all'estremità destra dello schermo e le indicazioni di tempo sono di segno negativo;
- se il comando di *Stop* viene generato con un ritardo pari ad M campioni, con $M < N$, lo strumento visualizza sia una parte di segnale *pre-trigger*, sia una parte *post-trigger*. Se $M = N$ lo zero si trova all'estremità sinistra dello schermo ed il tratto di segnale visualizzato è solo *post-trigger*;
- infine, lo strumento può consentire di impostare anche ritardi corrispondenti ad un numero di campioni più grande della profondità di memoria. In questo caso l'acquisizione prosegue più a lungo ed una parte dei campioni *post-trigger* viene a sua volta sovrascritta da campioni più recenti.

Quest'ultima situazione è presentata nella Fig. 3.6, dalla quale si può anche intuire l'utilità di questa acquisizione ritardata rispetto al *trigger*, nei casi in cui le caratteristiche del segnale misurato non consentano di individuare condizioni di *trigger* adeguate nelle immediate vicinanze della porzione di segnale di interesse.

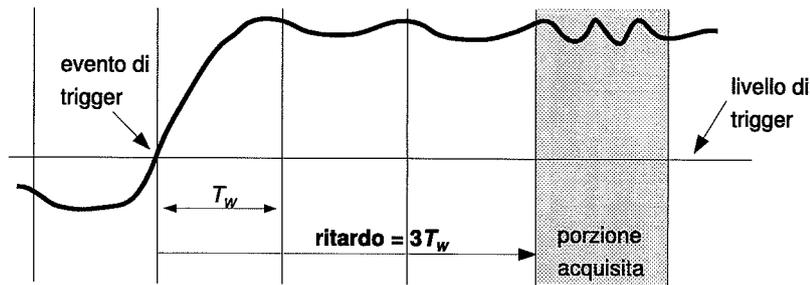


Figura 3.6: acquisizione ritardata rispetto al trigger.

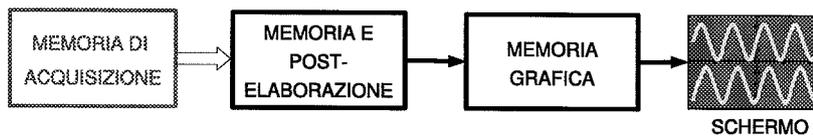


Figura 3.7: flusso dei dati tra le memorie dello strumento.

3.4 Oscilloscopio digitale: memorizzazione e visualizzazione

I dati acquisiti dallo strumento sono trasferiti alla memoria di forma d'onda (post-elaborazione), nella quale sono disposti sotto forma di vettore di campioni del segnale. Si ha cioè una sequenza di N valori del segnale, acquisiti con campionamento uniforme, che sono disponibili sia per eventuali elaborazioni, sia per il trasferimento al blocco di visualizzazione. L'indice che individua le singole celle di memoria indica la successione dei campioni nel tempo, mentre il contenuto di ciascuna cella è l'ampiezza del campione misurata dal convertitore analogico-digitale.

Va osservato che la memoria di acquisizione fa da punto di congiunzione tra due parti dello strumento:

- l'acquisizione, di cui si è parlato nel paragrafo precedente, caratterizzata dalla necessità di trasferire i dati ad alta velocità;
- l'elaborazione, nella quale processori dedicati servono sia ad implementare algoritmi di misura, sia a convertire i dati in un formato grafico adatto alla visualizzazione.

All'ingresso della memoria di acquisizione si ha cioè un flusso continuo di campioni, che viene interrotto soltanto durante la fase di ripristino. I dati in uscita, invece, sono trasferiti periodicamente, ma in grandi quantità. A valle della memoria di acquisizione, quindi, la struttura hardware dello strumento è progettata per trattare ed elaborare tali insiemi di campioni (Fig. 3.7). La velocità di elaborazione è richiesta per consentire un veloce aggiornamento della traccia.

Per la presentazione dei segnali misurati l'oscilloscopio digitale utilizza uno schermo analogo a quello di un monitor per computer. La scansione dello schermo avviene cioè per righe successive (*raster scan*) e le informazioni necessarie a costruire l'immagine sono contenute in una memoria grafica, organizzata come

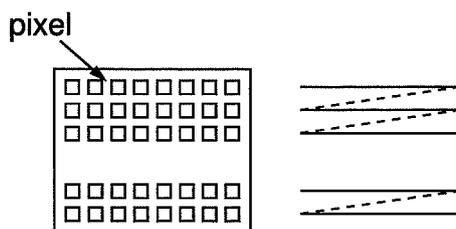


Figura 3.8: schermo *raster scan* utilizzato negli oscilloscopi digitali.

matrice di *pixel*, come indicato in Fig. 3.8. A ciascuna cella di memoria corrisponde un elemento di immagine (*pixel*) sullo schermo; il contenuto della cella è l'informazione relativa all'intensità luminosa ed, eventualmente, al colore, necessaria per comporre l'immagine. Ogni elemento della matrice è individuato da una coppia di indici, per riga e per colonna, che determinano la corrispondente posizione del *pixel* nell'immagine.

È evidente che le informazioni relative al segnale misurato richiedono una conversione al formato necessario per essere trasferite alla memoria di visualizzazione. Considerando per semplicità uno schermo monocromatico, sono sufficienti due soli livelli di intensità luminosa (acceso/spento); ci si rende conto allora che, per "disegnare" la traccia del segnale sullo schermo, si devono soltanto individuare i *pixel* da illuminare. A partire dal vettore di campioni contenuto nella memoria di forma d'onda si deve cioè determinare il sottoinsieme di *pixel* della matrice ai quali assegnare il livello di intensità luminosa "acceso". Non è difficile intuire che i *pixel* di tale sottoinsieme hanno come indice di colonna lo stesso indice utilizzato per il vettore di campioni; l'indice di riga è invece il valore stesso del campione.

Gli oscilloscopi digitali più economici di solito impiegano uno schermo monocromatico, talvolta a cristalli liquidi; gli strumenti recenti di migliori caratteristiche utilizzano un monitor a colori, cosa che consente di facilitare il riconoscimento di più tracce contemporaneamente presenti sullo schermo (assegnando a ciascuna un colore diverso). La memoria grafica di un monitor a colori contiene informazioni relative alle tre componenti cromatiche con l'indicazione dell'intensità di ciascuna. Questa caratteristica viene sfruttata per completare le informazioni fornite dallo schermo, consentendo di utilizzare scale di colori o scale di intensità luminosa per evidenziare alcune caratteristiche statistiche del segnale.

Creazione dell'immagine grafica

Nel paragrafo 3.2 si è detto che, per quanto riguarda il posizionamento del cursore, l'asse orizzontale dello schermo si considera suddiviso in un certo numero di intervalli N_V , tipicamente pari a 400-500. Si tratta di un numero in genere piccolo rispetto alla profondità di memoria N attualmente disponibile negli oscilloscopi digitali; d'altra parte considerazioni relative sia alla risoluzione grafica dello schermo, sia alla praticità di impiego del cursore stesso, suggeriscono questo valore. In termini di pura e semplice visualizzazione dei segnali, questa differenza tra N_V ed N potrebbe sembrare ingiustificata: supponendo che l'intervallo Δ_T sullo schermo coincida con l'intervallo di campionamento, sarebbe

infatti sufficiente una profondità di memoria $N = N_V + 1$. In realtà la maggiore estensione della memoria è giustificata dalla possibilità di svolgere varie elaborazioni sul segnale, alcune delle quali servono anche a rendere più significativa e completa l'informazione presentata sullo schermo.

Per capire quali operazioni sono necessarie nel passaggio alla memoria di visualizzazione, è utile fare riferimento sia al valore del rapporto T_W/N , sia alla risoluzione temporale $\Delta_T = T_W/N_V$ ottenibile nelle misure effettuate tramite i cursori sullo schermo. Anche in questo caso si distinguono più possibilità:

- se $T_W/N \geq T_S$ si deve passare dagli N campioni in memoria ad una traccia suddivisa in N_V intervalli, con $N_V \ll N$. È quindi necessaria una nuova **decimazione** di un fattore N/N_V : questa può essere eseguita con diverse modalità, che permettono di estrarre dai campioni memorizzati una varietà di informazioni importanti;
- se $T_W/N < T_S$, ma $\Delta_T > T_S$ è ancora necessaria una **decimazione**, ma il fattore di decimazione è via via minore, al diminuire di T_W . Si ricordi, infatti, che quando $T_W/N < T_S$ non viene eseguita alcuna decimazione in fase di acquisizione e l'intervallo di osservazione T_W è coperto da un sottoinsieme dei campioni acquisiti;
- se si ha esattamente $\Delta_T = T_S$, i campioni all'interno della finestra temporale T_W sono direttamente trasferiti alla visualizzazione;
- infine, se il fattore di scala prescelto è tale da avere $\Delta_T < T_S$, i campioni disponibili sono in numero minore di $N_V + 1$. In questo caso la risoluzione temporale per la traccia visualizzata viene aumentata facendo ricorso ad algoritmi numerici di **interpolazione temporale**, grazie ai quali il valore assunto dal segnale nei punti intermedi tra due campioni effettivi può essere calcolato.

A differenza di quanto accade nella fase di acquisizione, la decimazione effettuata nel passaggio dalla memoria di forma d'onda alla memoria di visualizzazione non comporta una totale perdita di informazione, nel senso che i campioni rimangono comunque tutti disponibili nella memoria di forma d'onda. Qualora la traccia visualizzata non sia adeguata per il tipo di misura da svolgere, è possibile leggere direttamente tali campioni e trasferirli ad un elaboratore.

Si può osservare che il rapporto T_W/N , che determina la risoluzione Δ_T , individua l'estensione di un intervallo temporale, o *time slot*, all'interno del quale si trova un numero di campioni M , corrispondente al fattore di decimazione necessario. La decimazione consiste appunto nello scegliere uno tra questi M campioni, ma in un oscilloscopio digitale essa può anche essere realizzata in modo più complesso, al fine di presentare sullo schermo un'informazione quanto più completa possibile.

La modalità di decimazione più semplice utilizzata nello strumento è quella **uniforme**: viene mantenuto un campione ogni M , utilizzando un passo di decimazione costante. L'effetto equivale a passare ad un intervallo di campionamento uniforme di durata M volte maggiore. Questo può creare qualche difficoltà nel caso di segnali periodici, quando la frequenza di campionamento effettiva e la frequenza fondamentale del segnale da analizzare siano tra loro in relazione

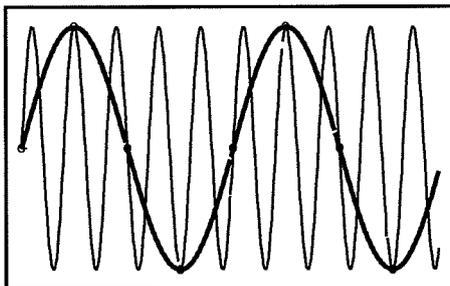


Figura 3.9: effetto di *aliasing*: il segnale visualizzato è raffigurato con una frequenza 5 volte più bassa.

secondo un rapporto intero. È infatti possibile che, a causa dell'*aliasing*, l'oscilloscopio visualizzi in modo apparentemente corretto il segnale, ma gli attribuisca una frequenza completamente diversa, come illustrato in Fig. 3.9.

Alcuni strumenti utilizzano in alternativa la decimazione **su base aleatoria**. Questa consiste, a parità di fattore di decimazione M , nel suddividere la sequenza acquisita in sottoinsiemi di M campioni consecutivi per ciascun *time slot*, da ognuno dei quali viene estratto un campione in modo casuale. Si può osservare che così l'intervallo di campionamento è solo **mediamente** aumentato di un fattore M , ma in questo modo è di molto ridotta la possibilità che si verifichino errori di interpretazione della traccia dovuti ad *aliasing*. Si ha però come conseguenza un peggioramento dell'accuratezza, in quanto questa modalità di decimazione equivale ad ipotizzare un'incertezza del *clock* di campionamento pari a Δ_T .

Infine, negli strumenti più recenti le informazioni disponibili sono sfruttate per ottenere informazioni statistiche sul comportamento del segnale, che vengono visualizzate utilizzando in modo più completo le potenzialità della memoria grafica. Ad esempio, il sottoinsieme di M campioni corrispondenti ad un *time slot* si può considerare come un'informazione **locale** sul comportamento del segnale. Se ne può quindi ricavare un **istogramma delle ampiezze** degli M campioni. Nella matrice di pixel dello schermo a ciascun *time slot* è associato, come sempre, un unico valore dell'indice di colonna; l'istogramma serve invece ad individuare un **gruppo** di pixel ai quali sono associati diversi livelli di intensità.

Negli oscilloscopi digitali sono spesso implementate altre modalità di decimazione, che fanno ricorso ad elaborazioni sui campioni depositati nella memoria di forma d'onda. Per questa ragione, esse costituiscono specifiche funzioni di misura e non vanno considerate come alternative alle modalità sopra descritte:

Rivelazione di picco: la sequenza acquisita viene suddivisa in sottoinsiemi di M campioni consecutivi, da ciascuno dei quali viene estratto il campione la cui ampiezza, in valore assoluto, si discosta di più dalla media. In questo modo eventi di breve durata, ma di ampiezza significativa, sono comunque messi in evidenza;

Rivelazione di involuppo: la sequenza acquisita viene suddivisa in sottoinsiemi di M campioni consecutivi, da ciascuno dei quali vengono estratti i

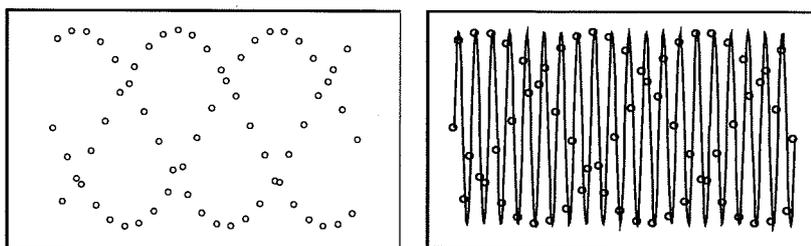


Figura 3.10: *aliasing* percettivo.

due campioni con ampiezza massima e minima. Si ottengono in tal modo **due** curve, che descrivono l'involuppo del segnale misurato;

Smoothing o incremento di risoluzione: la sequenza acquisita viene suddivisa in sottoinsiemi di M campioni consecutivi e per ciascuno si considera il valore medio. Questa modalità è talvolta indicata come *smoothing*, in quanto l'operazione di calcolo della media consente di ridurre eventuali irregolarità del segnale; in altri strumenti è indicata come "aumento di risoluzione" (*resolution enhancement*), poiché considerare il valore medio tra M campioni equivale, sotto certe ipotesi, a considerare un convertitore analogico-digitale con un maggior numero di bit.

Gli algoritmi di **interpolazione** sono utilizzati quando i campioni a disposizione sono in numero ridotto, tale da rendere difficile l'interpretazione della traccia visualizzata. Un fenomeno caratteristico, detto ***aliasing percettivo***, è illustrato in Fig. 3.10: la sinusoide raffigurata è stata acquisita rispettando le condizioni teoriche che riguardano il campionamento, tuttavia una corretta interpretazione della traccia non è possibile se i punti corrispondenti a ciascun campione non sono uniti tramite una curva interpolatrice.

Le ragioni di questa difficoltà di interpretazione sono riconducibili, da un lato, alla tendenza del cervello umano a considerare punti geometricamente vicini come appartenenti ad una stessa curva; l'osservatore tende cioè a non tener conto del fatto che i campioni sono visualizzati in un ordine progressivo secondo la variabile tempo. D'altra parte, si deve anche ricordare che, da un punto di vista teorico, l'aver campionato correttamente un segnale garantisce di non averne alterato il contenuto di informazione, ma non assicura di poterne interpretare correttamente l'andamento dall'osservazione dei soli campioni.

Gli algoritmi di interpolazione temporale servono appunto a ricostruire l'andamento di un segnale nei punti intermedi tra i campioni. L'algoritmo più semplice è quello di **interpolazione lineare**: punti consecutivi vengono uniti mediante segmenti di retta, come si può vedere in Fig. 3.11. Il metodo è semplice, ma non molto accurato; per ottenere risultati accettabili è necessario avere un campionamento abbastanza fitto. Nel caso di una sinusoide, per fare in modo che l'errore di ricostruzione (ossia lo scostamento tra la curva originale e quella ricostruita) sia sempre inferiore all'1% è necessario disporre di almeno 10 campioni per periodo, pari ad un fattore di sovraccampionamento di 5.

Dalla teoria è noto che la ricostruzione di un segnale campionato si realizza in modo esatto mediante una funzione interpolatrice di tipo $\text{sen}(x)/(x)$. Tale funzione ha estensione temporale infinita e non è quindi considerabile in pratica.

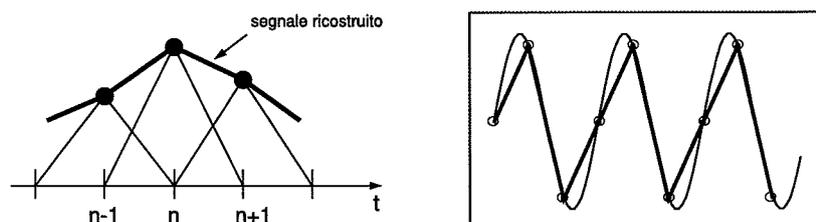


Figura 3.11: esempio di interpolazione lineare di un segnale campionato.

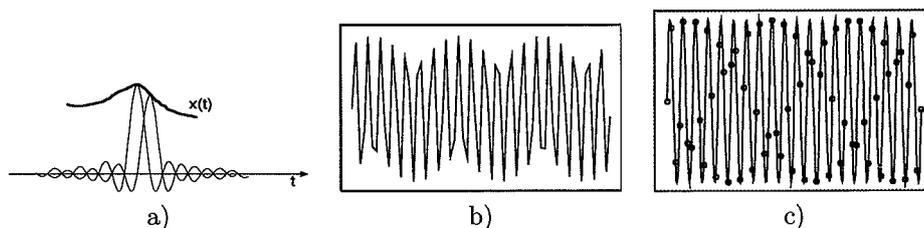


Figura 3.12: a) esempio di interpolazione mediante una approssimazione della funzione $\text{sen}(x)/(x)$; b) approssimazione lineare nel caso di un segnale sinusoidale; c) approssimazione $\text{sen}(x)/(x)$ nel caso di un segnale sinusoidale.

Vi sono però funzioni che la approssimano e consentono di ottenere buoni risultati anche interpolando un numero piuttosto ridotto di campioni. In Fig. 3.12 è presentato un esempio di interpolazione di una sinusoide: a parità di campioni disponibili, l'uso di una approssimazione della funzione $\text{sen}(x)/(x)$ dà risultati migliori. Questo si traduce nel fatto che, a parità di errore di ricostruzione desiderato, il fattore di sovraccampionamento richiesto è minore, in genere circa pari a 2.

3.5 Analisi di forme d'onda su base statistica

Gli oscilloscopi digitali consentono spesso di utilizzare le loro capacità di acquisizione ed elaborazione per effettuare un'analisi statistica delle forme d'onda misurate. Nei casi più semplici gli strumenti mettono a disposizione algoritmi per l'estrazione di alcuni parametri statistici elementari, ma non è raro trovare capacità di analisi più sofisticate. Un modo di realizzarle consiste nello sfruttare le caratteristiche della memoria di visualizzazione, potenziandone alcune funzioni.

Come si è detto, la memoria di visualizzazione è organizzata come una matrice a due dimensioni di celle di memoria. Si supponga, ad esempio, che a ciascuna cella sia associato un contatore, che viene incrementato ogni volta che l'oscilloscopio digitalizza un campione avente livello di quantizzazione ed indice temporale corrispondenti agli indirizzi di riga e di colonna della cella stessa. In questo modo tramite la memoria di visualizzazione si può ottenere un **istogramma bidimensionale** del processo aleatorio che ha generato la forma d'onda acquisita (Fig. 3.13).

Questo permette, in primo luogo, di dare un'indicazione visiva dell'andamento più frequente del segnale, basata su più livelli di intensità luminosa oppure

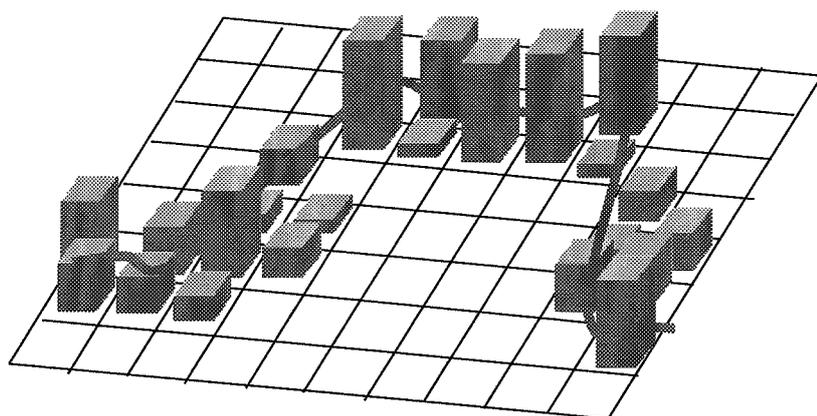


Figura 3.13: uso della memoria di visualizzazione come istogramma bidimensionale (esempio: onda quadra).

su una scala di colori. A partire da un istogramma bidimensionale si possono poi estrarre parametri molto significativi nell'analisi di una forma d'onda. Come esempio, si consideri il caso di un'onda quadra. Nelle situazioni reali, un segnale di questo tipo è caratterizzato da fronti di salita e discesa ripidi, ma non verticali; sono inoltre possibili oscillazioni in corrispondenza ai fronti, con sovraelongazioni significative. Quest'ultima caratteristica fa sì che non sia corretto stimare l'ampiezza di un'onda quadra mediante la determinazione del valore picco-picco della traccia visualizzata.

Una misura più corretta può consistere nella determinazione dei livelli effettivi (alto e basso) del segnale. A questo scopo si deve considerare un istogramma di ampiezza del segnale, ottenuto a partire da quello bidimensionale di Fig. 3.13 sommando i valori di tutte le celle associate allo stesso livello di ampiezza, ossia procedendo lungo le righe della matrice di pixel. Si può intuire che l'istogramma di ampiezza per un'onda quadra reale approssima una densità di probabilità bimodale, ossia con due picchi distinti. Una stima sufficientemente accurata dei due livelli di tensione cercati (denominati, rispettivamente, *top line* e *base line*) si può ottenere considerando separatamente i sottoinsiemi di valori dell'istogramma nell'intorno dei due massimi relativi e calcolandone i rispettivi valori medi. Come si può osservare in Fig. 3.14, questo modo di procedere permette di stimare i livelli corretti anche nel caso di variazioni dei livelli di tensione dovute ad oscillazioni.

A partire da queste informazioni, l'analisi può essere ulteriormente sviluppata. Ad esempio, la media dei due livelli misurati individua una soglia pari al 50% dell'escursione di tensione dell'onda quadra. La riga corrispondente nella memoria dell'oscilloscopio fornisce l'istogramma dei tempi di attraversamento, dal quale si può ottenere una misura più accurata della durata del tratto a livello alto e di quello a livello basso e quindi una stima del *duty cycle*.

Va osservato che queste misure vengono ottenute su base statistica; è quindi necessario garantire una adeguata numerosità campionaria. Nei casi in cui la misura utilizzi il contenuto di un ridotto numero di celle di memoria, il tempo di osservazione richiesto può essere particolarmente lungo. In ogni caso è opportuno verificare su quante osservazioni si basano le stime ottenute.

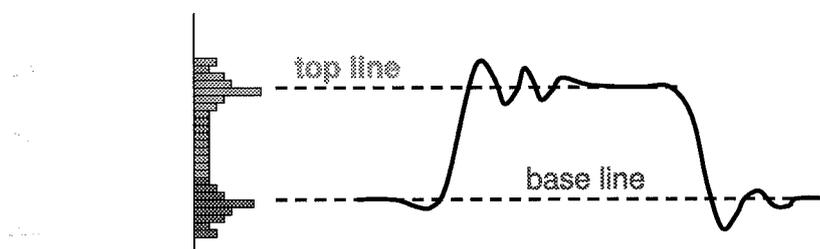


Figura 3.14: stima dei livelli alto (*top line*) e basso (*base line*) di un'onda quadra mediante istogramma delle ampiezze.

Capitolo 4

Collegamenti tra strumento e circuito sotto misura

4.1 Criteri di sicurezza

Quando uno strumento viene collegato all'apparato su cui si vogliono eseguire le misure, si forma un circuito elettrico che comprende l'apparato stesso, visto come *sorgente di segnale*, lo strumento di misura ed i collegamenti tra questi due elementi. Nell'impiego della strumentazione elettronica si devono tenere presenti alcune precauzioni volte ad evitare che, tra le diverse parti dell'insieme composto dal sistema sottoposto a misura e dagli strumenti utilizzati, si manifestino differenze di potenziale non volute. Queste potrebbero falsare le misure ma anche, se di entità elevata, provocare danni alle persone oppure agli strumenti.

Considerazioni di sicurezza impongono di garantire che l'operatore non venga in contatto con punti a potenziale elevato. Per questa ragione tutte le parti conduttrici degli strumenti di misura devono essere isolate o, se accessibili normalmente all'operatore, vincolate al potenziale di terra. È questo un criterio di sicurezza elettrica comunemente adottato in gran parte degli apparati elettronici. Nel caso della strumentazione, come si vedrà, esso può comportare alcuni vincoli nel modo in cui si realizza il circuito di misura.

Gli strumenti di misura elettronici possono essere alimentati da batterie o, più spesso, ricevere l'energia elettrica dalla rete di distribuzione. Nei confronti della rete elettrica uno strumento elettronico si presenta come un carico monofase ed il relativo sistema elettrico si può schematizzare come in Fig. 4.1.

L'energia elettrica viene prelevata dal secondario di un trasformatore, che si può trovare nello stesso edificio dove lo strumento viene impiegato, oppure nella sottostazione elettrica più vicina. Come per qualsiasi altra utenza elettrica, il collegamento alla rete elettrica utilizza due conduttori di alimentazione, ai quali si aggiunge il conduttore di terra.

Uno dei due conduttori di alimentazione è detto **neutro** ed è collegato a terra direttamente in uscita dal trasformatore; l'altro conduttore prende il nome di **linea**. Il valore della loro differenza di potenziale dipende dalle caratteristiche della rete di distribuzione ed anche dalla nazione ove ci si trova¹; valori tipici

¹Le reti elettriche dei diversi paesi si differenziano anche per la frequenza fondamentale:

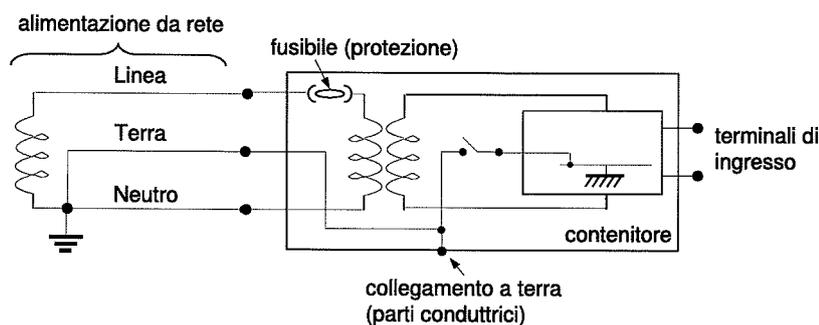


Figura 4.1: alimentazione di un carico monofase (strumento) con linea bifilare e conduttore di terra.

sono 127 V e 220 V.

Nelle normali condizioni di funzionamento l'operatore può venire a contatto con lo strumento senza alcun pericolo, in quanto il contenitore esterno è isolato dalle parti elettriche interne. Se però accidentalmente, ad esempio a causa di un guasto, si verifica una rottura dell'isolamento, le parti metalliche del contenitore, in grado di condurre elettricità, assumono un potenziale uguale a quello del punto interno con cui sono venute a contatto. Tale potenziale può essere uguale all'intera tensione di rete, o anche superiore; ne consegue una condizione di potenziale pericolo per l'operatore.

Questa situazione viene evitata utilizzando nel collegamento di alimentazione un terzo conduttore, detto **conduttore di terra**, mediante il quale si vincola il potenziale del contenitore al potenziale di **terra** (*earth*). Come indicato in Fig. 4.1, dal lato dell'utilizzatore il conduttore di terra viene collegato alle parti conduttrici dell'involucro esterno, mentre dal lato della sorgente di energia elettrica esso viene collegato a terra. In Fig. 4.1 il collegamento è stato eseguito nello stesso punto in cui viene posto a terra il neutro; esso potrebbe comunque essere eseguito anche in un punto diverso.

In questo modo, se accidentalmente l'involucro esterno entrasse in contatto con il conduttore di linea, o con qualche altra parte sotto tensione, si verrebbe a formare una maglia, comprendente il contenitore stesso, con una resistenza complessiva molto bassa; in tal caso il conduttore di linea è percorso da una corrente molto elevata, la quale causa il veloce intervento di protezioni quali fusibili, o relé di massima corrente. Viene in tal modo interrotto il collegamento tra alimentazione e carico, pertanto il contenitore ritorna ad assumere il potenziale di terra, evitando ogni situazione di pericolo per l'operatore.

Le precauzioni di sicurezza sopra illustrate sono applicate ad ogni strumento elettronico, anche se le modalità con cui vengono realizzate possono variare sia con il tipo di strumento, sia con la casa costruttrice.

in Europa sono diffusi i sistemi in corrente alternata a 50 Hz, mentre nel Nord America è utilizzata la frequenza di 60 Hz. Dal punto di vista della sicurezza, però, questo non comporta differenze significative.

4.2 Configurazione di ingresso degli strumenti

Nell'organizzare un circuito di misura è necessario anche tenere presente che la grandezza da misurare non deve essere influenzata da elementi di disturbo, che potrebbero venire introdotti a causa delle modalità con cui viene effettuato il collegamento fra l'apparato misurato e gli strumenti. È importante a tal fine conoscere quale sia la configurazione dei circuiti di ingresso nella strumentazione utilizzata.

Si consideri la classe degli strumenti il cui ingresso è un segnale di tensione, come ad esempio i multimetri e gli oscilloscopi; in questo caso la misura si riferisce alla differenza di potenziale esistente tra i due terminali di ingresso, uno dei quali viene preso come riferimento. Come in qualunque altro dispositivo elettronico, i circuiti di uno strumento utilizzano un proprio riferimento di potenziale interno, detto *massa* (*ground*). Gli strumenti elettronici con ingresso in tensione si possono quindi suddividere in diversi tipi, in base al legame esistente fra il potenziale di massa e quello del terminale di riferimento, anche se la classificazione proposta non esaurisce tutte le situazioni che si possono riscontrare in pratica.

Strumenti con ingresso riferito a massa (*grounded input*): in questa categoria di strumenti, il potenziale del terminale di riferimento coincide con quello di massa. La maggior parte degli strumenti elettronici appartiene a questa categoria.

In linea di principio la massa potrebbe essere collegata al conduttore di terra oppure no, a seconda del tipo di strumento considerato e della misura da svolgere, come indicato dall'interruttore in Fig. 4.1. Tuttavia, negli strumenti i connettori di ingresso per il segnale da misurare sono spesso di tipo coassiale, ad esempio di tipo BNC. La parte metallica esterna di questi connettori, che rappresenta il terminale di riferimento ed è quindi collegata a massa, è accessibile all'operatore e quindi non deve poter assumere un potenziale pericoloso. Pertanto, di norma il costruttore collega la massa al conduttore di terra, imponendo in tal modo anche il potenziale di riferimento per i segnali da misurare.

Strumenti con riferimento di ingresso non vincolato (*floating input*): in questi strumenti il potenziale di riferimento per i segnali da misurare non è vincolato a quello di sicurezza del contenitore. Gli strumenti di questo tipo sono meno numerosi rispetto a quelli appartenenti al primo gruppo; generalmente si tratta di multimetri e di voltmetri. Per quanto sopra detto, in questo caso i terminali di ingresso dello strumento devono essere realizzati in modo tale che, nel collegarlo al sistema da misurare, l'operatore non venga mai a contatto con punti a potenziale elevato. Ad esempio, nei multimetri si utilizzano bocche alle quali vengono collegati cavi con spinotto a banana (*jack*).

Spesso è comunque previsto che l'operatore possa effettuare il collegamento fra il morsetto di riferimento e la massa dello strumento, permettendo in tal modo anche misurazioni di tipo *grounded input*. A questo scopo lo strumento può essere dotato di una piastrina metallica fissabile con morsetti oppure, nelle realizzazioni più recenti, di uno *switch* analogico.

Strumenti con schermo di guardia: gli strumenti di questa categoria presentano, oltre ad un ingresso fluttuante, anche uno **schermo** metallico accessibile dall'esterno. Tale schermo, se correttamente utilizzato, permette di attenuare l'influenza di alcuni disturbi che possono sovrapporsi al segnale utile. Appartengono a questa categoria strumenti di elevate prestazioni, come ad esempio voltmetri e multimetri digitali con alta risoluzione.

Per analizzare le modalità di connessione della strumentazione elettronica è conveniente considerare alcuni modelli elettrici semplificati della struttura complessiva. La semplicità della trattazione che segue porterà a risultati accettabili in un gran numero di situazioni pratiche, senza la pretesa di fornire una spiegazione esaustiva dell'argomento.

4.3 Strumenti con riferimento dei potenziali collegato a terra

La più semplice schematizzazione di uno strumento di questo tipo è riportata in Fig. 4.2. I due terminali di ingresso sono rispettivamente indicati con i simboli H e L (che stanno ad indicare i termini inglesi *high* e *low*), oppure + e -. Per convenzione si considera il morsetto L o - come riferimento dei potenziali. Se il connettore di ingresso è di tipo coassiale, il conduttore centrale corrisponde al terminale H o + ed il conduttore esterno a L o -.

Normalmente l'ingresso dello strumento può essere schematizzato mediante una impedenza equivalente Z_i posta fra i terminali H ed L. Tale impedenza si può generalmente supporre composta dal parallelo di una resistenza e di una capacità. Anche se si possono verificare situazioni diverse a seconda del tipo di strumento e del suo campo di impiego, si supporrà nel seguito che la parte resistiva di Z_i sia formata da una resistenza di valore elevato (dell'ordine dei $M\Omega$) e da una capacità di alcuni pF o alcune decine di pF. Questi valori sono sufficientemente rappresentativi per vari tipi di strumenti con ingresso di tensione, quali oscilloscopi o multimetri.

Come osservato in precedenza, si suppone che il costruttore abbia collegato il riferimento dei potenziali della struttura di misura (massa) con il potenziale di terra e quindi con l'involucro esterno, come indicato schematicamente in Fig. 4.2.

Un modello molto semplificato della connessione tra strumento ed apparato in esame è riportato nello schema di Fig. 4.3, dove il segnale misurato è la differenza di potenziale V_x osservata tra la coppia di punti A e B.

Il sistema dal quale viene prelevato il segnale è rappresentato, in forma equivalente, dalla sorgente di tensione e si suppone che il potenziale di riferimento del generatore equivalente V_g coincida con quello di terra, ossia con il potenziale di riferimento dello strumento. Tale condizione può verificarsi, ad esempio, quando l'alimentazione dell'apparato da misurare ha la stessa configurazione vista in Fig. 4.1 per lo strumento. Si può quindi pensare che la misura riguardi la tensione presente tra un punto del circuito (A) e la massa del circuito stesso (B).

La parte di circuito che fa capo al terminale H dello strumento è rappresentata dalla serie della resistenza R_H del relativo conduttore di collegamento, e

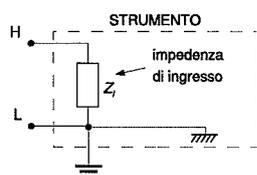


Figura 4.2: schematizzazione di uno strumento con il riferimento dei potenziali collegato a terra.

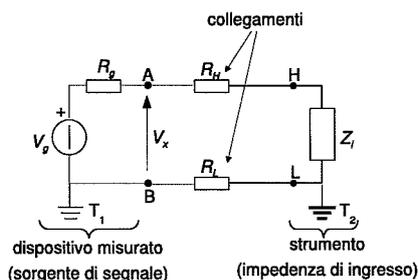


Figura 4.3: circuito di misura con strumento avente il potenziale di riferimento collegato a terra.

della resistenza interna R_g del generatore equivalente. La tensione V_{HL} presente all'ingresso dello strumento è legata alla tensione incognita V_x dalla seguente relazione:

$$V_{HL} = \frac{Z_i}{Z_i + R_H} V_x \quad (4.1)$$

Poiché normalmente si ha $|Z_i| \gg R_H$, la tensione misurata V_{HL} è poco discosta dalla tensione V_x , il valore di V_{HL} è determinato dalla relazione tra $|Z_i|$ e R_H . Questo scostamento è tanto minore quanto più elevato è il rapporto $|Z_i|/R_H$. Il valore assunto da R_L non ha invece interesse, perché in questo caso la differenza di potenziale fra i terminali B ed L è nulla. La resistenza R_L , che rappresenta il collegamento tra circuito misurato e terminale L dello strumento, non è perciò percorsa da corrente.

Si deve ricordare che il circuito elettrico di Fig. 4.1 si viene a creare soltanto quando al dispositivo da misurare viene collegato uno strumento di misura. In realtà lo strumento dovrebbe permettere di osservare la tensione tra i punti A e B, senza alterarne il valore: la cosa è possibile se non vi è assorbimento di corrente attraverso il circuito di misura, di modo che non si verifichi una caduta di tensione sulla resistenza R_g . In pratica, si deve poter supporre valida la condizione $|Z_i| \gg R_g$, nel qual caso la tensione misurata V_x coincide effettivamente con la tensione a vuoto V_g .

Comportamento in presenza di una tensione di modo comune

In un circuito di misura del tipo di Fig. 4.3 si possono verificare inconvenienti dovuti all'eventualità che, tra i potenziali di riferimento dello strumento e del generatore, si manifesti una differenza di potenziale, indicata genericamente come *tensione di modo comune*. Questa può essere dovuta a numerose cause. Ad esempio, se il collegamento di terra viene eseguito in due punti T_1 e T_2 distinti, tra questi può esistere una differenza di potenziale non nulla causata dalla circolazione di corrente sulla resistenza di terra. Inoltre, anche se i due punti T_1 e T_2 coincidono, la maglia chiusa T_1, B, L, T_2 può concatenare un flusso variabile dovuto a campi magnetici esterni, il quale genera una forza elettromotrice indotta.

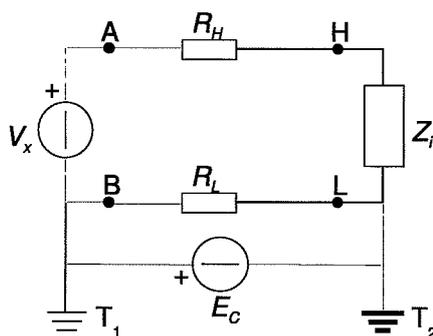


Figura 4.4: schema per l'analisi dell'influenza della tensione di modo comune in un circuito di misura con strumento *grounded input*.

In prima approssimazione la tensione di modo comune può essere schematizzata inserendo fra T_1 e T_2 una sorgente di forza elettromotrice E_C , come indicato in Fig. 4.4 dove, per semplicità, si è posto $R_g = 0$. Si noti che i potenziali di riferimento in T_1 e T_2 sono diversi.

Poiché lo schema in esame è lineare, è possibile applicare il principio di sovrapposizione degli effetti. Posto quindi $V_x = 0$, si può valutare la differenza di potenziale tra i terminali H ed L dovuta alla tensione di modo comune E_C , che vale:

$$V_{HL} = \frac{Z_i}{Z_i + R_H} E_C \quad (4.2)$$

Si conclude quindi che la tensione di modo comune E_C viene vista dallo strumento come una tensione di *modo normale*, ossia si sovrappone a quella dovuta alla sorgente V_x e può rendere la misura priva di significato.

Nell'impiego di strumenti con riferimento dei potenziali vincolato è necessario prestare attenzione al collegamento del terminale di riferimento con il circuito da misurare. Può accadere infatti che tale connessione forzi un nodo del circuito ad assumere un potenziale non corretto, nel qual caso lo strumento può causare danni al circuito stesso.

Si consideri l'esempio di Fig. 4.5; il circuito su cui si esegue la misura è costituito dal semplice partitore resistivo R_1, R_2 , alimentato dalla sorgente di tensione continua V_E . In questo schema la sorgente è collegata da un lato al potenziale di terra T_1 : viene riprodotta così, in modo semplificato, la situazione che si viene a creare quando, in un generico circuito, la massa è posta al potenziale di terra, come normalmente avviene in un apparato alimentato dalla rete elettrica.

Si supponga di voler conoscere la tensione ai capi della resistenza R_1 : non è possibile eseguire la misura di V_{AB} con le connessioni indicate in Fig. 4.5. Si osservi innanzi tutto che il riferimento dello strumento è collegato al potenziale di terra nel punto T_2 , che si può considerare allo stesso potenziale² del punto T_1 . Nell'eseguire il collegamento fra strumento e circuito, la resistenza R_2 viene a trovarsi in parallelo alla resistenza R_L , il cui valore è in genere molto piccolo.

²In prima approssimazione, per quanto si è appena osservato a proposito dei disturbi di modo comune.

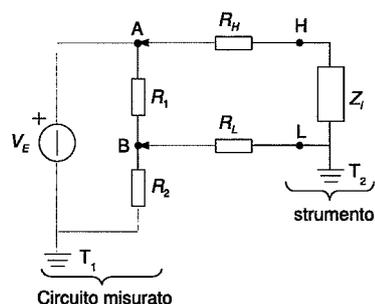


Figura 4.5: schematizzazione di uno strumento con il riferimento dei potenziali collegato a terra.

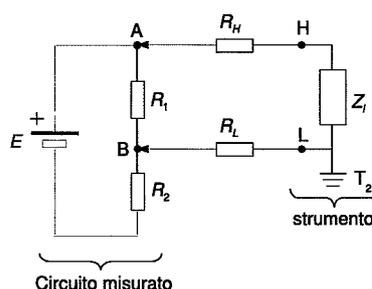


Figura 4.6: circuito di misura con strumento avente il potenziale di riferimento collegato a terra.

Di fatto, R_2 è posta in corto circuito ed il punto B viene forzato ad assumere anch'esso il potenziale di terra (T_2). Ai capi della resistenza R_1 si viene quindi ad avere l'intera tensione V_E , che è anche il valore indicato dallo strumento, invece di $V_E \cdot [R_1 / (R_1 + R_2)]$. L'inserzione di Fig. 4.5 provoca quindi modifiche sostanziali nel funzionamento del circuito in esame; si possono inoltre verificare danni all'intera struttura, poiché la caduta di tensione ai capi di R_1 aumenta e così la corrente in essa circolante. Si noti che il percorso di tale corrente verso terra, attraverso il collegamento R_L , interessa anche lo strumento che potrebbe non essere in grado di sostenere l'intensità di corrente provocata da questo collegamento improprio.

Questo inconveniente non si verifica nel caso di Fig. 4.6, dove il partitore resistivo R_1, R_2 , è alimentato da una forza elettromotrice E non collegata al potenziale di terra. Lo schema riproduce in modo semplificato la situazione che si viene a creare, ad esempio, in un generico circuito alimentato da batteria, privo quindi di collegamento a terra mediante il relativo conduttore. In questa configurazione il punto B viene vincolato al potenziale di terra T_2 , ma l'altro terminale della resistenza R_2 è libero di fluttuare e si porta al potenziale $-V_E \cdot [R_2 / (R_1 + R_2)]$ rispetto a B. Nel circuito sottoposto a misura, quindi, in questo caso tutte le differenze di potenziale restano inalterate e le misure ottenute si possono ritenere corrette.

4.4 Strumenti con ingresso a riferimento di potenziale fluttuante

Per evitare gli inconvenienti presentati nella struttura di Fig. 4.5 non è conveniente, e spesso nemmeno possibile, intervenire sui potenziali del circuito sotto misura, ma è lo strumento utilizzato che deve essere realizzato in modo adeguato alle condizioni operative considerate. La soluzione normalmente adottata consiste nel rendere il potenziale di riferimento dello strumento, ossia quello del terminale L, indipendente dal potenziale di terra, al quale le parti conduttrici del contenitore dello strumento sono vincolate per motivi di sicurezza dell'operatore. La struttura impiegata è schematizzata in Fig. 4.7.

Il contenitore è ancora collegato al potenziale di terra, garantendo quindi

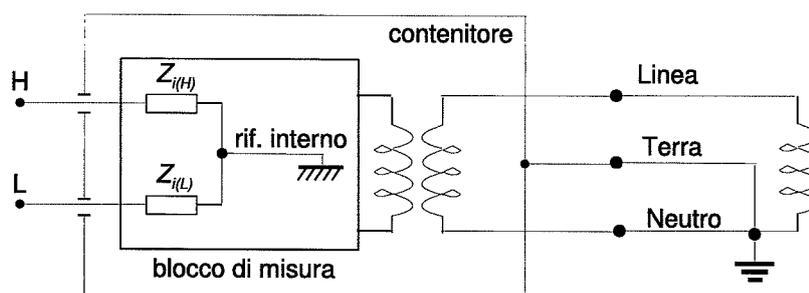


Figura 4.7: struttura di uno strumento con ingresso a riferimento di potenziale fluttuante.

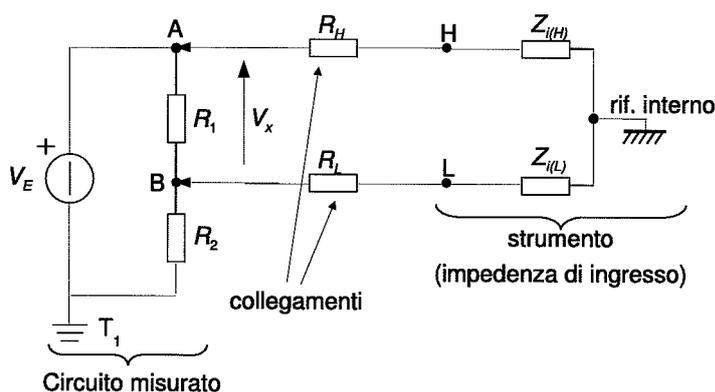


Figura 4.8: misura della differenza di potenziale tra due punti, entrambi fuori massa.

la sicurezza dell'operatore. Il potenziale di riferimento del blocco di misura, invece, non è in alcun modo vincolato ad un preciso valore, per la presenza del trasformatore che consente l'isolamento tra l'alimentazione del blocco di misura e la rete. Uno strumento così organizzato consente di eseguire la misura di tensioni fuori massa, come quella ai capi della resistenza R_1 nell'esempio di Fig. 4.8.

Si noti che tutto il blocco di misura deve essere isolato come evidenziato, in Fig. 4.7, dal fatto che i terminali H ed L non sono in contatto con il contenitore esterno. In figura sono anche indicate le impedenze $Z_{i(H)}$ e $Z_{i(L)}$ relative ai due terminali, riferite al potenziale di massa del blocco di misura: si tratta di due impedenze equivalenti che modellano il comportamento dei circuiti di ingresso dello strumento. In genere l'ingresso è costituito da un amplificatore differenziale, pertanto tali impedenze sono, quanto più possibile, simmetriche e di valore elevato.

Una situazione analoga si presenta nel caso di strumenti alimentati a batteria (tester, multimetri palmari), il cui contenitore esterno è realizzato in materiale isolante. Il potenziale di riferimento per il blocco di misura è determinato dal polo della batteria e può fluttuare liberamente.

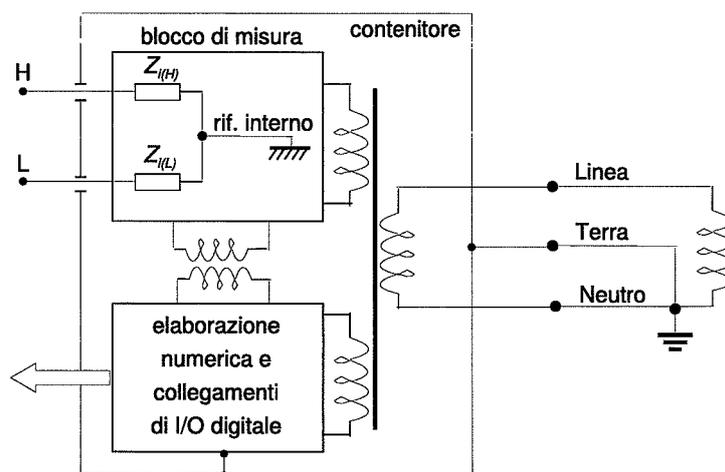


Figura 4.9: struttura di uno strumento con ingresso a riferimento di potenziale fluttuante, ma con possibilità di comunicare mediante interfacce di I/O.

Teoricamente, in uno schema con riferimento fluttuante il blocco di misura potrebbe assumere qualunque potenziale rispetto a terra. Problemi di isolamento impongono dei limiti, che vengono specificati nel manuale dello strumento; per un multimetro, la massima differenza di potenziale rispetto a terra ammessa per i due terminali H ed L è tipicamente di 1 kV, ma può scendere in qualche caso a qualche centinaio di Volt.

In genere gli strumenti di misura devono poter comunicare con altri dispositivi, in particolare computer, mediante linee di collegamento dedicate od interfacce I/O standard. Questo sarebbe difficile se tutte le funzioni dello strumento facessero capo al blocco di misura isolato di Fig. 4.7. In pratica gli strumenti di misura recenti hanno una struttura generale leggermente diversa, simile a quella riportata in Fig. 4.9. Le funzioni dello strumento sono ripartite tra due blocchi, aventi potenziali di riferimento indipendenti, che sono accoppiati tra loro, ad esempio, tramite un trasformatore di isolamento, come indicato nella figura. Il blocco di misura può essere mantenuto a potenziale fluttuante, mentre il blocco di elaborazione numerica ed I/O può assumere il potenziale di riferimento più conveniente per il suo funzionamento, che di solito è quello di terra.

Si deve ricordare che lo schema presentato in Fig. 4.9 va interpretato più in termini concettuali che realizzativi. Ad esempio, l'isolamento fra i due blocchi interni potrebbe essere ottenuto, in alternativa, mediante accoppiamento di tipo ottico. I segnali trasferiti attraverso il trasformatore di isolamento, o attraverso l'optoisolatore, possono essere segnali analogici, nel caso il blocco di ingresso si occupi del solo condizionamento del segnale; più spesso, può trattarsi invece di segnali digitali ottenuti a seguito di una conversione analogico-digitale attuata già nel blocco di misura a potenziale fluttuante.

I trasformatori, sia di alimentazione sia di isolamento, pur realizzando una separazione galvanica tra parti diverse dello strumento, possono introdurre accoppiamenti causati da capacità parassite, come ad esempio quelle fra avvolgimenti diversi, che consentono il passaggio di componenti alternate. Per attenuare tale effetto i trasformatori utilizzati negli strumenti vengono realizzati

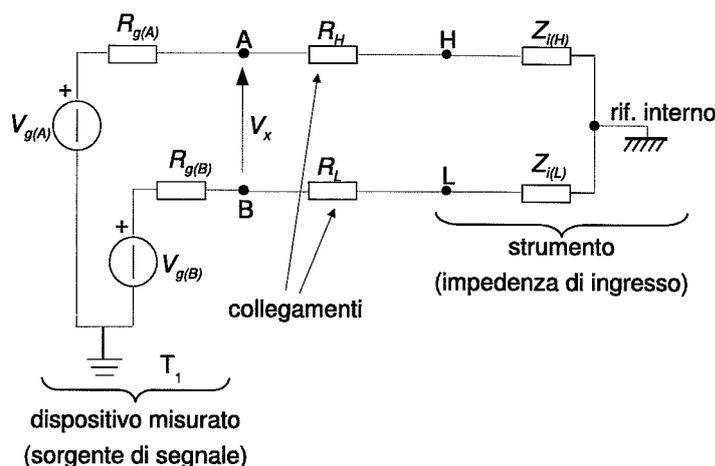


Figura 4.10: connessione tra circuito e strumento con ingresso a riferimento di potenziale fluttuante.

con vari tipi di schermi in modo da ridurre a valori molto piccoli la capacità di accoppiamento complessiva.

Analogamente a quanto si è visto in Fig. 4.3, si può considerare un circuito di misura equivalente anche per uno strumento con ingresso a riferimento di potenziale fluttuante. Si ottiene così lo schema di Fig. 4.10, che ha validità del tutto generale. Se, ad esempio, si considera il semplice partitore resistivo di Fig. 4.8, se ne può dare una rappresentazione mediante una coppia di generatori equivalenti di tensione, l'uno relativo al punto A, l'altro al punto B, per i quali, con le grandezze considerate, si ha: $V_{g(A)} = V_E$, $R_{g(A)} = 0$, $V_{g(B)} = V_E \cdot [R_2 / (R_1 + R_2)]$, $R_{g(B)} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$.

Anche in questo caso il circuito di misura, idealmente, non è percorso da corrente; in pratica, se i valori di $|Z_{i(H)}|$ e di $|Z_{i(L)}|$ sono sufficientemente grandi si ha: $V_x = V_{g(A)} - V_{g(B)}$.

Comportamento in presenza di una tensione di modo comune

Analogamente a quanto fatto nel paragrafo precedente, è interessante analizzare il comportamento degli strumenti con ingresso a potenziale di riferimento fluttuante nei confronti di una tensione di modo comune. Va osservato che, per questa categoria di strumenti, la presenza di una tensione di modo comune all'ingresso non è da considerare soltanto un'eventualità causata da disturbi o dovuta a particolari configurazioni del circuito di misura. Si tratta invece della situazione che normalmente si presenta nell'impiego dello strumento. Per renderlo evidente, si può convertire la coppia di generatori equivalenti di Fig. 4.10 nello schema presentato in Fig. 4.11, del tutto equivalente al precedente. In questo caso E_C rende conto della tensione di modo comune, mentre la tensione differenziale $V_{g(AB)} = V_E \cdot [R_1 / (R_1 + R_2)]$ che si vuole misurare è fornita dalla coppia di generatori simmetrici $V_{g(AB)}/2$ e $-V_{g(AB)}/2$.

Nel caso del circuito di Fig. 4.8 si ha $V_{g(AB)} = V_E \cdot [R_1 / (R_1 + R_2)]$. È

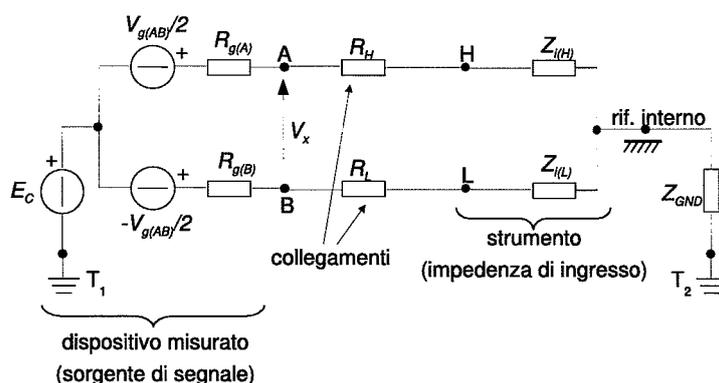


Figura 4.11: sorgente di segnale differenziale; strumento con ingresso a riferimento di potenziale fluttuante e relativa impedenza di isolamento.

importante però notare un'altro elemento significativo: le due resistenze equivalenti $R_{g(A)}$ ed $R_{g(B)}$ sono **diverse**, ossia i due generatori equivalenti **non sono simmetrici**.

In Fig. 4.11 è anche messa in evidenza l'impedenza Z_{GND} , esistente tra il riferimento di massa del blocco di misura ed il potenziale di terra. Come si è detto, il blocco di misura è isolato, pertanto Z_{GND} rappresenta gli accoppiamenti fra la struttura di misura ed il contenitore, collegato al potenziale di terra. La si può schematizzare come il parallelo tra una resistenza di isolamento di valore molto elevato ed una piccola capacità parassita.

Poiché il sistema in esame è lineare, per determinare l'influenza della tensione di modo comune E_C sul valore misurato V_x è possibile applicare il principio di sovrapposizione degli effetti, supponendo che, in Fig. 4.11, si abbia: $V_{g(AB)}/2 = -V_{g(AB)}/2 = 0$. È interessante confrontare il circuito così ottenuto con quello di Fig. 4.4: mentre nel caso precedente si aveva un possibile percorso a bassa resistenza (attraverso il conduttore R_L) per la corrente di modo comune, in questo caso i possibili percorsi in cui il generatore E_C si trova inserito sono tutti ad alta impedenza. Il passaggio della corrente di modo comune, indesiderata, nel circuito di misura è quindi reso più difficile.

Nello schema di Fig. 4.11 si impiega la sola impedenza Z_{GND} per descrivere l'accoppiamento tra il blocco di misura ed il potenziale di terra. In pratica, tale accoppiamento è determinato in buona parte dalla struttura fisica dello strumento considerato, ossia dalla sua forma, dalla disposizione dei componenti elettronici nei circuiti, dalla posizione di eventuali schermature, ecc.. Si tratta quindi di un insieme di fenomeni che sarebbero più correttamente modellati mediante un'impedenza distribuita. Senza voler complicare eccessivamente l'analisi, si può considerare un modello circuitale solo leggermente diverso dal precedente, ma più realistico, illustrato in Fig. 4.12. In esso sono presenti due impedenze parassite Z_1 e Z_2 riferite, rispettivamente, ai terminali L ed H. L'impedenza di ingresso dello strumento è rappresentata dalla sola impedenza Z_i , mentre Z_A e Z_B sono composte, rispettivamente, dalla serie di $R_{g(A)}$ ed R_H e di $R_{g(B)}$ ed R_L . Poiché tale schema ha il solo scopo di analizzare il comportamento di uno strumento con ingresso a riferimento di potenziale fluttuante nei confronti di

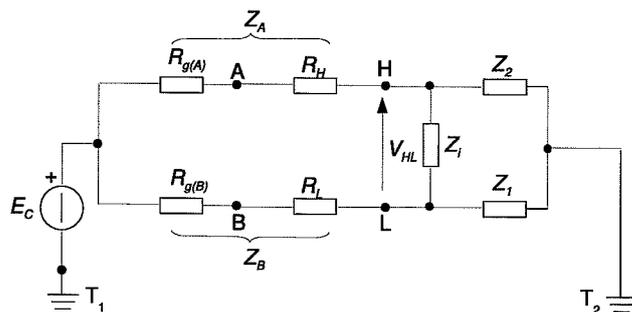


Figura 4.12: sorgente di segnale differenziale; strumento con ingresso a riferimento di potenziale fluttuante ed impedenze di isolamento riferite ai due terminali di ingresso H ed L.

una tensione di modo comune, si è già supposto $V_{g(AB)}/2 = -V_{g(AB)}/2 = 0$, eliminando i relativi generatori.

Ciò che si vuole determinare è la tensione presente tra i terminali H ed L, ossia all'ingresso dello strumento di misura, per effetto del generatore E_C . Dal'analisi del circuito si ha:

$$V_H = E_C \frac{Z_2}{Z_A + Z_2}, \quad V_L = E_C \frac{Z_1}{Z_B + Z_1}, \quad (4.3)$$

da cui segue immediatamente:

$$V_{HL} = E_C \left[\frac{Z_2}{Z_A + Z_2} - \frac{Z_1}{Z_B + Z_1} \right]. \quad (4.4)$$

Da questa equazione si può determinare quali siano le condizioni per cui la tensione di modo comune non dà luogo ad alcuna tensione all'ingresso dello strumento. Infatti, si può notare che il termine tra parentesi quadre si annulla se vale la relazione:

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{Z_A}{Z_B}. \quad (4.5)$$

Se viene realizzata questa condizione di equilibrio, la differenza di potenziale tra H ed L è nulla e lo strumento non risente quindi della presenza della tensione di modo comune. Tuttavia, si tratta di una condizione non semplice da ottenere.

Quando possibile, i costruttori mirano a realizzare strumenti con **ingresso bilanciato**, nei quali cioè si abbia $Z_1 = Z_2$. Si deve ricordare che le impedenze Z_1 e Z_2 sono principalmente determinate da elementi parassiti: esse sono quindi fortemente dipendenti dalla geometria della struttura interna dello strumento, da parametri ambientali, dalla frequenza dei segnali in gioco e da varie altre grandezze di influenza. È necessaria pertanto una costruzione particolarmente curata, sia dal punto di vista elettrico ed elettronico, sia da quello meccanico.

Va anche osservato che, nell'equazione (4.5), la condizione di equilibrio dipende dalle impedenze Z_A e Z_B , i cui valori sono solo parzialmente controllabili in sede di misurazione. Entrambe le impedenze infatti sono costituite dalla serie di due impedenze: quella del conduttore di collegamento e l'impedenza equivalente di uscita della sorgente differenziale di segnale. Non sempre è possibile

fare in modo che la sorgente di segnale sia bilanciata: ad esempio, nel circuito di Fig. 4.8 si è visto come $R_{g(A)} \neq R_{g(B)}$.

In molti strumenti in commercio il costruttore realizza la struttura interna in modo da ottenere $|Z_2| \gg |Z_1|$; supponendo che, in generale, valga anche la relazione $|Z_1| \gg (|Z_A|, |Z_B|)$ dalla 4.4 si ricava allora:

$$V_{HL} \cong E_C \frac{Z_B}{Z_1}. \quad (4.6)$$

ossia, l'effetto della tensione di modo comune sul valore fornito dallo strumento è circa pari alla caduta di tensione su Z_B prodotta da E_C . Tale effetto è tanto minore quanto maggiore è l'impedenza Z_1 e quanto minore è Z_B .

Si noti che, poiché l'impedenza Z_1 è normalmente schematizzabile come il parallelo di una resistenza di valore elevato e di una capacità, il suo valore diminuisce all'aumentare della frequenza della tensione di modo comune E_C . Pertanto l'influenza della tensione di modo comune su V_{HL} aumenta all'aumentare della frequenza.

Valutazione della reiezione alla tensione di modo comune

La determinazione dell'effetto di una tensione di modo comune sul risultato di una misurazione non è semplice; infatti, tale effetto dipende sia dallo strumento, sia dal circuito in esame, sia dalle modalità di collegamento fra i due. I dati forniti dai costruttori danno indicazioni di massima, che devono essere interpretate ed adattate alle effettive condizioni di impiego di un dato strumento.

Tuttavia le condizioni di prova cui si riferiscono le specifiche sono in genere molto simili, per cui è relativamente semplice un confronto tra strumenti di costruttori diversi per quanto riguarda l'influenza delle tensioni di modo comune. La **condizione di riferimento** generalmente adottata prevede l'esistenza di uno squilibrio ΔR pari a 1 k Ω fra le impedenze Z_A e Z_B . Il parametro che caratterizza le prestazioni dello strumento è la **reiezione alla tensione di modo comune** (CMR, *common-mode rejection*) che esprime, solitamente in dB, l'attenuazione introdotta dallo strumento. Con riferimento ai simboli utilizzati nel paragrafo precedente, la sua definizione è:

$$CMR = 20 \log_{10} \frac{|E_C|}{|V_{HL}|} \quad (4.7)$$

Per la valutazione della CMR si può fare riferimento ad uno schema derivato da quello di Fig. 4.12. Poiché l'effetto della tensione di modo comune dipende solo dallo sbilanciamento tra Z_A e Z_B , si può considerare il circuito di Fig. 4.13, dove si è posto direttamente $Z_A = 0$ e $Z_B = \Delta R = 1$ k Ω .

Si noti che, poiché spesso non è specificato il segno dello squilibrio, ossia se si debba considerare Z_A maggiore o minore di Z_B , è opportuno considerare il caso peggiore. Nell'ipotesi molto comune di strumenti realizzati in modo che $|Z_2| \gg |Z_1|$, l'equazione (4.6) mostra che il caso peggiore corrisponde proprio al circuito di Fig. 4.13, in cui la resistenza di sbilanciamento è stata posta dal lato del terminale L.

Poiché i valori di tutte le altre impedenze si sono supposti molto più grandi, si può scrivere la relazione approssimata:

$$V_{HL} \cong E_C \frac{\Delta R}{Z_1 + \Delta R}, \quad (4.8)$$

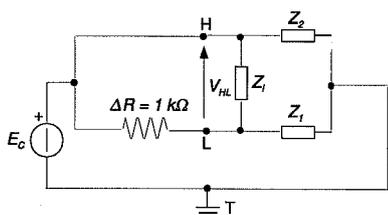


Figura 4.13: schema per la valutazione della CMR di uno strumento con ingresso a potenziale di riferimento fluttuante.

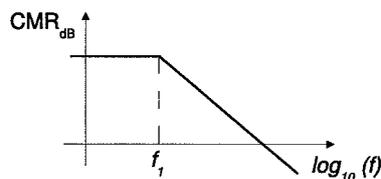


Figura 4.14: diagramma asintotico della reiezione di modo comune (espressa in dB) in funzione della frequenza (scala logaritmica).

dalla quale si ricava l'espressione della CMR per il circuito di prova:

$$CMRR = 20 \log_{10} \frac{|E_C|}{|V_{HL}|} \cong 20 \log_{10} \frac{Z_1 + \Delta R}{\Delta R} \cong 20 \log_{10} \frac{Z_1}{\Delta R}. \quad (4.9)$$

Ricordando che Z_1 è schematizzabile mediante il parallelo di una resistenza R_1 e di una capacità C_1 , si può evidenziare la dipendenza della reiezione ai segnali di modo comune dalla frequenza dei segnali stessi. Si ottiene infatti:

$$CMR \cong 20 \log_{10} \left(\frac{R_1}{\Delta R} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C_1)^2}} \right). \quad (4.10)$$

L'andamento della CMR in funzione della frequenza è riportato nel diagramma asintotico di Fig. 4.14. Si può notare che alle basse frequenze il valore di CMR è pressoché costante e dipende dal solo rapporto $R_1/\Delta R$; la presenza della capacità C_1 introduce un polo nell'espressione (4.10), cui corrisponde nel grafico il punto di spezzamento alla frequenza $f_1 = 1/(2\pi R_1 C_1)$. Per valori superiori ad f_1 la CMR decresce proporzionalmente all'aumentare della frequenza del segnale di modo comune considerato.

A titolo di esempio, se si assume $R_1 = 100 \text{ M}\Omega$ e $C_1 = 100 \text{ pF}$, si ottiene $R_1/\Delta R = 10^5$ e $f_1 = 1/(2\pi R_1 C_1) \cong 16 \text{ Hz}$. Di conseguenza, per tensioni di modo comune continue o a bassa frequenza si ha $CMR = 100 \text{ dB}$, mentre a 5 kHz $CMR \cong 50 \text{ dB}$.

Come si è già detto, lo sbilanciamento di $1 \text{ k}\Omega$ all'ingresso dello strumento è un valore convenzionale a cui fanno riferimento le specifiche riportate sui manuali d'impiego degli strumenti. Se nelle effettive condizioni di misura si stima un diverso valore dello sbilanciamento, si può facilmente apportare una correzione. Indicata con CMR_{spec} la reiezione fornita dalle specifiche e con CMR_{mis} quella effettivamente ottenibile nella misura, dalla (4.10) si vede che, in presenza di uno sbilanciamento $R^* \neq 1 \text{ k}\Omega$, si può scrivere:

$$CMR_{mis} = CMR_{spec} + 20 \log_{10} \frac{\Delta R}{R^*} \quad (4.11)$$

Ad esempio, se $R^* = 10 \text{ }\Omega$ la CMR dello strumento aumenta di 40 dB , mentre se $R^* = 10 \text{ k}\Omega$ si ha una riduzione di 20 dB . La frequenza f_1 è invece determinata dai parametri R_1 e C_1 : il suo valore dipende pertanto dal modo in cui è realizzato l'isolamento dello strumento.

Capitolo 5

Analisi dei segnali nel dominio della frequenza

5.1 Analisi spettrale: principi ed applicazioni

Le misure nel dominio della frequenza sono utili in molte applicazioni nelle quali sia necessario caratterizzare un segnale, cioè rilevare le relazioni tra le sue componenti, il suo andamento in frequenza (ad es., passa basso, o passa banda), la banda di frequenze occupate, ecc.

Gli **analizzatori di spettro** sono gli strumenti di misura dedicati all'analisi in frequenza dei segnali. Analogamente a quanto fa l'oscilloscopio nel dominio del tempo, sono in grado di presentare su uno schermo, in forma grafica, l'andamento dello spettro di potenza o di ampiezza del segnale analizzato, in funzione della frequenza. Inviando all'ingresso un segnale $x(t)$, avente trasformata di Fourier $X(f)$, viene cioè visualizzata la grandezza $|X(f)|^2$, oppure $|X(f)|$. La valutazione di massima delle componenti del segnale può essere fatta utilizzando un reticolo graduato presente sullo schermo. Indicazioni accurate si ottengono ricorrendo a cursori, le cui coordinate sono automaticamente fornite dallo strumento, od alle varie funzioni di misura di cui in genere gli analizzatori di spettro dispongono. Caratteristica fondamentale dello strumento è quella di garantire la taratura delle indicazioni relative sia alla frequenza sia all'ampiezza, in modo da consentirne la misura diretta, in forma del tutto analoga a quanto fa un oscilloscopio nel dominio del tempo.

Principi di funzionamento

La composizione in frequenza di un segnale può essere misurata in più modi. In linea di principio, è sufficiente pensare all'impiego di filtri selettivi in frequenza, a banda molto stretta, come indicato in Fig. 5.1 dove la risposta in frequenza del filtro è stata schematicamente raffigurata con un andamento rettangolare.

Nel primo caso si è supposto di poter variare la frequenza di centro banda, detta *frequenza di accordo* del filtro. L'ampiezza del segnale in uscita dal filtro stesso varia a sua volta e, misurandola in corrispondenza a diversi valori della frequenza di accordo, si può ottenere un diagramma dello spettro del segnale. Nel secondo caso si è invece ipotizzato di disporre di un *banco di filtri* (ossia di un

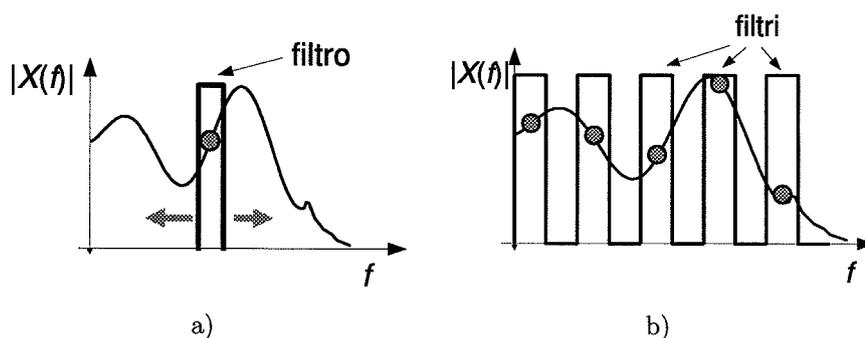


Figura 5.1: a) analisi dello spettro mediante un filtro selettivo accordabile; b) analisi dello spettro mediante un banco di filtri selettivi a frequenze differenti.

insieme di filtri, aventi uguali caratteristiche ma differenti frequenze di accordo, posti in parallelo tra loro) e di misurare l'ampiezza del segnale in uscita da ciascuno di essi.

Sono questi gli schemi a cui, in termini puramente concettuali, si richiamano gli analizzatori di spettro, che si possono raggruppare in due categorie:

- strumenti a scansione;
- strumenti “in tempo reale”.

Gli **analizzatori di spettro a scansione** determinano lo spettro del segnale percorrendo in sequenza il campo di frequenze di interesse ed eseguendo la misura alle differenti frequenze in successivi istanti di tempo. Tale scansione ha luogo automaticamente e la struttura dello strumento è molto complessa, per meglio rispondere alle esigenze di accuratezza, rapidità di esecuzione delle misure, capacità di coprire un ampio campo di frequenze. Gli strumenti a scansione sono tipicamente impiegati per coprire frequenze fino all'ordine dei GHz.

Gli **analizzatori di spettro “in tempo reale”** misurano simultaneamente l'intero campo di frequenze di interesse. Benché esistano strumenti di tipo analogico, costituiti da banchi di filtri selettivi, quelli di maggiore interesse sono gli **analizzatori di spettro digitali**. Tali strumenti acquisiscono una sequenza di campioni del segnale e ne determinano lo spettro calcolando per via numerica la trasformata di Fourier della sequenza. L'importanza dell'approccio numerico all'analisi spettrale sta nel fatto che le elaborazioni necessarie a valutare lo spettro sono svolte per mezzo di algoritmi, di modo che alcuni importanti parametri dell'analisi sono controllabili mediante variabili numeriche. Questo migliora l'accuratezza e la ripetibilità delle misure di spettro fornite.

Vi sono strumenti appositamente realizzati come analizzatori di spettro digitali, in particolare per l'analisi di segnali audio¹, ma va ricordato che qualunque dispositivo dotato di una sufficiente capacità di calcolo è in grado di implementare gli algoritmi di analisi. È ormai possibile utilizzare a tale scopo anche vari tipi di oscilloscopi digitali, le cui capacità di elaborazione sono spesso più che adeguate e che offrono all'utente la scelta di numerose funzioni di analisi spettrale fino a frequenze dell'ordine di qualche centinaio di MHz. Va comunque ricordato

¹Un altro settore importante è quello dell'analisi delle vibrazioni in strutture meccaniche.

che le caratteristiche del sistema di acquisizione (linearità e bassa rumorosità del canale di ingresso, risoluzione del convertitore analogico-digitale) sono fondamentali nel determinare le prestazioni dello strumento e la rispondenza alle specifiche che tipicamente si richiedono ad un analizzatore di spettro.

Applicazioni

Applicazioni tipiche degli analizzatori di spettro sono:

Caratterizzazione di sorgenti di segnale: si vuole valutare la composizione in frequenza del segnale generato ed, eventualmente, verificare la sua conformità ad un andamento preso come riferimento. La misurazione dello spettro effettivo consente di ottenere le necessarie informazioni quantitative. Nel semplice caso di un generatore sinusoidale, ad esempio, si definisce la distorsione armonica totale come rapporto tra il valore efficace dell'insieme delle armoniche del segnale (componenti a frequenza multipla della fondamentale) e quello della sua componente alla frequenza fondamentale: tale parametro si ottiene facilmente una volta misurata con accuratezza adeguata l'intensità delle singole componenti. La determinazione della distorsione è un esempio di misura in cui si richiede che lo strumento utilizzato abbia una elevata **dinamica di ampiezza**, cioè sia in grado di valutare correttamente componenti di segnale di bassa intensità, anche in presenza di componenti molto più forti;

Analisi di sistemi lineari: le misure di spettro possono servire sia a determinare la risposta in frequenza del sistema, come rapporto tra lo spettro del segnale di uscita e quello corrispondente di un opportuno segnale di ingresso, sia ad evidenziare eventuali distorsioni di non linearità, riconoscibili perché introducono componenti in frequenza non presenti all'ingresso del sistema. La verifica della linearità di un dispositivo può essere fatta impiegando segnali sinusoidali, per i quali la situazione di distorsione è facilmente riconoscibile dalla presenza in uscita di componenti le cui frequenze sono combinazioni lineari delle frequenze di ingresso. La misurazione della risposta in frequenza ha interesse in moltissimi casi; un classico esempio è quello della sintesi di sistemi di controllo;

Misure di compatibilità elettromagnetica: qualsiasi dispositivo elettronico genera, oltre ai segnali od alla potenza utile, disturbi di natura elettromagnetica che sono in parte irradiati nell'ambiente circostante, in parte trasferiti per conduzione alle linee elettriche di alimentazione. Poiché in entrambi i casi potrebbero verificarsi interferenze con il funzionamento di altri sistemi, lo scopo di queste misure è di garantire che l'intensità dei disturbi generati in un certo campo di frequenze rientri nei limiti posti dalle norme relative alla compatibilità elettromagnetica. In queste applicazioni l'analizzatore di spettro consente di valutare immediatamente il comportamento del dispositivo nel campo di frequenze considerato. Le caratteristiche richieste sono un'elevata **sensibilità** ed una buona risoluzione in frequenza;

Misure a radiofrequenza: le misure di spettro sono molto diffuse nel campo delle comunicazioni a radiofrequenza. Tipiche applicazioni sono l'analisi

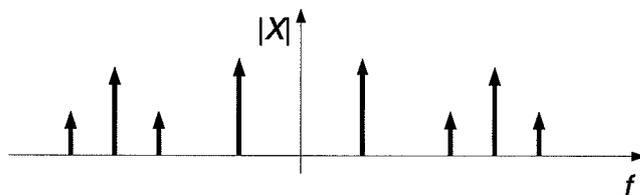


Figura 5.2: esempio di spettro discreto: le righe indicano la presenza di quattro differenti componenti sinusoidali.

delle caratteristiche di modulazione dei segnali, la verifica del comportamento dei sistemi di trasmissione e la sorveglianza sulla ripartizione delle radiofrequenze tra i vari utilizzatori. In questi casi si richiede essenzialmente una elevata risoluzione ed una buona accuratezza nelle misure di frequenza: si consideri, ad esempio, che per determinare con un'incertezza di ± 1 kHz la collocazione in frequenza di un canale radiofonico a 100 MHz (come potrebbe essere una stazione radio a modulazione di frequenza) è richiesta allo strumento utilizzato una incertezza relativa di $\pm 10^{-5}$ nelle misure di frequenza.

Nel seguito del capitolo si tratterà l'analizzatore di spettro digitale utilizzando questo termine per indicare, genericamente, un qualsiasi strumento in grado di eseguire l'analisi spettrale mediante algoritmi numerici.

5.2 Richiami sull'analisi di Fourier

L'analisi spettrale ha le sue basi teoriche nella definizione della trasformata di Fourier. Un analizzatore di spettro potrebbe essere pensato come uno strumento che, mediante i suoi circuiti elettronici, esegue le operazioni matematiche proprie del calcolo di questa trasformata. Si tratta, evidentemente, di una interpretazione ideale che non tiene conto delle limitazioni legate alla pratica realizzabilità di tali operazioni in forma di circuito o di algoritmo di calcolo. Lo studio degli strumenti dedicati all'analisi spettrale serve anche ad evidenziare tali limiti ed a stabilire i corretti criteri di impiego e di interpretazione delle informazioni di misura tenendo conto delle diverse tipologie dei segnali.

Una prima importante distinzione riguarda le caratteristiche dello spettro che si vuole analizzare. È opportuno infatti distinguere tra **segnali a spettro discreto** e **segnali a spettro continuo**. Nel primo caso si ipotizza che il segnale sia composto da un certo numero di termini sinusoidali, non necessariamente in relazione armonica. Questa classe di segnali rappresenta un grande numero di casi di interesse pratico e verrà perciò considerata come riferimento nel seguito. Un esempio è riportato in Fig. 5.2. Si noti che, poiché non viene imposta alcuna relazione tra le frequenze, un segnale a spettro discreto può risultare non periodico.

Il segnale considerato in uno strumento di misura è descritto da una funzione $x(t)$ reale; vale quindi la *simmetria hermitiana*, per cui $X(-f) = X^*(f)$ (il simbolo * indica il complesso coniugato). Si noti, ad esempio, in Fig. 5.2 la simmetria dello spettro di ampiezza. Sfruttando questa simmetria è possibile

descrivere la relazione tra un segnale a spettro discreto ed il suo spettro mediante una somma di componenti reali, anziché di termini esponenziali complessi:

$$x(t) = |X(0)| + \sum_{k=1}^{+\infty} 2 |X(f_k)| \cos(2\pi f_k t + \arg[X(f_k)]) \quad (5.1)$$

dove f_1, \dots, f_k, \dots sono le frequenze delle componenti del segnale ed $\arg[X(f)] = \arctan[\text{Im}[X(f)]/\text{Re}[X(f)]]$ è la caratteristica di fase di $X(f)$. Ciò significa che l'informazione sulla composizione spettrale del segnale si può ricavare dalla conoscenza di una sola metà di $X(f)$ che, di norma, è quella riferita a $f > 0$.

Come si può notare, l'informazione spettrale è data dalla sequenza di valori:

$$|X(0)|, \quad 2 \cdot |X(f_1)|, \quad \dots, \quad 2 \cdot |X(f_k)|, \dots,$$

che rappresentano le ampiezze delle singole componenti. Il primo termine è riferito ad un'eventuale componente continua del segnale.

È consuetudine presentare i risultati dell'analisi eseguita su un segnale a spettro discreto indicando non l'ampiezza, ma il valore efficace delle singole componenti sinusoidali. Pertanto, lo strumento di misura è tarato in modo da indicare la sequenza di valori:

$$|X(0)|, \quad \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot |X(f_1)|, \quad \dots, \quad \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot |X(f_k)|, \dots,$$

visualizzando soltanto le frequenze positive.

Va ricordato che, nell'analisi spettrale, lo schermo dello strumento ha sempre la scala orizzontale tarata per fornire un'indicazione di frequenza mentre la scala verticale può, a seconda della scelta fatta dall'operatore, dare un'indicazione di ampiezza, come **valore efficace di onda sinusoidale** (V_{RMS}), oppure di potenza (W). Perché la potenza sia correttamente espressa in W , è compito dell'utilizzatore specificare il valore di impedenza a cui si vuole fare riferimento e far sì che la sorgente di segnale da analizzare veda come carico un'impedenza equivalente pari a quella prevista.

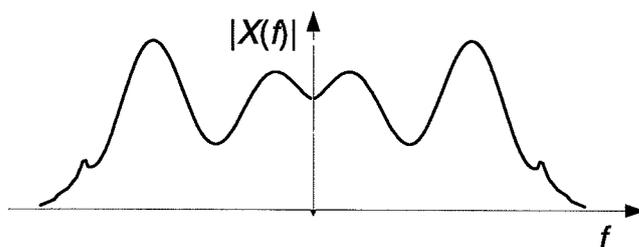


Figura 5.3: esempio di spettro continuo: segnale passa basso.

Esempio

Si consideri un segnale definito dall'equazione: $x(t) = A_1 \text{sen}(2\pi f_1 t + \phi_1) + A_3 \text{sen}(2\pi 3f_1 t + \phi_3)$. La frequenza fondamentale è, in questo caso, $F = f_1$. I suoi coefficienti di Fourier si possono facilmente ottenere esprimendo le due sinusoidi in forma esponenziale:

$$x(t) = \frac{A_1}{2j} \left[e^{j(2\pi f_1 t + \phi_1)} - e^{-j(2\pi f_1 t + \phi_1)} \right] + \frac{A_3}{2j} \left[e^{j(2\pi 3f_1 t + \phi_3)} - e^{-j(2\pi 3f_1 t + \phi_3)} \right];$$

si vede quindi che il segnale è descritto da quattro coefficienti di Fourier:

$$\begin{aligned} X(-3f_1) &= j \frac{A_3}{2} e^{-j\phi_3}; & X(-f_1) &= j \frac{A_1}{2} e^{-j\phi_1}; \\ X(f_1) &= -j \frac{A_1}{2} e^{j\phi_1}; & X(3f_1) &= -j \frac{A_3}{2} e^{j\phi_3}. \end{aligned}$$

In base alla definizione data in precedenza, lo spettro di potenza è:

$$2 \cdot |X(f_1)|^2 = \frac{A_1^2}{2}, \quad 2 \cdot |X(3f_1)|^2 = \frac{A_3^2}{2};$$

per tutti gli altri valori di f lo spettro è nullo. Come si può vedere, i termini alle frequenze f_1 e $3f_1$ hanno valore pari al quadrato del valore efficace della rispettiva componente sinusoidale di $x(t)$.

In un segnale a spettro continuo, invece, non è possibile individuare componenti localizzate a ben precise frequenze, ma si assume che le componenti significative dello spettro del segnale si trovino in un intervallo, o *banda* di frequenze. Nell'esempio di Fig. 5.3 il segnale è di tipo passa basso, o *in banda base*, in quanto il suo spettro è concentrato nell'intorno della frequenza $f = 0$.

Per i segnali a spettro continuo si preferisce fare riferimento alla funzione $X(f) \cdot X^*(f) = |X(f)|^2$. La grandezza $|X(f)|^2$ è detta **densità spettrale di potenza**, ricordando l'uguaglianza:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df, \quad (5.2)$$

nota come **teorema di Parseval**. Di norma, anche in questo caso un analizzatore di spettro presenta sullo schermo soltanto frequenze positive, pertanto la

traccia visualizzata è:

$$2 \cdot |X(f)|^2, \quad f > 0$$

In pratica, la misura di densità spettrale di potenza non è tuttavia di immediata determinazione, in quanto per ottenere un'indicazione corretta è necessario tenere conto anche di alcune caratteristiche dello strumento di misura.

Va osservato che in termini elettrici, se si suppone cioè che $x(t)$ sia la tensione misurata da uno strumento, l'uso del termine "potenza" è improprio, in quanto manca qualsiasi riferimento all'impedenza ai capi della quale tale tensione è stata rilevata: la grandezza $|X(f)|^2$ ha in realtà dimensione V^2/Hz (convenzionalmente si potrebbe fare riferimento all'impedenza di 1Ω , cosa che però in pratica ha scarso significato). Analogamente a quanto visto in precedenza, si può tarare la scala verticale dell'analizzatore di spettro in modo da dare un'indicazione espressa in W/Hz , ma è necessario specificare il valore di impedenza cui si fa riferimento.

5.3 Analisi spettrale per segnali campionati

Si consideri una grandezza variabile nel tempo, descritta dalla funzione $x(t)$, di cui si vuole fare l'analisi spettrale. Gli algoritmi numerici operano sui campioni di $x(t)$ acquisiti con un intervallo di campionamento T_S , ossia sulla sequenza $x(nT_S)$. Obiettivo dell'analisi è stimare, a partire da $x(nT_S)$, lo spettro $|X(f)|$ (o $|X(f)|^2$) del segnale originario. Si deve supporre, come condizione preliminare, che siano rispettate le condizioni relative al campionamento; detta f_{MAX} la frequenza tale che $|X(f)| = 0$ per $|f| > f_{MAX}$, si ha pertanto: $1/2T_S > f_{MAX}$.

Un richiamo teorico alle definizioni di trasformata per segnali campionati permetterà di mettere meglio in evidenza le premesse dell'analisi spettrale basata su algoritmi numerici e di tenere conto delle approssimazioni, introdotte come necessaria conseguenza dei vincoli posti nella pratica realizzazione degli strumenti.

Trasformata di Fourier tempo-discreta - La descrizione nel dominio della frequenza della sequenza di campioni $x(nT_S)$ è data dalla **trasformata di Fourier tempo-discreta**, definita dall'equazione:

$$\tilde{X}(f) = \sum_{-\infty}^{+\infty} T_S \cdot x(nT_S) e^{-j2\pi f n T_S} \quad (5.3)$$

dove $\tilde{X}(f)$ è una funzione **complessa** della variabile reale f . È importante ricordare la relazione che lega $\tilde{X}(f)$ allo spettro del segnale originario, $X(f)$, esprimibile nella forma:

$$\tilde{X}(f) = \frac{1}{T_S} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X\left(f - k \frac{1}{T_S}\right). \quad (5.4)$$

L'equazione mette in evidenza il fatto che lo spettro del segnale campionato è la ripetizione periodica, con periodo $1/T_S$, del corrispondente segnale continuo nel tempo. Si può osservare che, se le condizioni relative al campionamento sono state soddisfatte, vale l'uguaglianza $T_S \cdot \tilde{X}(f) = X(f)$ per $-\frac{1}{2T_S} < f < +\frac{1}{2T_S}$.

Il calcolo definito nell'equazione (5.3) fa riferimento ad una sequenza di campioni di durata infinita e, di conseguenza, non può essere implementato come algoritmo².

Trasformata di Fourier finita (DFT, discrete Fourier transform) -

Se $x(nT_S)$ è una sequenza periodica di periodo NT_S , la trasformata di Fourier finita (DFT) è definita dalla relazione:

$$X_{DFT}(kF) = \frac{1}{N} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} x(nT_S) e^{-j2\pi \frac{kn}{N}} \quad (5.5)$$

dove si è posto $F = 1/NT_S$. La sequenza dei *coefficienti di Fourier* $X_{DFT}(kF)$ è **periodica** di periodo N ed è una funzione **complessa** della variabile intera k . Ciò significa che l'equazione (5.5) fornisce una stima dello spettro del segnale analizzato alle frequenze multiple di F .

L'equazione (5.5) è l'unica che si presta ad essere implementata come algoritmo di calcolo. Tuttavia, essa si basa sul presupposto di trattare una sequenza di campioni periodica. Ciò significa che la sequenza di campioni $x(nT_S)$ ottenuta dalla trasformazione inversa:

$$x(nT_S) = \sum_{k=0}^{N-1} X_{DFT}(kF) e^{+j2\pi \frac{kn}{N}} \quad (5.6)$$

ricostruisce esattamente i campioni del segnale analizzato $x(t)$ soltanto se questo è periodico con periodo T e se il campionamento è stato eseguito in modo che valga esattamente l'uguaglianza $NT_S = kT$, con k intero.

Di fatto, un analizzatore di spettro digitale utilizza comunque algoritmi numerici basati sul calcolo della DFT, ma l'ipotesi di periodicità del segnale misurato non è in generale soddisfatta. Si dovrà quindi valutare quale sia il grado di attendibilità della stima spettrale così ottenuta.

5.4 Specifiche di un analizzatore di spettro

Considerando il grande numero di applicazioni in cui è utile impiegare l'analisi spettrale si vede come un analizzatore di spettro, per essere di uso generale, debba garantire, oltre alle consuete caratteristiche di accuratezza, un complesso insieme di prestazioni, che si possono così suddividere:

Specifiche in frequenza

- *ampio campo di frequenze misurabili*: spesso l'intervallo di valori di interesse può coprire 4 o 5 decadi (ad es.: da 0.1 Hz a 10 kHz, oppure da 1 kHz a 100 MHz), entro le quali deve essere garantito un dato grado di incertezza. È importante mantenere la distinzione tra il campo di frequenze misurabili e quello effettivamente analizzato. Spesso infatti ha interesse analizzare in dettaglio un intervallo di frequenze di ampiezza ridotta, che deve poter essere collocato nell'intorno di una qualsiasi frequenza di interesse;

²Qualunque strumento di misura dispone, ovviamente, di una memoria di acquisizione di profondità finita e, di conseguenza, può elaborare soltanto un numero finito di campioni.

- **buona risoluzione in frequenza:** lo strumento deve essere in grado di distinguere le componenti in frequenza di un segnale anche quando la loro separazione in frequenza sia molto piccola.

Si deve prestare particolare attenzione al significato della specifica relativa alla **risoluzione in frequenza** di un analizzatore di spettro. Mentre, per qualsiasi altro tipo di misura, si intende come *risoluzione* di uno strumento la minima variazione della quantità misurata che lo strumento stesso è in grado di rilevare, nel campo dell'analisi spettrale il termine *risoluzione in frequenza* ha un significato sottilmente differente. Si consideri un segnale a spettro discreto, ossia esprimibile come somma di componenti sinusoidali. La risoluzione in frequenza è convenzionalmente definita come "la minima separazione in frequenza alla quale sono distinguibili due componenti spettrali della stessa ampiezza". Si tratta quindi di una specifica che quantifica la capacità dello strumento di individuare le componenti sinusoidali di un segnale.

In un analizzatore digitale lo spettro del segnale viene stimato alle frequenze multiple della frequenza $F = 1/NT_S$, il cui valore è inversamente proporzionale alla durata dell'intervallo di osservazione del segnale, $T_W = NT_S$. Sullo schermo dello strumento l'asse orizzontale risulta dunque quantizzato ed il passo di quantizzazione è pari a F . Per evitare confusione, tale grandezza verrà denominata nel seguito **passo di quantizzazione in frequenza** o **granularità in frequenza**.

L'indicazione quantitativa relativa alla risoluzione in frequenza è un intervallo di frequenze Δf , che indica la separazione minima rilevabile. La definizione, tuttavia, si riferisce al caso ben definito di due componenti sinusoidali di uguale ampiezza e non è quindi sufficiente a valutare completamente le prestazioni dello strumento, poiché in pratica è molto probabile che i segnali analizzati siano composti da termini di ampiezze anche molto diverse tra loro. Come si vedrà più in dettaglio nei casi specifici, qualsiasi analizzatore di spettro si può caratterizzare con una propria **funzione di risoluzione** $W(f)$ che ne determina completamente le prestazioni per quanto riguarda la risoluzione in frequenza.

Per vari motivi, che dipendono dalle modalità con cui è realizzato, un strumento per l'analisi in frequenza non fornisce esattamente la misura dello spettro $X(f)$ del segnale osservato. La grandezza ottenibile, indicata nel seguito con $G(f)$, si può descrivere in tutta generalità come la **convoluzione nel dominio della frequenza** tra la trasformata del segnale e la funzione di risoluzione dello strumento:

$$G(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\nu) \cdot W(f - \nu) d\nu, \quad (5.7)$$

che nel caso di un segnale con spettro a righe si particolarizza nella forma:

$$G(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_k \cdot W(f - f_k), \quad (5.8)$$

dove A_k ed f_k indicano, rispettivamente, le ampiezze e le frequenze delle componenti del segnale. L'andamento di $W(f)$, di solito simmetrico ri-

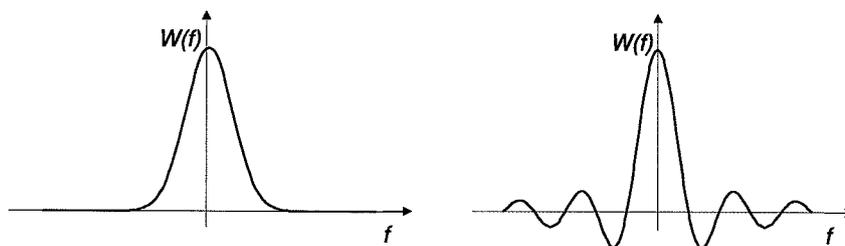


Figura 5.4: esempi di funzioni di risoluzione nell'analisi spettrale.

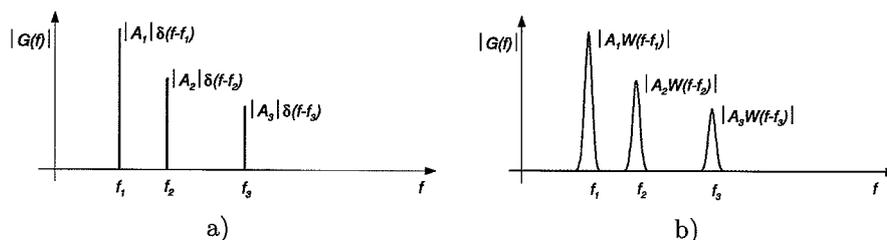


Figura 5.5: effetto della funzione di risoluzione: a) esempio di spettro teorico; b) convoluzione con la funzione $W(f)$.

spetto al punto $f = 0$, è in genere simile a uno di quelli rappresentati nei grafici di Fig. 5.4.

L'equazione (5.8) mostra che lo spettro del segnale rimarrebbe inalterato soltanto se la funzione di risoluzione fosse assimilabile ad un impulso, o funzione di Dirac, cioè se $W(f) = \delta(f)$. In pratica questo non è possibile e si può pensare che a ciascuna componente sia associato un picco, il cui andamento è descritto proprio dalla funzione $W(f)$. Condizione perché lo strumento non alteri eccessivamente lo spettro misurato è allora che $W(f)$ sia limitata in una banda di frequenze sufficientemente ristretta. Un esempio di come lo strumento visualizza lo spettro di un segnale composto da tre termini sinusoidali è presentato in Fig. 5.5.

Indicata con B_{-6dB} la banda a -6 dB della funzione di risoluzione, cioè quel valore per cui $W(-B_{-6dB}/2) = W(B_{-6dB}/2) = W(0)/2$ (l'attenuazione per $|f| = B_{-6dB}/2$ è pari a 6 dB), è sufficiente che due componenti spettrali del segnale siano distanziate tra loro di $\Delta f = 2 \cdot B_{-6dB}$ per consentire di distinguerle, come indicato in Fig. 5.6. Per un analizzatore di spettro digitale, tale parametro prende il nome di **banda di risoluzione** B_R e viene spesso espresso in forma normalizzata rispetto al passo di quantizzazione in frequenza:

$$\frac{2 \cdot B_{-6dB}}{F} = 2 \cdot B_{-6dB} \cdot NT_S.$$

In questa forma normalizzata, il parametro dipende soltanto dall'andamento della funzione di risoluzione $W(f)$ che caratterizza lo strumento.

Rispettando la condizione di separazione minima indicata, le frequenze delle componenti del segnale corrispondono alle ascisse dei massimi re-

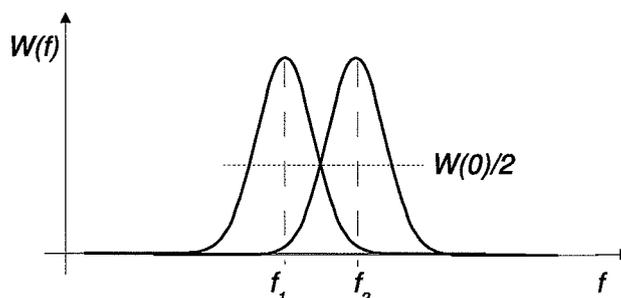


Figura 5.6: definizione della banda di risoluzione.

lativi (picchi) dello spettro. Per misurare accuratamente lo spettro di ampiezza (o di potenza) si deve invece imporre una separazione in frequenza maggiore. In tal caso infatti i termini che compongono $G(f)$ non devono interferire tra loro, poiché soltanto così si può porre:

$$|A_k| = \frac{|G(f_k)|}{|W(0)|} \quad (5.9)$$

in modo che, introducendo una opportuna costante di taratura, lo strumento dia una indicazione diretta delle ampiezze di ciascuna componente del segnale. Una indicazione della separazione necessaria a questo scopo si può avere considerando, ad esempio, la banda a -20 dB della funzione di risoluzione, B_{-20dB} , che indica la distanza a cui l'interferenza causata da una componente del segnale è pari al 10% della sua ampiezza.

Di solito, nelle specifiche degli strumenti viene indicato un parametro denominato **selettività**, il cui valore è dato dal rapporto: B_{-20dB}/B_{-6dB} , che dipende esclusivamente dalle caratteristiche di $W(f)$.

Specifiche in ampiezza

- grande **dinamica per le ampiezze**: poiché si vuole essere in grado di misurare correttamente componenti anche piccole del segnale analizzato, la contemporanea presenza di componenti di maggiore intensità non deve introdurre alterazioni. La dinamica si indica come il rapporto, espresso in dB, tra la massima e la minima ampiezza rilevabili contemporaneamente dallo strumento;
- elevata **sensibilità**: lo strumento deve poter analizzare accuratamente segnali di ampiezza ridotta;
- uniformità: in conseguenza dell'ampio campo di frequenze misurabili, è importante garantire che il comportamento dello strumento non cambi al variare della frequenza. Soltanto in questo caso infatti si può correttamente risalire all'ampiezza di ciascuna componente del segnale nota la costante di taratura dello strumento.

Specifiche di linearità

Per poter misurare correttamente lo spettro di un segnale, un analizzatore di spettro deve avere un comportamento perfettamente lineare nei

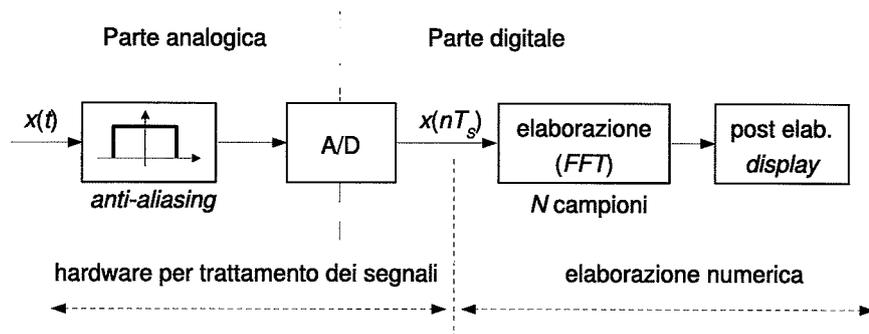


Figura 5.7: schema semplificato di un analizzatore di spettro digitale.

confronti del segnale stesso. Qualsiasi distorsione di non linearità infatti introduce nuove componenti in frequenza, che lo strumento non è in grado di discriminare e presenta quindi erroneamente sullo schermo. Si deve inoltre garantire l'assenza di risposte spurie, causate dai dispositivi interni allo strumento stesso³.

5.5 Schema funzionale

Lo schema funzionale di un analizzatore di spettro digitale non differisce molto, in linea di principio, da quello di un oscilloscopio digitale. Anche per questo strumento, infatti, il primo passo consiste nell'acquisire un adeguato numero di campioni, rispettando le condizioni relative al campionamento dei segnali. I campioni acquisiti vengono temporaneamente depositati in una memoria, dai quali vengono prelevati per essere elaborati al fine di ottenere una stima dello spettro del segnale, che viene poi visualizzata su uno schermo. Lo schema di Fig. 5.7 mette in evidenza soltanto le operazioni fondamentali, con particolare attenzione a quelle che caratterizzano l'analizzatore di spettro.

Il canale di ingresso dello strumento consente all'operatore la scelta di numerosi parametri che riguardano il fattore di scala verticale, la modalità di accoppiamento con la sorgente di segnale, l'impedenza di ingresso dello strumento stesso. In Fig. 5.7 si è evidenziata la presenza di un **filtro anti-aliasing** posto prima del convertitore analogico-digitale: si tratta di un filtro passa basso la cui banda passante è inferiore alla frequenza di Nyquist $1/2T_s$. Per un analizzatore di spettro digitale, questo elemento è molto importante perché assicura l'eliminazione di eventuali componenti spettrali del segnale a frequenze superiori, che a seguito del campionamento verrebbero riportate in banda base ed erroneamente misurate dall'analizzatore.

Come per qualsiasi altro filtro, le specifiche del filtro *anti-aliasing* sono:

- banda passante e relativa frequenza di taglio;
- banda attenuata, o banda *oscura*;
- ondulazione in banda passante;

³Qualora tali risposte non siano del tutto eliminabili, esse si possono spesso identificare dal fatto di essere presenti anche in assenza di segnali all'ingresso.

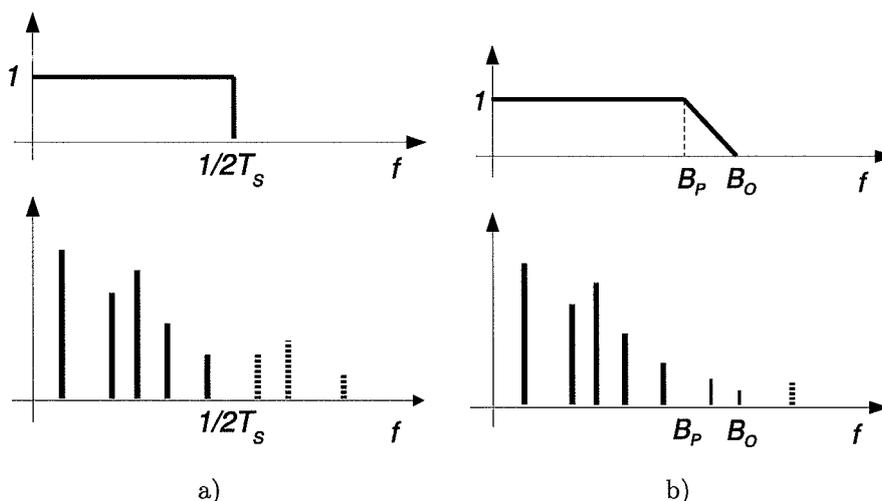


Figura 5.8: filtro *anti-aliasing*: a) risposta in frequenza ideale; b) risposta approssimata di un filtro reale.

- attenuazione in banda attenuata.

Idealmente, la risposta in frequenza di un filtro *anti-aliasing* dovrebbe avere l'andamento di una funzione rettangolare, come evidenziato in Fig. 5.8: in tal caso tutte le componenti di segnale a frequenze superiori a $1/2T_s$ verrebbero completamente eliminate, mentre quelle a frequenze inferiori rimarrebbero inalterate.

In pratica, un filtro passa basso reale è caratterizzato dalla frequenza di taglio (indicata in figura con B_P) e da un intervallo di frequenze, detto **banda di transizione**, nel quale il guadagno del filtro decresce progressivamente fino alla frequenza B_O , che delimita l'inizio della banda attenuata. Di questo si tiene conto nella progettazione di un analizzatore di spettro digitale mediante un **fattore di sovraccampionamento**. La frequenza di campionamento del convertitore analogico-digitale viene scelta cioè in modo da avere:

$$\frac{1}{2T_s \cdot B_P} > 1$$

e le indicazioni dello strumento vengono considerate valide soltanto fino alla frequenza B_P . In prima approssimazione, si può stimare che il fattore di sovraccampionamento necessario sia dato dal rapporto B_O/B_P .

La specifica di attenuazione in banda attenuata è determinata dalla dinamica di ampiezza richiesta allo strumento. Tipicamente, tale dinamica è di 70-80 dB e, di conseguenza, l'attenuazione richiesta deve essere superiore a -80 dB. L'ondulazione della risposta in frequenza del filtro in banda passante contribuisce a determinare l'incertezza nelle misure di ampiezza e deve quindi essere sufficientemente ridotta. Tipicamente, la fascia di ondulazione accettata è inferiore all'1% del guadagno nominale.

Il **convertitore analogico-digitale** è caratterizzato dalla frequenza di campionamento a cui può operare e dalla risoluzione in ampiezza, espressa mediante il suo numero di bit. Nell'analisi spettrale è molto importante la **linearità** del

convertitore, ossia il fatto che la sua caratteristica di quantizzazione sia quanto più possibile prossima a quella di un quantizzatore uniforme.

Per ottenere una buona dinamica di ampiezza è necessario che la **risoluzione** del convertitore sia elevata. Tipicamente, si devono considerare convertitori ad almeno 12 bit. Tuttavia, gli algoritmi di analisi spettrale disponibili in numerosi oscilloscopi consentono di ottenere risultati accettabili anche con i convertitori A/D ad 8-10 bit di tali strumenti.

Nel blocco di **elaborazione** si è messa in evidenza la principale operazione di calcolo eseguita dallo strumento, ossia la determinazione della trasformata finita di Fourier (DFT). Questa elaborazione si basa sull'algoritmo denominato *fast Fourier transform* (FFT), che permette calcolare la DFT in modo particolarmente efficiente. L'elaborazione viene fatta su una sequenza di N campioni memorizzati, per cui lo strumento opera su blocchi successivi di campioni. Di solito, per ragioni di efficienza dell'algoritmo FFT, si fa in modo che N sia esprimibile come potenza di 2 (o di 4), ad esempio, operando su sequenze di 1024 campioni.

Il blocco di **post-elaborazione** ha il compito di convertire i dati generati dall'algoritmo FFT in una traccia visualizzabile. Si deve ricordare che la trasformata è espressa come numero complesso nelle due componenti parte reale e parte immaginaria, mentre la traccia da visualizzare prevede la presentazione in forma di modulo e fase. È quindi necessaria una conversione di formato. Oltre a questo, vengono apportate per via numerica alcune correzioni che consentono di tenere conto dei parametri di taratura dello strumento, migliorando l'accuratezza delle indicazioni.

5.6 DFT e dispersione spettrale

Un analizzatore di spettro digitale opera su una sequenza finita di N campioni del segnale:

$$x(nT_S), \quad n = n_0, \dots, n_0 + N - 1$$

che elabora eseguendo il calcolo della DFT definito nell'eq. (5.5), riportata qui di seguito per comodità:

$$\frac{1}{N} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} x(nT_S) e^{-j2\pi \frac{kn}{N}}$$

Si deve ricordare che:

- la **frequenza di campionamento** $F_S = 1/T_S$ è determinata dalla base dei tempi interna allo strumento. Questa costituisce il riferimento necessario a garantire l'accuratezza delle misure di frequenza dell'analizzatore;
- la **profondità di memoria** dello strumento è fissata ed è pari ad N campioni;
- come conseguenza dei due punti precedenti, l'**intervallo di osservazione** $T_W = NT_S$ è a sua volta fissato. Si vedrà in seguito che, in pratica, sono possibili variazioni della durata di T_W ricorrendo alla decimazione dei campioni in fase di acquisizione, come si è già visto per l'oscilloscopio digitale.

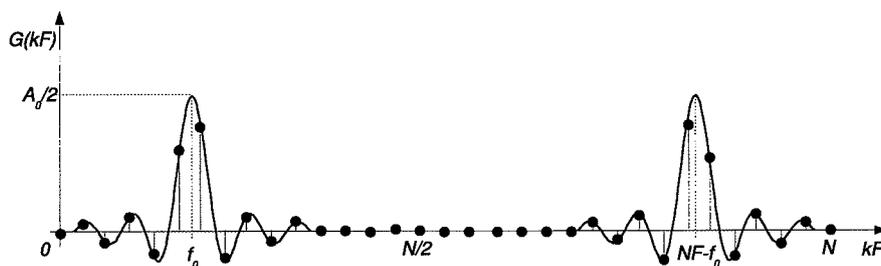


Figura 5.9: DFT di un segnale sinusoidale calcolata per $N=32$.

Da queste considerazioni segue che, anche quando il segnale da analizzare è periodico, le operazioni di campionamento e di acquisizione danno luogo ad una sequenza finita di campioni che, in generale, **non** è a sua volta periodica. Si consideri come esempio il caso di un segnale sinusoidale, campionato a frequenza $F_S = 1/T_S$:

$$x(nT_S) = A_0 \sin(2\pi f_0 nT_S + \phi_0), \quad n = n_0, \dots, n_0 + N - 1. \quad (5.10)$$

Benché il segnale da cui è tratta sia periodico, la sequenza di campioni è a sua volta periodica soltanto nel caso in cui l'intervallo di osservazione NT_S coincida esattamente con un numero intero di periodi della sinusoidale, ossia se si ha:

$$NT_S = k \cdot \frac{1}{f_0} \quad \text{ossia:} \quad \frac{f_0}{F_S} = \frac{k}{N}.$$

È importante, di conseguenza, capire cosa accade quando l'algoritmo FFT viene utilizzato su una sequenza di campioni non periodica. Il calcolo della DFT per il segnale sinusoidale fornisce il seguente risultato:

$$\begin{aligned} X_{DFT}(kF) = & \frac{A_0}{2j} e^{j\phi_0} \cdot \frac{\sin \pi \left(\frac{kF - f_0}{F} \right)}{\sin \frac{\pi}{N} \left(\frac{kF - f_0}{F} \right)} e^{-j \frac{2\pi}{N} \frac{kF - f_0}{F} \left(n_0 + \frac{N-1}{2} \right)} - \\ & - \frac{A_0}{2j} e^{-j\phi_0} \cdot \frac{\sin \pi \left(\frac{kF + f_0}{F} \right)}{\sin \frac{\pi}{N} \left(\frac{kF + f_0}{F} \right)} e^{-j \frac{2\pi}{N} \frac{kF + f_0}{F} \left(n_0 + \frac{N-1}{2} \right)}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

A questa espressione corrisponde la rappresentazione grafica di Fig. 5.9, dove sono stati evidenziati con dei cerchi i valori dei coefficienti di Fourier stimati mediante la DFT per valori interi dell'indice k . La linea continua sottile mostra invece l'andamento complessivo della funzione, che si otterrebbe se fosse possibile valutare la frequenza in un intervallo continuo di valori, anziché per incrementi discreti con passo F .

Va ricordato che la DFT è una funzione periodica nell'indice k con periodo N ; la figura mostra soltanto un periodo, per i valori dell'indice $0 \leq k < N$. In questo caso, tutti i valori per $k \geq N/2$ si riferiscono alle componenti immagine dello spettro. Di norma, questi non vengono considerati nella visualizzazione.

I due termini che compongono l'espressione sono proporzionali ai due coefficienti di Fourier complessi del segnale sinusoidale:

$$\frac{A_0}{2j} e^{j\phi_0} \quad \text{e} \quad - \frac{A_0}{2j} e^{-j\phi_0},$$

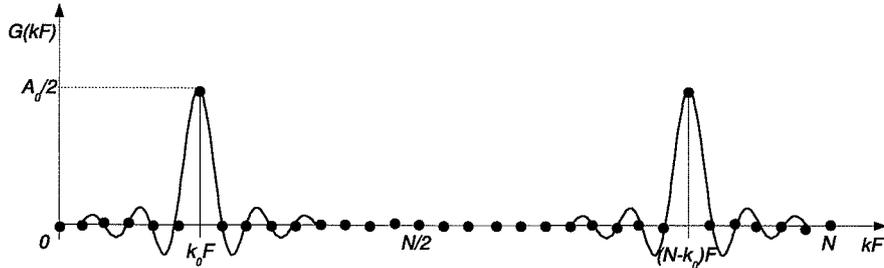


Figura 5.10: DFT di un segnale sinusoidale, calcolata per $N=32$, con $f_0 = k_0F$.

tuttavia i valori calcolati non forniscono una stima corretta della loro ampiezza. Questo si verifica perché, in Fig. 5.9 si è supposto che la frequenza f_0 non sia esprimibile come multiplo intero del passo di quantizzazione in frequenza F . Non esiste perciò alcun valore dell'indice k per cui risulti $kF = f_0$.

Si deve osservare che, benché si stia considerando un segnale il cui spettro è composto di due soli coefficienti complessi, la stima spettrale ottenuta presenta coefficienti di Fourier con valori non nulli in un insieme di frequenze esteso nell'intorno di f_0 e della sua immagine. Se non fosse noto a priori che il segnale considerato è una sinusoidale, la conclusione che la Fig. 5.9 potrebbe suggerire è che il segnale analizzato ha uno spettro con più componenti. Tale fenomeno prende il nome di **dispersione spettrale**, o *spectral leakage*.

A partire dai valori disponibili, la stima che meglio approssima il valore effettivo del coefficiente di Fourier della sinusoidale si ottiene considerando l'indice $k = k_0$ per cui il valore di $|X_{DFT}(kF)|$ è massimo. Come si può vedere in Fig. 5.9, a tale picco corrisponde la frequenza k_0F più prossima a quella corretta. Tuttavia, l'ampiezza stimata risulta inferiore a quella effettiva; l'**attenuazione di ampiezza**, o *scalloping loss*, è un parametro caratteristico, che dipende dalla distanza tra k_0F e f_0 .

Nel caso particolare in cui l'intervallo di osservazione NT_S coincida esattamente con un numero intero di periodi della sinusoidale, la sequenza di campioni è essa stessa periodica e dall'uguaglianza $f_0/F_S = k/N$ segue che, per un dato valore di k si ha esattamente: $f_0 = kF$. Il calcolo della DFT dà in questo caso il risultato presentato in Fig. 5.10: solo due dei valori calcolati sono diversi da zero e la loro ampiezza corrisponde esattamente a quella dei coefficienti di Fourier del segnale sinusoidale. In questo caso la DFT fornisce una stima spettrale corretta: non vi è dispersione spettrale, né *scalloping loss*.

Per analizzare più approfonditamente il problema dello *spectral leakage* e comprendere come gli algoritmi di analisi spettrale vengono adattati per limitarne gli effetti, è utile considerare nuovamente la definizione di DFT e considerarne il legame con la trasformata di Fourier tempo-discreta (DTFT). Confrontando le due equazioni (5.5) e (5.3) si può notare che vale la seguente uguaglianza:

$$\begin{aligned} X_{DFT}(kF) &= \frac{1}{NT_S} \tilde{X}_W(f) \quad \text{per: } f = kF = \\ &= \frac{1}{NT_S} \sum_{-\infty}^{+\infty} T_S \cdot x_W(nT_S) e^{-j2\pi kFnT_S} \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$\text{con: } x_W(nT_S) = \begin{cases} x(nT_S) & \text{per } n_0 \leq n \leq n_0 + N - 1 \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases} \quad (5.13)$$

Le due espressioni permettono di evidenziare due aspetti distinti della relazione tra le due trasformate:

- la discretizzazione della frequenza, tramite la sostituzione della variabile f con kF ;
- il **troncamento** della sequenza di campioni, che nella DTFT si suppone di durata infinita, alla durata finita NT_S . Si noti che nell'equazione (5.12) si è utilizzato il simbolo $\tilde{X}_W(f)$ per evidenziare il fatto che si considera la DTFT di una sequenza troncata.

Il troncamento è la causa dell'effetto di dispersione spettrale evidenziato in precedenza. Per comprendere come lo spettro di un qualsiasi segnale venga alterato a causa del troncamento, si può riscrivere l'equazione (5.13) come prodotto di due sequenze di durata infinita:

$$\begin{aligned} x_W(nT_S) &= x(nT_S) \cdot w_R(nT_S) \\ \text{con: } w_R(nT_S) &= \begin{cases} 1 & \text{per } n_0 \leq n \leq n_0 + N - 1 \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases} \end{aligned} \quad (5.14)$$

Ricordando le proprietà delle trasformate, si può allora esprimere $\tilde{X}_W(f)$ come convoluzione delle DTFT delle due sequenze, ottenendo:

$$\tilde{X}_W(kF) = \tilde{X}(f) * \tilde{W}_R(f) \quad (5.15)$$

La funzione $w_R(nT_S)$ prende il nome di **finestra**, ad indicare che permette di "vedere" soltanto una parte del segnale analizzato. In questo caso si parla di finestra *rettangolare* o **uniforme** perché, nell'eq. (5.14), tutti i campioni della sequenza hanno lo stesso valore.

Un confronto tra la (5.15) e l'equazione (5.7) mostra immediatamente che, in un analizzatore di spettro digitale, la funzione di risoluzione non è altro che la trasformata di Fourier della finestra di analisi utilizzata. Ciò significa che le caratteristiche di risoluzione dello strumento possono essere variate scegliendo opportunamente la finestra utilizzata. È importante dunque studiare l'andamento della finestra uniforme ed evidenziarne i parametri più importanti.

La DTFT della sequenza $w_R(nT_S)$ definita dall'equazione (5.14) ha la seguente espressione:

$$\tilde{W}_R(f) = \sum_{n=0}^{N-1} T_S e^{-j2\pi f n T_S} = T_S \frac{\sin \pi \left(\frac{f}{F} \right)}{\sin \frac{\pi}{N} \left(\frac{f}{F} \right)} e^{-j \frac{2\pi f}{N} \left(n_0 + \frac{N-1}{2} \right)}. \quad (5.16)$$

Si può notare che la dipendenza dalla frequenza è sempre espressa da un rapporto f/F , perciò è conveniente raffigurare l'andamento di $\tilde{W}_R(f)$ in funzione della frequenza normalizzata $f/F = fNT_S$. In questo modo $\tilde{W}_R(f/F)$ risulta periodica di periodo N e, tenendo conto della simmetria hermitiana, è sufficiente considerare il suo andamento tra 0 ed $N/2$. Il grafico presentato in Fig. 5.11 si riferisce a $|\tilde{W}_R(f)|/T_S$, ossia anche l'ampiezza è stata normalizzata rispetto a T_S . L'andamento presenta alcune caratteristiche che si ritrovano anche nelle DTFT di altri tipi di finestre, delle cui caratteristiche si discuterà in seguito. In particolare, si può notare la presenza di:

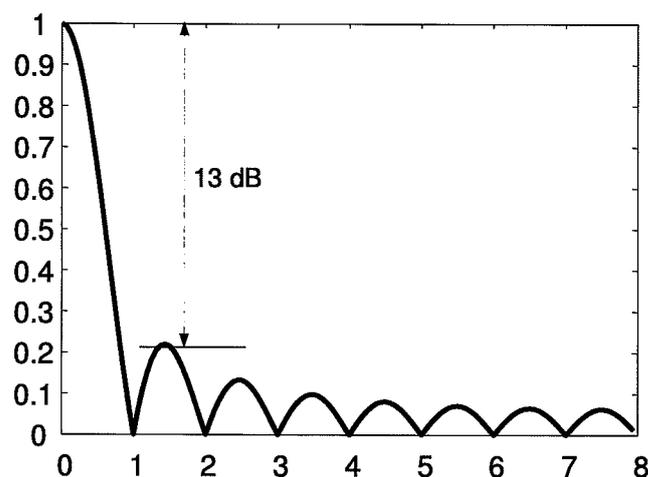


Figura 5.11: andamento del modulo della DTFT di una finestra uniforme, valutato per $N = 16$ e normalizzato rispetto a T_S .

- un lobo principale, la cui larghezza normalizzata è in questo caso pari a 2;
- lobi laterali, di ampiezza decrescente, la cui larghezza normalizzata è sempre pari ad 1.

Per la funzione $\tilde{W}_R(f)$ si possono definire la banda a -6 dB e gli altri parametri introdotti nel paragrafo 5.4; per quanto riguarda la selettività, però, di solito si preferisce considerare la relazione che lega l'ampiezza dei lobi laterali alla loro distanza dal lobo principale. Nel caso di una finestra uniforme, la relazione è di proporzionalità inversa, perciò l'ampiezza dei lobi laterali varia di -20 dB/decade. Si tratta di un decadimento piuttosto lento, che può causare fenomeni di **interferenza spettrale** qualora vi siano componenti molto vicine tra loro.

L'interferenza causata dalla dispersione spettrale può falsare le misure, poiché i contributi di più componenti distinte si combinano e si sovrappongono in modo non sempre esattamente prevedibile. Si possono quindi determinare valori di ampiezza inaccurati, ma può anche accadere che le componenti di minore ampiezza vengano mascherate dalle componenti maggiori, rendendole di fatto non rilevabili.

Negli analizzatori di spettro digitali si impiegano finestre di tipo diverso da quella uniforme, progettate allo scopo di ridurre sia l'interferenza spettrale, sia lo *scalloping loss*. Per raggiungere questi due obiettivi di progetto è necessario, da un lato, imporre che il lobo principale sia il più possibile piatto, ossia sia minima la variazione di $\tilde{W}_R(f)$ nell'intorno di $f = 0$. D'altra parte, si vuole che l'ampiezza dei lobi laterali diminuisca quanto più rapidamente possibile all'aumentare della frequenza. Queste specifiche sono contrastanti ed esistono perciò diversi tipi di finestra, ottimizzati per rispondere ad esigenze differenti.

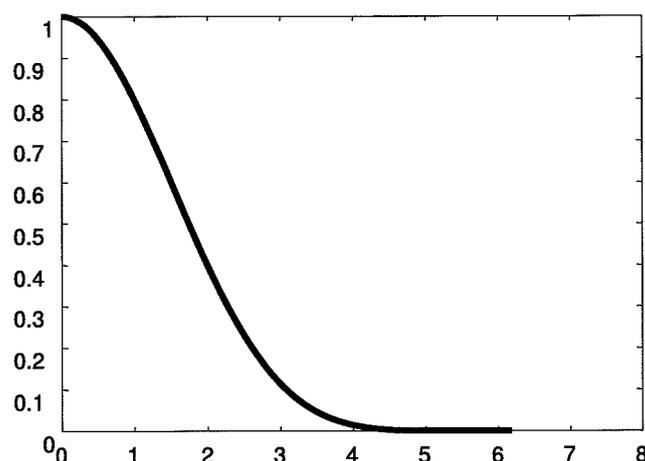


Figura 5.12: andamento del modulo della DTFT di una finestra con massimo decadimento dei lobi laterali, valutato per $N = 16$ e normalizzato rispetto a T_S .

Nella maggior parte dei casi le finestre sono descritte da un'espressione matematica che ha la seguente forma generale:

$$w(nT_S) = \sum_{m=0}^M a_m (-1)^m \cos\left(2\pi m \frac{n}{N}\right) \quad n = 0, \dots, N-1. \quad (5.17)$$

L'esempio più conosciuto è la finestra a coseno rialzato (o *finestra di Hanning*), che si può esprimere come:

$$w(nT_S) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(2\pi \frac{n}{N}\right) \quad n = 0, \dots, N-1. \quad (5.18)$$

Un esempio di finestra con migliori caratteristiche di decadimento dei lobi laterali e con un ridotto *scalloping loss* è presentato in Fig. 5.12. Come si può osservare, a questi miglioramenti corrisponde però un allargamento del lobo principale e, quindi, una banda a -6 dB più ampia. Anche se questo sembra pregiudicare la risoluzione dello strumento, si vedrà che questa può invece essere mantenuta ricorrendo ad un algoritmo più complesso.

Utilizzare una finestra diversa da quella uniforme comporta in realtà un ulteriore passo di elaborazione. Mentre l'equazione (5.14) non è che un modo di esprimere in forma matematica il fatto che si sta operando su un numero finito di campioni, l'impiego di una finestra come la (5.17) comporta che ciascun campione del segnale venga effettivamente moltiplicato ("pesato") per il corrispondente campione della finestra. L'analisi finora svolta con riferimento alla finestra rettangolare si può estendere al caso più generale semplicemente considerando, nell'equazione (5.15), la generica espressione della DTFT, $\tilde{W}(f)$.

5.7 Misure su segnali a spettro discreto

Si consideri ora nuovamente un segnale a spettro discreto: l'analisi di $|X_W(kF)|$ permette di stimare la composizione spettrale del segnale. Per semplicità, si

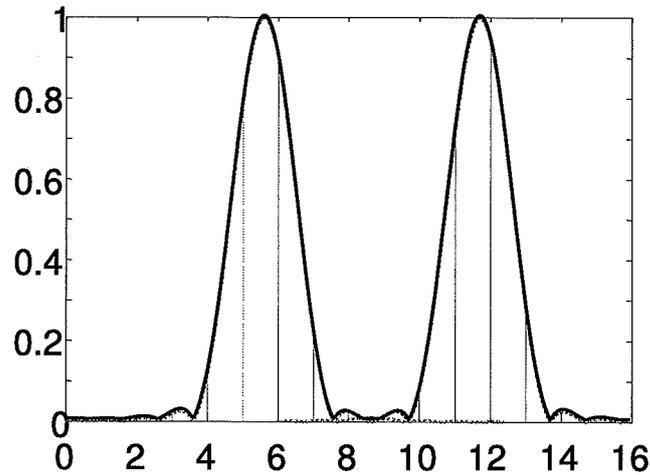


Figura 5.13: andamento del modulo della DTFT di un segnale sinusoidale, valutata per $N = 16$ e con ampiezza normalizzata.

prenda come esempio la sinusoida dell'equazione (5.10) la cui frequenza è genericamente indicata con f_0 . La sua DTFT ottenuta utilizzando una finestra a coseno rialzato è mostrata, in forma normalizzata, in Fig. 5.13; le linee verticali indicano la posizione dei campioni della corrispondente DFT, la cui espressione si può derivare dalla (5.15):

$$X_W(kF) = \frac{1}{N} \frac{A_0}{2j} e^{j\phi_0} \cdot W(kF - f_0) - \frac{1}{N} \frac{A_0}{2j} e^{-j\phi_0} \cdot W(kF + f_0). \quad (5.19)$$

Il modulo della DFT del segnale finestrato, $|X_W(kF)|$, presenta nell'intervallo tra 0 e $NF/2$ un solo picco, in corrispondenza al valore k_0F più prossimo ad f_0 . Di conseguenza la **frequenza** dell'unica componente spettrale viene stimata come: $\hat{f}_0 = k_0F$ e si può scrivere:

$$f_0 = (k_0 + \delta)F \quad \text{con: } |\delta| \leq \frac{1}{2}. \quad (5.20)$$

Nel caso più generale si avrebbero, invece, più picchi a ciascuno dei quali si suppone corrisponda una distinta componente sinusoidale del segnale. In base alla (5.20) lo scostamento tra la frequenza effettiva della sinusoida e quella stimata è pari a δF ; si vede quindi che l'incertezza nella stima di f_0 dovuta alla granularità dell'asse delle frequenze è, nel peggiore dei casi, pari a metà del passo di quantizzazione. Risulta cioè:

$$\hat{f}_0 = k_0F \pm \frac{F}{2}.$$

Per quanto riguarda la misura dell'**ampiezza**, si deve ricordare che una stima è possibile solo se l'interferenza con altre componenti spettrali è trascurabile⁴. Se questa condizione è soddisfatta, non vi è differenza tra i casi di una o più

⁴Anche nel caso di una singola sinusoida può verificarsi interferenza tra una riga e la riga corrispondente alla frequenza immagine, se la frequenza di campionamento non è adeguata.

componenti, in quanto ciascuna viene considerata separatamente. L'ampiezza stimata è:

$$\hat{A}_0 = 2 \cdot \frac{|X_W(k_0 F)|}{|\tilde{W}(0)|}.$$

Per valutare l'effetto dello *scalloping loss*, si può sostituire la (5.20) nella (5.19); si ottiene così:

$$X_W(k_0 F) = \frac{1}{N} \frac{A_0}{2j} e^{j\phi_0} \cdot \tilde{W}(-\delta F) - \frac{1}{N} \frac{A_0}{2j} e^{-j\phi_0} \cdot \tilde{W}(2k_0 F + \delta F). \quad (5.21)$$

Nell'ipotesi di non interferenza il secondo addendo dà un contributo trascurabile, pertanto si ha:

$$X_W(k_0 F) = \frac{1}{N} \frac{A_0}{2} \cdot \tilde{W}(-\delta F) \quad (5.22)$$

e, di conseguenza:

$$\hat{A}_0 = A_0 \frac{|\tilde{W}(-\delta F)|}{|\tilde{W}(0)|}. \quad (5.23)$$

Lo scostamento tra l'ampiezza effettiva e quella stimata è dunque:

$$\hat{A}_0 - A_0 = A_0 \left[\frac{|\tilde{W}(-\delta F)|}{|\tilde{W}(0)|} - 1 \right]$$

o, in termini relativi:

$$\frac{\hat{A}_0 - A_0}{A_0} = \left[\frac{|\tilde{W}(-\delta F)|}{|\tilde{W}(0)|} - 1 \right].$$

Poiché la DTFT di una finestra è simmetrica e l'ampiezza del lobo principale diminuisce all'aumentare della frequenza, lo scostamento maggiore si ha per $\delta = \frac{1}{2}$: il rapporto $|\tilde{W}(-F/2)|/|\tilde{W}(0)|$ prende il nome di *worst-case scalloping loss* (WCSL) e si può quindi scrivere:

$$\frac{\hat{A}_0 - A_0}{A_0} \leq WCSL - 1. \quad (5.24)$$

Nel caso di una finestra uniforme una valutazione a partire dalla (5.16) è abbastanza semplice e si ha $WCSL \simeq \frac{2}{\pi} \simeq 0.65$, che corrisponde ad una stima di ampiezza ridotta di circa il 35%. Per una finestra di Hanning lo scostamento massimo si riduce a circa -15%, mentre le finestre più spesso utilizzate nell'analisi spettrale, caratterizzate dalla massima piatezza del lobo principale nell'intorno di $f = 0$, consentono una stima di ampiezza che non si discosta dal valore corretto per più dell'1%.

5.8 Algoritmo di analisi spettrale

L'algoritmo basato sul calcolo della DFT finora descritto non è sufficientemente flessibile per permettere l'analisi di qualsiasi tipo di segnale all'interno della banda di frequenze consentita. Le caratteristiche principali finora viste si possono così riassumere:

- data la frequenza di campionamento F_S , lo strumento può analizzare segnali nella banda di frequenze tra 0 ed F_{MAX} , con $F_{MAX} < F_S/2$;
- il passo di quantizzazione è fisso e pari a $1/T_W = 1/NT_S$.

Esempio

Si supponga che un analizzatore di spettro digitale operi alla frequenza di campionamento $F_S = 200$ kHz e la profondità di memoria sia $N = 1000$. Tenendo conto delle limitazioni dovute alla non idealità del filtro *anti-aliasing* si può pensare che lo strumento possa analizzare segnali fino ad $F_{MAX} = 80$ kHz; il passo di quantizzazione in frequenza è $F = 1/T_W = F_S/N = 200$ Hz (si noti che in questo modo l'informazione di misura è fornita dai primi 400 coefficienti della DFT). Se il segnale analizzato fosse, ad esempio, composto di due sinusoidi alle frequenze di 5080 Hz e di 5350 kHz non sarebbe possibile misurarlo correttamente: la distanza tra le due componenti è infatti di 270 Hz, ossia di poco superiore al passo di quantizzazione in frequenza. La risoluzione in frequenza di qualunque tipo di finestra tra quelle normalmente utilizzate è inadeguata a distinguere le due componenti.

Si noti, tuttavia, che il campo di frequenze analizzato è sovrabbondante rispetto all'intervallo occupato dalle componenti del segnale. In questo esempio, l'algoritmo base fin qui trattato utilizza cioè in modo non ottimale i campioni acquisiti.

Gli oscilloscopi digitali consentono all'utilizzatore di modificare la durata dell'intervallo di osservazione T_W attuando, a seconda del fattore di scala orizzontale prescelto, una decimazione per un fattore M opportunamente scelto. Analoga operazione può aver luogo in un analizzatore di spettro: poiché $F = 1/T_W$, un intervallo di osservazione di maggiore durata comporta una riduzione del passo di quantizzazione in frequenza, ossia la conoscenza dei valori dello spettro su una griglia di punti più fitta.

Tuttavia, il passare da un intervallo di campionamento T_S ad un intervallo M volte più lungo ha come conseguenza che la frequenza di campionamento si riduce a sua volta dello stesso fattore: la massima frequenza analizzabile deve quindi essere inferiore a $1/2MT_S = F_S/2M$, mentre la frequenza minima rimane sempre pari a 0. La decimazione consente cioè di analizzare in maggior dettaglio soltanto le frequenze più basse.

Per migliorare le possibilità di analisi viene introdotta, prima della decimazione, una operazione di traslazione in frequenza. Essa si basa sulla seguente proprietà delle trasformate di Fourier:

$$\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} [x(nT_S)e^{-j2\pi f_{START}nT_S}] e^{-j2\pi \frac{nk}{N}} = X_{DFT}(kF + f_{START}); \quad (5.25)$$

si può notare che, nella (5.25), al coefficiente di Fourier di indice $k = 0$ corrisponde la frequenza f_{START} (si deve comunque avere $f_I < f_S/2$), che diventa quindi il limite inferiore dell'intervallo di frequenze analizzato. L'uso combinato della decimazione e della traslazione in frequenza permette dunque, con un'op-

portuna scelta di f_{START} e del fattore di decimazione M , di scegliere con la massima flessibilità l'effettivo intervallo di analisi.

Esempio

Si considerino nuovamente i valori dati nell'esempio precedente. Ricorrendo alla decimazione è possibile, utilizzando un fattore $M = 10$, portare l'intervallo di osservazione NT_S da 5 ms a 50 ms (si ricordi che la profondità di memoria rimane costante) e, di conseguenza, ridurre il passo di quantizzazione in frequenza F da 200 Hz a 20 Hz. In questo modo la frequenza di 5080 Hz è esprimibile come multiplo intero di F , con $k = 254$ e viene perciò stimata correttamente; inoltre, tale componente non dà luogo a dispersione spettrale.

Per l'altra componente si ha invece: $5350/F = 267.5$, per cui la frequenza stimata, per k intero ed uguale a 267, sarà di 5340 Hz. In termini normalizzati la distanza tra le due righe è di 13,5, sufficienti in ogni caso a distinguerle. Si noti però che, per la seconda, si ha $\delta = 0.5$, pertanto si ha il massimo effetto di dispersione spettrale: la stima dell'ampiezza è ridotta esattamente del fattore $WCSL - 1$ e l'interferenza verso la componente vicina può ancora essere significativa ed alterare, sia pure leggermente, anche la stima della sua ampiezza.

Per misurare le due componenti alle frequenze di 5080 Hz e di 5350 kHz sarebbe sufficiente considerare, ad esempio, un intervallo di 400 Hz; tale intervallo di frequenze verrebbe comunque coperto da una griglia di 400 campioni, perciò il passo di quantizzazione in frequenza diventa di 1 Hz. Rispetto al valore $1/T_W = 200$ Hz dato nell'esempio precedente, si tratta di una griglia 200 volte più fitta, che richiede di introdurre un fattore di decimazione $M = 200$. In questo modo infatti l'intervallo di campionamento passa da $5 \mu s$ a 1 ms e l'intervallo di osservazione è $T_W = NT_S = 1$ s. La semplice decimazione, però, consentirebbe di analizzare con questo grado di dettaglio soltanto l'intervallo tra 0 e 400 Hz.

Se, prima della decimazione, si introduce l'operazione di moltiplicazione per il termine esponenziale complesso:

$$e^{-j2\pi f_{START}nT_S}$$

scegliendo, ad esempio, $f_{START} = 5000$ Hz, l'algoritmo di misura permette di analizzare l'intervallo tra 5000 e 5400 Hz e fornisce il valore di $X_W(kF)$ con un passo di 1 Hz. Inoltre, in questo caso le frequenze di entrambe le componenti vengono stimate esattamente, in quanto si ha: $5080-5000/F = 80$ e $5350-5000/F = 350$ (si osservi che il calcolo tiene conto del fatto che all'indice $k = 0$ corrisponde f_{START}). Anche le rispettive ampiezze vengono stimate correttamente, in quanto non vi è dispersione spettrale.

Si osservi che, poichè molti parametri dell'analisi spettrale dipendono dalla frequenza espressa in forma normalizzata rispetto ad F , un variazione di F può cambiare significativamente il risultato dell'analisi, come in questo esempio.

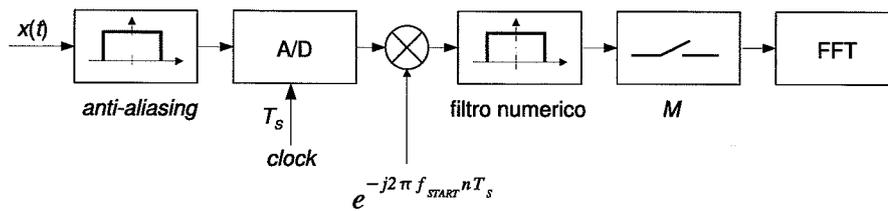


Figura 5.14: schema completo della procedura di elaborazione dei campioni in un analizzatore di spettro digitale.

È importante ricordare che, contrariamente a quanto in genere accade per gli oscilloscopi digitali, in un analizzatore di spettro digitale non è possibile implementare la decimazione senza anteporvi una operazione di filtraggio passa basso volta ad eliminare gli effetti di aliasing dovuti alla riduzione della frequenza equivalente di campionamento. Data la capacità dell'analisi spettrale di evidenziare componenti di segnale anche molto piccole, è indispensabile assicurare la totale assenza di contributi dovuti ad effetti di *aliasing*. Gli algoritmi di misura devono quindi includere dei filtri *anti-aliasing* numerici, realizzati in modo tale da poterne variare la frequenza di taglio per adattarsi al fattore di decimazione scelto.

Lo schema di Fig. 5.14 mostra i passi di elaborazione che compongono l'algoritmo di misura completo. Si tenga presente, comunque, che l'algoritmo FFT fornisce le parti reali ed immaginaria dei coefficienti di Fourier complessi, mentre di norma si visualizzano modulo e fase, per cui i dati in uscita dall'algoritmo sono ulteriormente elaborati prima di essere presentati sullo schermo dello strumento.

5.9 Presentazione in scala logaritmica

Un analizzatore di spettro è progettato per consentire di rilevare e misurare componenti di segnale di ampiezza anche molto ridotta; la specifica relativa alla dinamica di ampiezza, di cui si è già parlato, fa proprio riferimento a questa capacità dello strumento. Per quanto riguarda la presentazione dei risultati in forma di traccia sullo schermo, l'elevata dinamica rende praticamente impossibile utilizzare nella visualizzazione una scala delle ampiezze lineare. Si consideri un tipico valore di dinamica, che per un analizzatore di spettro può essere di 80 dB: ciò significa che il rapporto tra le ampiezze della più grande e della più piccola componente visualizzata è di 10^4 (10^8 se si considera il rapporto tra le potenze). Di conseguenza, la scala verticale di un analizzatore di spettro è usualmente di tipo logaritmico.

Si deve ricordare che l'analizzatore presenta normalmente una traccia proporzionale a $|X(f)|$, o a $|X(f)|^2$. La quantità visualizzata è, cioè, sempre positiva. Per una scala lineare, questo permetterebbe di scegliere il valore 0 come estremo inferiore della scala e di stabilire poi l'estremo superiore in base al fattore di scala verticale prescelto (ad esempio, se si sceglie un fattore di 100 mV/div e le divisioni sull'asse verticale sono 8, la scala va da 0 a 800 mV). In una scala logaritmica, invece, non ha senso considerare lo 0 come riferimento (si ricordi che $\log_x(0) = -\infty$), ma si definisce il **valore massimo**, denominato *reference*

level. Il fattore di scala verticale è espresso in dB/div di modo che, una volta fissato il *reference level*, è di conseguenza determinato l'estremo **inferiore** della scala.

I decibel (dB) sono definiti in riferimento ad un **rapporto** di due quantità. Per esprimere correttamente un'unità di misura in una scala logaritmica è necessario definirla anch'essa in rapporto ad una quantità di riferimento. Le due unità di misura più comuni sono:

- **dBV**, per le misure di ampiezza. È definita come:

$$20 \log_{10} \frac{V_X}{1 [V_{RMS}]}$$

dove V_X è il valore efficace di tensione misurato ed il valore di riferimento è quello di una tensione sinusoidale di 1 V efficace;

- **dBm**, per le misure di potenza. È definita come:

$$10 \log_{10} \frac{P_X}{1 [mW]}$$

dove P_X è la potenza misurata ed il valore di riferimento è una potenza di 1 mW. Necessariamente, in questo caso si deve specificare a quale impedenza di carico si fa riferimento.

Una volta stabilito il *reference level*, la misura si ottiene valutando, per il punto della traccia di interesse, di quanti dB questo si trovi al di sotto del livello di riferimento.

Esempio

Se il livello di riferimento è di -10 dBV e la componente spettrale di interesse dà luogo ad un picco di 14 dB inferiore, l'ampiezza della componente è di -24 dBV, pari a 63 mV.

Capitolo 6

Multimetri digitali

6.1 Generalità

I multimetri digitali (DMM, *digital multimeter*) sono strumenti numerici che consentono la misurazione sia di tensioni e correnti continue ed alternate, sia di resistenze. L'elemento principale su cui si basano questi strumenti è un convertitore analogico-digitale (ADC, *analogue-to-digital converter*) ad elevata risoluzione, mediante il quale è possibile eseguire la misurazione della tensione continua. Il convertitore analogico-digitale è però parte di una struttura più articolata e complessa, che comprende l'insieme di circuiti necessari a permettere di trattare anche le altre grandezze elettriche.

I DMM sono strumenti molto diffusi sia in laboratorio, sia in ambiente industriale; sono spesso inseriti anche in sistemi automatici di misura, supervisione e controllo, dove le informazioni di misura vengono trasferite al sistema mediante un'interfaccia digitale¹. Le prestazioni dei DMM variano ampiamente soprattutto per quanto riguarda la risoluzione della misura, di solito espressa in base al numero di cifre decimali che lo strumento può utilizzare per indicare il risultato della misurazione.

Negli strumenti con migliore risoluzione la realizzazione è particolarmente curata in modo da garantire, in proporzione, elevata sensibilità ed un grado di accuratezza corrispondente. Questo può consentire ad esempio, nel caso di una misura di tensione continua, di rilevare tensioni anche dell'ordine di poche decine di nV, pur considerando un valore di fondo scala dell'ordine dei V. Strumenti in grado di raggiungere tali prestazioni sono ovviamente costosi ed adatti prevalentemente ad un impiego in laboratori specializzati. Esistono, viceversa, strumenti di prestazioni molto più limitate ma di costo estremamente ridotto.

Per quanto riguarda le misure in corrente alternata, il campo di frequenze a cui un DMM può operare non è particolarmente esteso. In genere il limite inferiore è di circa 10 Hz; il limite superiore può variare tra 500 Hz per strumenti a basso costo ed 1 MHz per gli strumenti migliori. In genere, le prestazioni

¹ Può trattarsi di una semplice linea seriale, di un'interfaccia dedicata (ad es., l'interfaccia standard GPIB) oppure, negli strumenti più recenti, di un'interfaccia Ethernet. In tal caso l'indicazione numerica presentata sul pannello frontale è, ovviamente, ridondante.

comunque degradano sensibilmente a frequenze superiori ai 100 kHz, a causa delle limitazioni proprie dei circuiti di misura utilizzati.

Nel seguito verrà dapprima presentato il convertitore analogico-digitale e la sua modalità di funzionamento come misuratore di tensioni continue; successivamente si illustrerà l'impiego del blocco di conversione nell'esecuzione dei vari tipi di misure possibili con un multimetro.

6.2 Specifica di risoluzione di un multimetro digitale

Il parametro che per primo viene indicato, nelle specifiche, per quantificare le prestazioni di un multimetro digitale è il numero di cifre decimali utilizzato per presentare il risultato numerico della misura. Si tratta di un modo semplice ed immediato di riassumere vari aspetti. In primo luogo, il numero di cifre indica indirettamente la risoluzione dello strumento; poiché altre caratteristiche ed, in particolare, l'accuratezza sono legate alla risoluzione, lo si può tuttavia considerare come un indicatore complessivo della qualità del multimetro, sia pure in senso approssimativo.

La **risoluzione** di uno strumento (nel seguito indicata con Δ) è definita come la minima variazione del misurando che lo strumento è in grado di rilevare. Nel caso di un DMM, il risultato della misurazione viene fornito direttamente mediante una presentazione numerica; la minima variazione che lo strumento può evidenziare è, di conseguenza, quella corrispondente all'aumento od alla diminuzione di una unità della cifra meno significativa. Una volta definito il valore di fondo scala per la grandezza misurata, è quindi immediato stabilire il peso assegnato alla cifra meno significativa.

Esempio

Se il DMM è impiegato come voltmetro con $V_{FS} = 10$ V e l'indicazione data è 1.7362 V, il peso della cifra meno significativa è 100 μ V e questa è anche la risoluzione dello strumento per la scala dei 10 V. Lo strumento utilizza complessivamente 5 cifre decimali per presentare il risultato (l'indicazione di fondo scala corrisponderebbe a 9.9999 V). In un DMM si possono scegliere diverse **portate**, ossia diversi valori di fondo scala; in genere viene mantenuto un rapporto per un fattore 10. Si supponga allora di impiegare lo stesso strumento e di misurare la medesima tensione, scegliendo però $V_{FS} = 100$ V: in questo caso l'indicazione, utilizzando sempre 5 cifre, diviene: 01.736 V. Il peso della cifra meno significativa è ora 1 mV e tale è anche la risoluzione. Si prenda ora, per la stessa misura, uno strumento con $V_{FS} = 10$ V, che presenti però il risultato mediante sole 3 cifre decimali. L'indicazione in tal caso sarà 1.74 V, con una risoluzione $\Delta_V = 10$ mV.

Se il DMM è impiegato come misuratore di resistenza con $R_{FS} = 10$ k Ω e l'indicazione è 8.274 k Ω , il peso della cifra meno significativa è 1 Ω , quindi $\Delta_R = 1$ Ω .

La risoluzione così definita è una grandezza con la stessa dimensione di quella

misurata: va quindi specificata la relativa unità di misura. Come si vede dagli esempi, il suo valore è anche funzione delle modalità con cui viene utilizzato lo strumento. Spesso è più comodo indicare la risoluzione in forma relativa, indicando cioè il rapporto:

$$\frac{\Delta_X}{X_M}, \quad (6.1)$$

dove X_M è, genericamente, la grandezza misurata.

Esempio

Se $V_M = 1.7362 \text{ V}$ e $\Delta_V = 100 \text{ } \mu\text{V}$ si ha:

$$\frac{\Delta_V}{V_M} = \frac{100 \text{ } \mu\text{V}}{1.7362 \text{ V}} = \frac{1}{17362} \simeq 6 \times 10^{-5}$$

Se $V_M = 01.736 \text{ V}$ e $\Delta_V = 1 \text{ mV}$ si ha:

$$\frac{\Delta_V}{V_M} = \frac{1 \text{ mV}}{1.736 \text{ V}} = \frac{1}{1736} \simeq 6 \times 10^{-4}$$

Se $V_M = 01.74 \text{ V}$ e $\Delta_V = 10 \text{ mV}$ si ha:

$$\frac{\Delta_V}{V_M} = \frac{10 \text{ mV}}{1.74 \text{ V}} = \frac{1}{174} \simeq 6 \times 10^{-3}$$

Se $R_M = 8.274 \text{ k}\Omega$ e $\Delta_R = 1 \text{ } \Omega$ si ha:

$$\frac{\Delta_R}{R_M} = \frac{1 \text{ } \Omega}{8.274 \text{ k}\Omega} = \frac{1}{8274} \simeq 1.2 \times 10^{-4}$$

Si può notare, osservando il terzo termine di ciascuna di queste uguaglianze, che la risoluzione relativa è calcolabile molto facilmente considerando il rapporto tra 1 (la minima variazione della cifra meno significativa) e l'indicazione numerica visualizzata, **privata** del separatore decimale.

Negli esempi precedenti si è fatto riferimento al numero di cifre decimali che lo strumento impiega per presentare il risultato. Anche questa indicazione si può considerare un modo di esprimere la risoluzione dello strumento, analogamente a quanto si fa per un convertitore analogico-digitale, indicando il numero di bit. Infatti, se D è il numero di cifre decimali, il massimo valore visualizzabile con D cifre è esattamente² 2^D . Poiché al numero massimo corrisponde il valore di fondo scala dello strumento, mentre la variazione minima è di 1 unità, ci si rende facilmente conto che la quantità:

$$\frac{1}{10^D} \quad (6.2)$$

indica la risoluzione espressa in forma relativa rispetto al valore di fondo scala. È uso comune, nelle specifiche della strumentazione, caratterizzare un DMM in base al numero di cifre, parlando di multimetro a 3, 4, 5, ... cifre. Se si considera, ad esempio, un multimetro a 4 cifre, la risoluzione relativa al fondo scala, per qualunque scala e per qualunque grandezza si voglia misurare, sarà

²A rigore, $2^D - 1$: ad esempio, con 3 cifre il numero massimo è 999, non 1000. La differenza è in pratica irrilevante.

sempre 10^{-4} . Poiché si ha sempre $|X_M| \leq X_{FS}$, dalla (6.1) si vede che la risoluzione relativa al fondo scala è la risoluzione relativa migliore che si possa ottenere dallo strumento. Si ha cioè:

$$\frac{\Delta_X}{X_M} \geq \frac{1}{2^D}. \quad (6.3)$$

È comune trovare strumenti nei quali i valori di fondo scala alle diverse portate, pur mantenendo il rapporto per un fattore 10, non sono potenze del 10. Non sempre, cioè, le portate degli strumenti variano secondo la sequenza $\dots 0.1, 1, 10, 100, \dots$. Il motivo, di pura opportunità pratica, è che in alcuni casi è più conveniente utilizzare valori di fondo scala diversi. Si pensi ad esempio, nel caso della tensione alternata, all'impiego della portata 100 V (o 1000 V) quando le tensioni più diffuse nelle reti di distribuzione dell'energia elettrica sono 220 V e 110 V. Si possono quindi avere nei DMM portate che variano secondo la sequenza $\dots 0.3, 3, 30, 300, \dots$, oppure $\dots 0.2, 2, 20, 200, \dots$. In questi casi la presentazione del risultato richiede comunque D cifre decimali, ma la cifra **più** significativa non può mai raggiungere il valore massimo. Per convenzione, si parla in questo caso di multimetri a $(D - 1)\frac{1}{2}$ cifre, cosa che consente di continuare ad utilizzare la (6.2) per esprimere approssimativamente la risoluzione relativa al fondo scala. Quindi, un multimetro a 5 cifre e $\frac{1}{2}$ è uno strumento il schermo dispone di 6 cifre decimali per la presentazione del risultato, ma che utilizza valori di fondo scala che non sono potenze del 10.

In forma rigorosa, se N_{MAX} è il numero massimo che può effettivamente apparire sullo schermo dello strumento, si dovrebbe porre: $D = \log_{10} N_{MAX}$. In pratica, per le sequenze di portate che normalmente si utilizzano, la convenzione di considerare la "mezza cifra" è più che accettabile.

6.3 Convertitore analogico-digitale ad integrazione a doppia rampa

6.3.1 Schema funzionale

Il convertitore analogico-digitale di un DMM deve garantire buona risoluzione ed accuratezza con tempi di conversione relativamente ridotti. Di norma tale convertitore è del tipo ad integrazione; esso su basa cioè su circuiti che operano una integrazione della tensione incognita di ingresso. Questo permette di stabilire un legame fra la tensione continua considerata ed un intervallo temporale, il quale è misurabile accuratamente mediante un conteggio.

Per illustrare i principi di funzionamento degli ADC utilizzati negli attuali multimetri, si illustrerà il modo di operare di un convertitore a doppia rampa, il cui schema di principio è riportato in Fig. 6.1. Esso è rappresentativo dei dispositivi utilizzati nei multimetri, anche se questi sono in genere più complessi. Gli elementi principali del circuito sono:

- un **integratore**, raffigurato da un amplificatore operazionale in configurazione invertente con una capacità di retroazione C collegata tra l'ingresso invertente e l'uscita;
- un **comparatore**, la cui tensione di soglia è posta a 0 V, di modo che esso

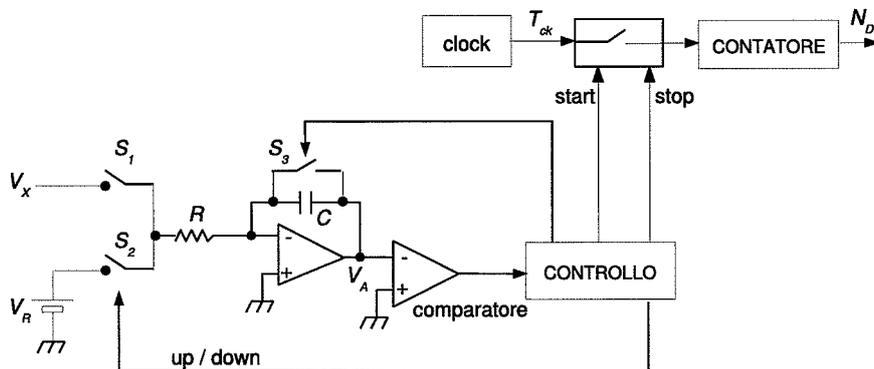


Figura 6.1: schema di principio di un convertitore analogico-digitale ad integrazione, a doppia rampa.

è in grado di rilevare il raggiungimento della condizione in cui la capacità C è scarica;

- un **contatore**, collegato ad un oscillatore che gli fornisce un segnale di *clock* con periodo T_{ck} , che viene utilizzato per determinare i tempi delle varie fasi di funzionamento del circuito;
- un insieme di **interruttori** (*switch*) che servono a modificare la configurazione del circuito nelle diverse fasi di funzionamento.

Per semplicità si suppongano per il momento ideali tutti i componenti presenti nello schema. Prima di iniziare la conversione il circuito deve essere posto in condizioni iniziali prestabilite, in particolare scaricando il condensatore C tramite la chiusura dell'interruttore S_3 ed azzerando il contatore con cui si misurano gli intervalli temporali.

Con S_3 aperto, all'istante $t = 0$ l'interruttore S_1 si chiude, connettendo all'integratore la tensione di ingresso. Questo dà inizio alla conversione della tensione incognita costante V_X che, in base al grafico temporale riportato in Fig. 6.2, si è supposta positiva. Questa fase, che prende il nome di *run-up*, ha una durata costante e predefinita, pari a T_U . In questo intervallo il condensatore C si carica a corrente costante mediante la corrente $I_U = V_X/R$ e la tensione v_A all'uscita dell'integratore, di conseguenza, varia linearmente. All'istante T_U essa raggiunge il valore:

$$v_A(T_U) = -\frac{V_X}{RC} \cdot T_U \quad (6.4)$$

La durata della fase di *run-up* è determinata mediante il contatore: essa è, di conseguenza, un multiplo intero del periodo di clock e si può scrivere: $T_U = N_U \cdot T_{ck}$. Successivamente l'interruttore S_1 viene aperto e si chiude S_2 , collegando così all'ingresso dell'integratore una tensione di riferimento V_R , che deve avere polarità opposta a V_X : nelle condizioni supposte in Fig. 6.2, V_R deve essere negativa³.

³In pratica, nella fase di *run-up* viene determinata la polarità di V_X ed è quindi immediato stabilire quale dovrà essere la polarità appropriata per V_R nella successiva fase di *run-down*.

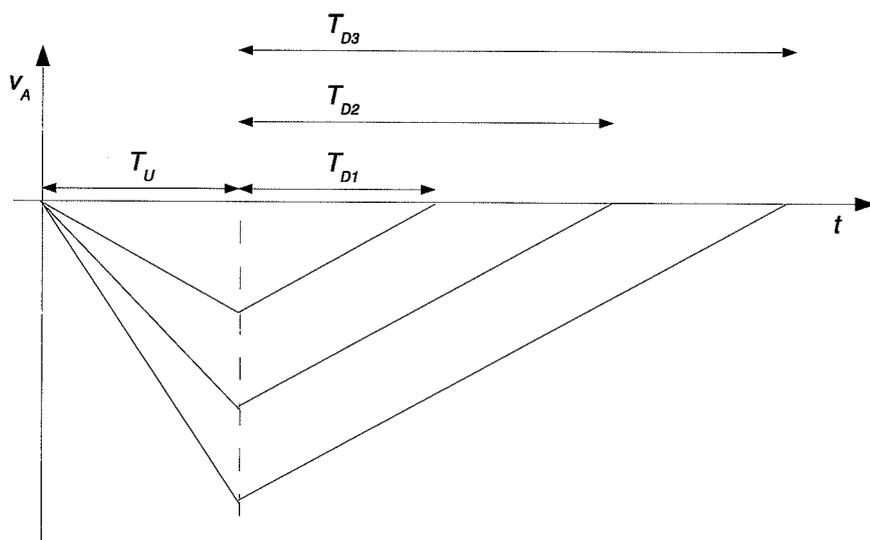


Figura 6.2: andamento delle tensioni all'uscita dell'integratore del convertitore a doppia rampa, al variare della tensione di ingresso V_X .

Nella seconda fase della misura, che prende il nome di *run-down*, si ha la scarica del condensatore C , interessato dalla corrente $I_D = V_R/R$, la quale sarà completata dopo un tempo T_D . La durata di questo intervallo non è prevedibile a priori, poiché dipende dalla tensione finale raggiunta al termine della fase di *run-up* e questa, a sua volta, è determinata dalla tensione incognita V_X che si vuole misurare. L'intervallo T_D viene misurato mediante il contatore: il conteggio viene avviato nell'istante in cui si chiude l'interruttore S_2 ed ha termine quando il comparatore rileva l'azzeramento della tensione in uscita dall'integratore. Indicato con N_D il conteggio ottenuto, la misura del tempo di *run-down* è:

$$T_D = (N_D \pm 1) \cdot T_{ck}, \quad (6.5)$$

dove il termine ± 1 rende conto del limite di risoluzione proprio del conteggio eseguito. Tenendo presente il fatto che la variazione di tensione in fase di *run-down* è uguale ed opposta a quella verificatasi nella fase precedente, il legame tra V_X e T_D è ottenibile dalla relazione:

$$v_A(T_U + T_D) = v_A(T_U) - \frac{V_R}{RC} \cdot T_D = 0. \quad (6.6)$$

Sostituendo nella (6.6) il valore fornito dalla (6.4) si ottiene:

$$V_X = -V_R \cdot \frac{T_D}{T_U} = -V_R \cdot \frac{N_D \pm 1}{N_U} = -V_R \frac{N_D}{N_U} \pm \frac{V_R}{N_U}. \quad (6.7)$$

Essendo V_R nota, la tensione V_X può essere espressa in forma codificata conoscendo solamente le due quantità numeriche N_U ed N_D . La costante strumentale non dipende quindi dalla R , dalla capacità C o dal periodo di clock dell'oscillatore T_{ck} . Tali grandezze infatti non compaiono nella relazione finale

(6.7) ed è necessario soltanto che i loro valori si mantengano costanti per il tempo necessario a completare la conversione, ossia che sia garantita la loro *stabilità a breve termine*.

È questo uno dei principali vantaggi di questa tecnica di conversione: l'accuratezza dipende così solo dalla stabilità della tensione di riferimento V_R e dalla linearità delle rampe ottenute. Questo tipo di ADC consente pertanto di ottenere conversioni molto accurate. Inoltre, poichè viene effettuata una integrazione della tensione incognita, è possibile ottenere una buona reiezione nei confronti del rumore eventualmente sovrapposto alla tensione continua incognita V_X , come sarà mostrato anche analiticamente.

Si noti che gli ADC a doppia rampa consentono di eseguire facilmente rapporti di tensioni; basta infatti che nella fase di *run-down* il deviatore S_1 sia chiuso su una tensione incognita V_Y anzichè sulla tensione di riferimento V_R . In tal caso si si ottiene:

$$\frac{V_X}{V_Y} = -\frac{N_D \pm 1}{N_U} \quad (6.8)$$

ossia, il rapporto tra le due tensioni esaminate coincide con il rapporto degli impulsi conteggiati.

6.3.2 Relazione tra risoluzione e tempo di conversione

La risoluzione ed il tempo di conversione di un ADC sono legati fra loro e, in particolare, all'aumentare dell'uno diminuisce l'altro e viceversa. È interessante determinare quali sono gli elementi che influenzano tale legame nel caso di un ADC a doppia rampa.

Si noti innanzitutto che, anche in condizioni di funzionamento ideali, nella valutazione della durata T_D della fase di *run-down* viene commesso un errore di quantizzazione; tale errore non interessa invece la determinazione della durata T_U della fase di *run-up* in quanto questa è fissata a priori come un multiplo del periodo di *clock* T_{ck} .

L'errore di quantizzazione nella determinazione di T_D si propaga nella valutazione della tensione incognita V_X , che viene quindi valutata con risoluzione Δ_V finita. Dalla (6.7) si ottiene infatti il seguente valore del passo di quantizzazione:

$$\Delta_V = \frac{|V_R|}{N_U} \quad (6.9)$$

Utilizzando ancora la (6.7) si ottiene inoltre:

$$\Delta_V = \frac{|V_R|}{N_U} = \frac{|V_X|}{N_D} = \frac{V_{FS}}{N_{Dmax}} \quad (6.10)$$

Questa espressione mostra che, una volta stabiliti il valore della tensione di fondo scala V_{FS} ed il numero massimo di conteggi N_{Dmax} , il passo di quantizzazione rimane fissato. Δ_V diminuisce all'aumentare del numero massimo di conteggi previsto nella fase di *run-down*; quindi, se si suppone fissato il periodo di *clock* T_{ck} , la risoluzione migliora all'aumentare della durata stessa della fase di *run-down*.

Il rapporto tra il passo di quantizzazione e la tensione misurata dà la risoluzione relativa:

$$\frac{\Delta_V}{V_X} = \frac{1}{V_X} \cdot \frac{|V_X|}{N_D} = \frac{1}{N_D}, \quad (6.11)$$

che risulta inversamente proporzionale al numero di conteggi effettuato nella fase di *run-down*. Ovviamente al valore di fondo scala V_{FS} corrisponde il numero massimo di conteggi N_{Dmax} e, di conseguenza, la risoluzione relativa al valore di fondo scala è:

$$\frac{\Delta_V}{V_{FS}} = \frac{1}{V_{FS}} \cdot \frac{|V_X|}{N_{Dmax}} = \frac{1}{N_{Dmax}}. \quad (6.12)$$

Per determinare il legame tra la durata della conversione T_{ADC} e il passo di quantizzazione Δ_V basta osservare che, in prima approssimazione, si può porre $T_{ADC} \simeq T_U + T_D$. Utilizzando la (6.7) e la (6.10) si ottiene pertanto:

$$T_{ADC} \simeq T_U + T_D = (N_U + N_D)T_{ck} = \frac{|V_R| + |V_X|}{V_{FS}} N_{Dmax} T_{ck}. \quad (6.13)$$

Il tempo di conversione è massimo quando $|V_X| = V_{FS}$ ed è pari a :

$$T_{ADCmax} \simeq \left(\frac{|V_R|}{V_{FS}} + 1 \right) N_{Dmax} T_{ck}. \quad (6.14)$$

Scelti i valori di V_{FS} e di N_{Dmax} , la (6.14) potrebbe far pensare che sia possibile ridurre il valore massimo del tempo di conversione scegliendo valori di $|V_R|$ piccoli rispetto a V_{FS} ; tale scelta, però, porterebbe a ridurre in proporzione anche la durata della fase di *run-down*, peggiorando la risoluzione nella determinazione di T_D .

Di norma si sceglie $|V_R|$ pari al valore di fondo scala dell'ADC, nel qual caso dalla (6.14) segue che il tempo di conversione massimo è:

$$T_{ADCmax} \simeq 2N_{Dmax}T_{ck} \quad (6.15)$$

ed il numero di conteggi eseguiti durante la fase di *run-up* coincide con il numero massimo di conteggi consentiti dallo strumento in fase di *run-down*.

Confrontando la (6.15) con la (6.12) si vede che, a parità degli altri parametri, il tempo di conversione e la risoluzione relativa al fondo scala sono tra loro inversamente proporzionali.

Si supponga di voler valutare la risoluzione del convertitore in base al suo numero di bit, b ; si deve allora porre: $N_{Dmax} = 2^b$ e dalla (6.15) segue:

$$T_{ADCmax} \simeq 2 * 2^b T_{ck},$$

ossia, il tempo di conversione aumenta esponenzialmente con il numero di bit dell'ADC.

Esempio

Si supponga che l'oscillatore interno all'ADC abbia una frequenza di 10 MHz, cui corrisponde $T_{ck} = 100$ ns; dalla (6.12) si vede che, per realizzare un multimetro a 4 cifre, deve essere: $N_{Dmax} = 10^4$. Di conseguenza, in base alla (6.15), il tempo di conversione massimo è circa $2 \times 10^4 \times 10^{-7}$ s = 2 ms. Volendo esprimere la risoluzione in termini di bit, si ha: $b = \log_2 N_{Dmax} \simeq 14$.

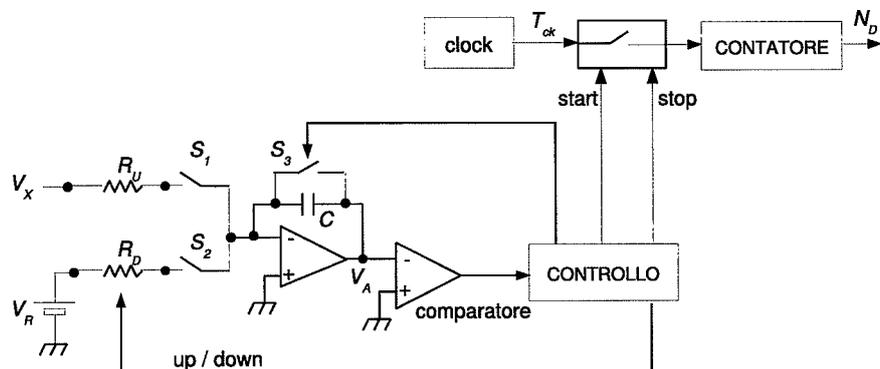


Figura 6.3: ADC a doppia rampa con tempo di runup ridotto.

In pratica è sempre richiesta una soluzione di compromesso tra la risoluzione ottenibile e la velocità di conversione; la scelta dei valori più opportuni è spesso consentita solo in fase di progetto dei convertitori, ma nella strumentazione più sofisticata l'utilizzatore può in genere scegliere tra diverse combinazioni di velocità e risoluzione.

6.3.3 ADC a doppia rampa con fase di *run-up* di durata ridotta

Lo schema di Fig. 6.1 finora considerato va visto come uno schema di principio, al quale in pratica vengono apportate diverse aggiunte e migliorie. Nei multimetri con un maggior numero di cifre, in particolare, un decisivo miglioramento nel tempo di misura viene ottenuto mediante ADC multirampa. Si tratta di realizzazioni piuttosto complesse, che si basano comunque sulla possibilità di determinare la durata delle fasi di *run-up* e di *run-down* in modo indipendente l'una dall'altra. Per far capire il criterio su cui si basano tali convertitori, è sufficiente considerare lo schema funzionale di Fig. 6.3.

Nella struttura di Fig.6.3, le resistenze R_U e R_D rappresentano rispettivamente le resistenze di carica e scarica del condensatore.

Procedendo come nei paragrafi precedenti è semplice dimostrare che vale la relazione:

$$V_X = -V_R \frac{R_U}{R_D} \frac{N_D}{N_U} \quad (6.16)$$

Scegliendo $R_U < R_D$, si ottiene una riduzione del tempo di runup in quanto, a parità di tensione applicata, l'intensità della corrente I_U è maggiore ed è quindi possibile raggiungere il valore di carica finale sul condensatore C in minor tempo. Ora però il risultato della conversione dipende anche dal rapporto tra le due resistenze R_U e R_D ; per non ridurre l'accuratezza dell'ADC si deve pertanto garantire la precisione di tale rapporto. Le attuali tecnologie

microelettroniche consentono la realizzazione in forma integrata di resistenze che presentano caratteristiche adeguate.

La risoluzione Δ_V ottenibile con lo schema di Fig. 6.3 può essere ottenuta facilmente dalla (6.16). In particolare, si ha:

$$\Delta_V = \frac{|V_R| R_U}{N_U R_D}. \quad (6.17)$$

Ricordando la proporzionalità tra tensioni e durata si può scrivere inoltre:

$$\Delta_V = \frac{|V_R| R_U}{N_U R_D} = \frac{|V_X|}{N_D} = \frac{FS}{N_{Dmax}}. \quad (6.18)$$

Anche in questo caso, come nel precedente, la risoluzione dell'ADC dipende pertanto solo da FS e da N_{Dmax} ; la riduzione della durata fase di runup non ha quindi alcuna influenza su di essa.

Il tempo di conversione T_{ADC} è dato invece dalla relazione:

$$T_{ADC} \simeq (N_U + N_D)T = \frac{R_U/R_D |V_R| + |V_X|}{FS} N_{Dmax} T \quad (6.19)$$

la quale conferma che, a parità di altri parametri, il tempo di conversione può essere ridotto scegliendo $R_U/R_D < 1$.

6.3.4 Comportamento degli ADC ad integrazione nei confronti del rumore sovrapposto al segnale utile

Anche se si è supposto di impiegare il convertitore a doppia rampa per la misura di tensioni continue, è sempre necessario analizzarne il comportamento con segnali variabili nel tempo. In particolare, si vuole stabilire qual è il comportamento del dispositivo quando alla tensione continua da misurare sia sovrapposto del rumore a larga banda o un disturbo tempo-variante. Un ADC a doppia rampa è un esempio di convertitore ad integrazione e, come gli altri convertitori di questa tipologia, fornisce come risultato della conversione il valore medio della tensione presente all'ingresso durante la fase di integrazione (ossia, il *run-up*). Il risultato finale è dunque influenzato solamente dal valore medio che il rumore assume in tale intervallo.

Per analizzare il comportamento di questo tipo di convertitori, in questa sede si è ritenuto conveniente valutare la risposta dell'integratore ad un disturbo di tipo sinusoidale alla generica frequenza f_0 . Al variare di f_0 si ricava in questo modo una sorta di caratteristica in frequenza del convertitore, che permette di valutarne la risposta diversi tipi di disturbo.

Si consideri un generico disturbo sinusoidale $v_N(t)$, di ampiezza massima V_N , sovrapposto alla tensione costante V_X che si vuole misurare. Il segnale $v_X(t)$ all'ingresso del convertitore sarà dunque:

$$v_X(t) = V_X + v_N(t) = V_N \sin 2\pi f_0 t$$

Per un convertitore a doppia rampa l'intervallo di integrazione corrisponde con la fase di *run-up* ed ha quindi durata T_U . Se la conversione inizia al generico istante t_0 , la tensione $v_A(t)$ in uscita dall'integratore si può esprimere, in tutta generalità, come:

$$v_A(t) = -\frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_0+t} \frac{v_X(\tau)}{R} d\tau,$$

dove $v_X(\tau)/R$ è la corrente istantanea che carica il condensatore C e l'integrale rappresenta la quantità di carica accumulata sul condensatore fino all'istante $t_0 + t$. Ciò che interessa è il valore finale assunto aq termine della fase di *run-up*, ossia all'istante $t_0 + T_U$. Ogni scostamento dal valore dato dalla (6.4) comporta anche una variazione indesiderata del valore convertito. Poiché V_X si è supposta costante, la relazione si sviluppa in:

$$v_A(T_U) = - \left[\frac{V_X}{RC} \cdot T_U + \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_0+T_U} \frac{v_N(\tau)}{R} d\tau \right].$$

Interessa ora valutare l'entità del secondo termine entro parentesi quadre, che rappresenta appunto lo scostamento della tensione $v_A(T_U)$ dal valore ideale. Per esso si può scrivere:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_0+T_U} \frac{v_N(\tau)}{R} d\tau &= \frac{V_N}{RC} \int_{t_0}^{t_0+T_U} \frac{v_N(\tau)}{R} d\tau = \\ &= \frac{V_N}{RC} \int_{t_0}^{t_0+T_U} \sin 2\pi f_0 \tau d\tau \\ &= \frac{V_N}{RC} \frac{1}{2\pi f_0} [\cos 2\pi f_0(t_0 + T_U) - \cos 2\pi f_0 t_0] \\ &= \frac{V_N}{RC} T_U \cdot \frac{\sin \pi f_0 T_U}{\pi f_0 T_U} \sin 2\pi f_0 \left(t_0 + \frac{T_U}{2} \right). \end{aligned}$$

L'ultimo fattore del prodotto a secondo membro dell'equazione indica una dipendenza dall'istante iniziale dell'integrazione, t_0 . Poiché non è evidentemente possibile sincronizzare l'inizio della fase di *run-up* con l'andamento del disturbo, si deve considerare il caso peggiore considerando che $|\sin 2\pi f_0(t_0 + \frac{T_U}{2})| \leq 1$. Si ha quindi:

$$\frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_0+T_U} \frac{v_N(\tau)}{R} d\tau \leq \frac{V_N}{RC} T_U \cdot \frac{\sin \pi f_0 T_U}{\pi f_0 T_U}. \quad (6.20)$$

Si osservi che il possibile contributo del disturbo sinusoidale è attenuato di un fattore espresso dalla costante:

$$\frac{|\sin \pi f_0 T_U|}{\pi f_0 T_U}, \quad (6.21)$$

che è sempre ≤ 1 . Il prodotto $f_0 T_U$ rappresenta il numero di periodi del disturbo sinusoidale contenuti nell'intervallo di integrazione. Al variare della frequenza f_0 , il disturbo ha una diversa influenza sul valore convertito ed è importante notare che, se $f_0 T_U$ è un numero intero, il termine (6.21) vale zero. In altri termini, se l'intervallo di *run-up* coincide con un numero intero di periodi di un disturbo sinusoidale, questo non influisce sul risultato della conversione analogico-digitale.

L'integrazione è un'operazione lineare, per la quale vale il principio di sovrapposizione degli effetti. Di conseguenza se, anziché un disturbo sinusoidale, si considera un rumore a larga banda, la (6.21) esprime l'attenuazione in funzione della frequenza, considerando f_0 come una variabile. Poiché si fa riferimento alle componenti di disturbo additive, dette anche *rumore di modo normale*, la (6.21) prende il nome di **reiezione di modo normale (NMR, normal mode rejection)**. Di solito si esprime NMR come una attenuazione in dB, ossia:

$$NMR = -20 \log_{10} \frac{|\sin \pi f_0 T_U|}{\pi f_0 T_U}, \quad (6.22)$$

il cui andamento in funzione della frequenza normalizzata $\lambda = f_0 T_U$ è riportato in Fig.6.4.

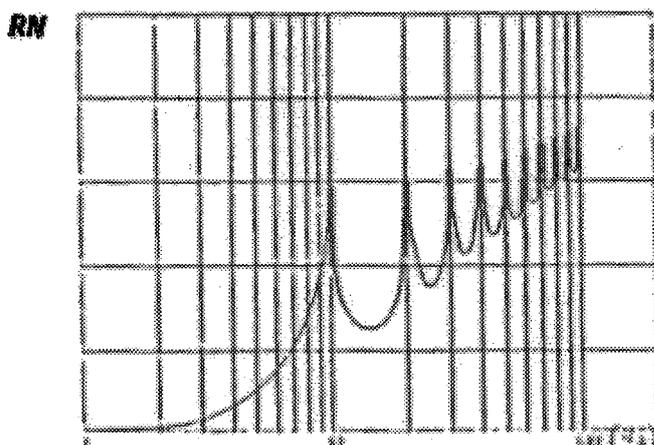


Figura 6.4: Andamento della reiezione al modo normale (NMR) in funzione della frequenza del rumore.

Il valore di $NMR(\lambda)$ cresce all'aumentare del numero di periodi del rumore nell'intervallo di conversione. Inoltre, $NMR(\lambda)$ tende a $+\infty$ quando l'intervallo di conversione contiene un numero intero di periodi del rumore. Quando λ tende a 0, invece, l'integrazione ha una influenza trascurabile sul rumore.

È interessante inoltre notare che, con una scelta opportuna del valore di T_U è possibile rendere la conversione insensibile a una particolare frequenza di rumore. Un classico esempio è il caso in cui si desidera eliminare le fluttuazioni sovrapposte alla tensione da convertire, indotte a causa dell'ondulazione residua (*ripple*) nella tensione continua di alimentazione. Questa interferenza ha una frequenza fissa, legata alla frequenza di rete ed al tipo di alimentatore usato: una adeguata scelta di T_U consente di rendere teoricamente infinito NMR sia alla frequenza di interesse, sia a tutte le sue armoniche.

Per questo motivo negli strumenti viene spesso impiegato un tempo di integrazione $T_U = 20$ ms, o $T_U = 16.67$ ms, corrispondente ad un periodo della tensione della rete elettrica (50 e 60 Hz, rispettivamente, in Europa e nel Nord America).

Si noti infine che, nei confronti del rumore a larga banda sovrapposto al segnale utile, l'integratore può essere visto approssimativamente come un filtro passa basso del primo ordine con frequenza di taglio $1/T_U$. Gli ADC a doppia rampa, dunque, presentano una buona reiezione anche al rumore a larga banda.

6.4 Struttura e funzioni di un multimetro digitale

La possibilità di misurare con elevata accuratezza una tensione continua tramite il convertitore A/D sopra descritto consente di utilizzare tale blocco anche per altre misure. Il multimetro digitale riunisce in un unico sistema la possibilità di misurare grandezze diverse, ognuna variabile in un ampio campo di valori. Lo schema funzionale generale si compone di vari elementi la cui interconnessione può variare a seconda della funzione di misura scelta dall'utilizzatore. Nel seguito si preferisce però indicare, per ciascuna misura, gli elementi necessari a completare il circuito di misura specifico.

Normalmente un multimetro dispone in totale di 3 o 5 terminali di ingresso, tramite i quali si realizzano i collegamenti per eseguire i vari tipi di misure. Per la maggior parte delle misure sono necessari soltanto due terminali, ma gli strumenti di migliori prestazioni sono in grado di effettuare misure di resistenza anche con l'impiego 4 conduttori di collegamento, come si vedrà. Una opportuna rete di interruttori esegue i necessari collegamenti fra i morsetti esterni ed i vari blocchi interni a seconda del tipo di misura per la quale lo strumento è stato predisposto.

6.4.1 Misura di tensione continua

Se la grandezza da misurare è una tensione continua, al convertitore analogico-digitale vengono anteposti circuiti di condizionamento il cui scopo è fare in modo che il valore incognito applicato all'ADC rientri nel suo campo di ingresso. Si tratta quindi di attenuatori e di amplificatori impostati in base al valore di fondo scala scelto dall'utilizzatore. La resistenza di ingresso di un multimetro utilizzato come voltmetro in corrente continua è in genere di $10\text{ M}\Omega$. L'ingresso è di tipo differenziale e consente quindi la misura della differenza di potenziale tra due punti qualsiasi di un circuito, anche se entrambi sono a potenziale diverso da quello di terra. Lo strumento garantisce in genere l'isolamento rispetto a tensioni di modo comune fino ad almeno 1 kV . L'indicazione della tensione misurata può assumere sia segno positivo, sia segno negativo, ma si deve ricordare che il segno è relativo alla polarità rispetto al terminale di riferimento, che è opportunamente contrassegnato.

I campi di valori di tensione misurabili dipendono molto dalle caratteristiche dello strumento, ma è abbastanza usuale andare da valori di fondo scala di parecchie centinaia di V fino a mV o μV , a seconda del tipo di strumento. La scelta della portata, cioè di quale deve essere l'insieme di valori misurabili, limitato dal valore di fondo scala, è un'operazione che sempre più spesso viene eseguita in modo autonomo da parte dello strumento stesso (la funzione è in genere denominata *AUTORANGE*), che, di fatto, esegue sempre misure preliminari per stabilire la migliore predisposizione dei circuiti di condizionamento. Va ricordato che ciò rallenta la velocità con cui possono essere eseguite le misure, cosa che in certi ambiti applicativi (ad esempio, banchi di prova automatici) può non essere accettabile.

Una possibile causa d'errore nelle misure di tensione, soprattutto per strumenti con alta sensibilità, è la presenza di tensioni di offset: è cioè possibile che, pur con ingresso cortocircuitato, il DMM dia luogo ad una indicazione di ten-

sione non nulla. Data la complessità della struttura circuitale dello strumento, è difficile eliminare completamente il problema in sede di progetto. Tuttavia, è possibile provvedere ad una **compensazione dell'offset**.

Va ricordato che la tensione di *offset* varia molto lentamente nel tempo; per tempi brevi, quali quelli necessari ad eseguire una misura, essa può essere considerata costante, cioè causa di uno scostamento sistematico del valore misurato. È possibile allora predisporre lo strumento in modo che ad ogni misura di una tensione incognita sia associata una misura con ingresso cortocircuitato. La tensione risultante da questa seconda misura viene sottratta in modo automatico, così che il risultato presentato dal DMM sia quello corretto. La funzione di correzione automatica è in genere denominata *Autozero*, ossia "azzeramento automatico" (del riferimento di tensione). Essa consente di migliorare l'accuratezza dei risultati, ma comporta una riduzione della velocità delle misure effettive di circa la metà.

6.4.2 Effective Common-Mode Rejection (ECMR)

Poiché l'ingresso di tensione nei multimetri è di tipo differenziale, si può definire un rapporto di reiezione ai disturbi di modo comune (CMR), il cui valore dipende dalla frequenza, come si è già visto. Tale parametro rende conto del fatto che la struttura differenziale non elimina del tutto le componenti di modo comune, ma le attenua fortemente; il disturbo residuo compare come componente additiva, ossia di modo normale.

Il convertitore ad integrazione che costituisce la parte essenziale del voltmetro è a sua volta caratterizzato da un rapporto di reiezione ai disturbi di modo normale (NMR) che indica di quanto venga attenuato un qualunque segnale di modo normale, sia esso un segnale utile oppure un disturbo.

Andamenti tipici di queste due caratteristiche sono riportati in Fig. 6.5, dove i valori indicati sono riferiti ad un voltmetro digitale ad elevate prestazioni.

Si noti in particolare l'elevato CMR, pari a 160 dB in corrente continua; il polo di questa caratteristica è situato a circa 0.5 Hz, compatibile con i tipici valori delle resistenze di isolamento (centinaia di $M\Omega$) e delle capacità parassite (decine o centinaia di pF). Oltre questa frequenza, l'attenuazione diminuisce di -20 dB/dec. Per quanto riguarda la caratteristica di NMR, si può notare una prima cuspidè alla frequenza di 10 Hz, che fa pensare che lo strumento cui si riferisce utilizzi un tempo di integrazione di 100 ms. Si osservi anche che l'inviluppo della caratteristica di NMR, indicato da una retta nel grafico in scala logaritmica, ha una pendenza di 20 dB/dec.

Si è detto che i disturbi di modo comune non vengono del tutto eliminati; in un multimetro, tuttavia, il disturbo residuo viene ulteriormente attenuato per effetto della caratteristica di NMR dovuta all'integratore. Se si vuole valutare correttamente l'effetto delle componenti di modo comune sulla tensione da misurare si deve perciò considerare la **reiezione di modo comune effettiva (ECMR, Effective Common-Mode Rejection)**, data dal prodotto delle attenuazioni di modo comune e di modo normale. Più semplicemente, se si considerano i diagrammi di CMR ed NMR, che sono espressi in scala logaritmica, il corrispondente diagramma di ECMR si ottiene come somma dei due. L'andamento, con riferimento ai grafici di Fig. 6.5, è riportato in Fig. 6.6: si osservi che a frequenza molto bassa, o in continua, il parametro ECMR coincide con il parametro CMR, mentre all'aumentare della frequenza gli andamenti di CMR

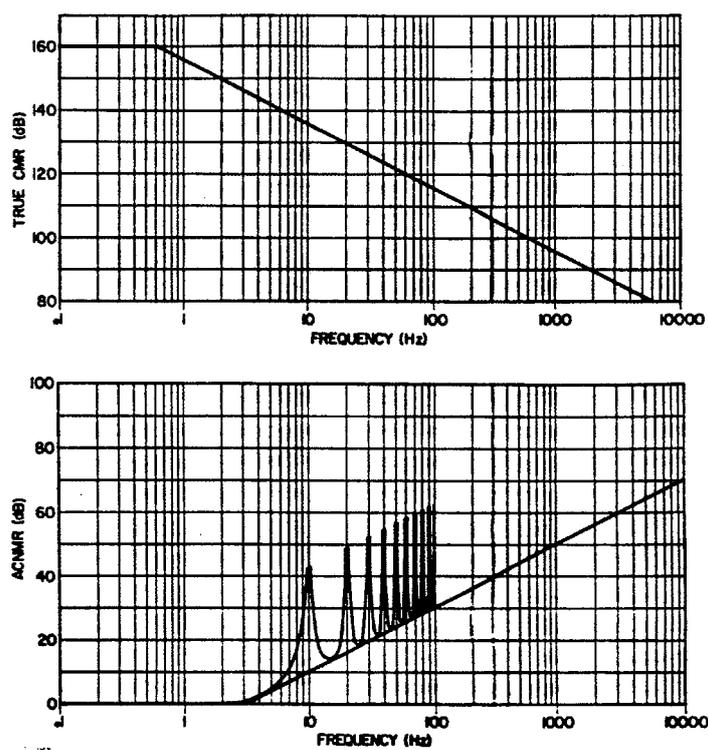


Figura 6.5: Esempio degli andamenti di CMR ed NMR per un voltmetro digitale ad alte prestazioni.

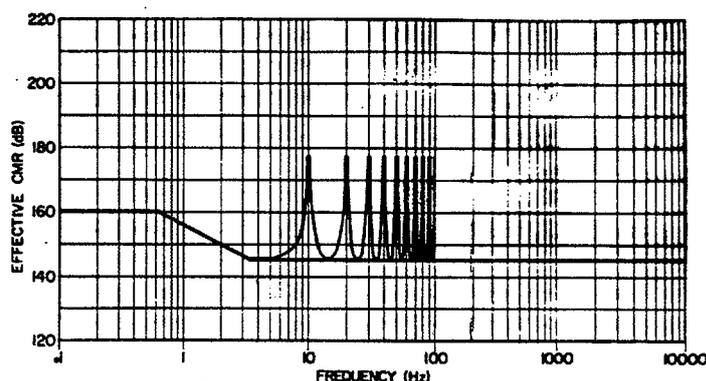


Figura 6.6: Esempio di andamento di ECMR per un voltmetro digitale ad alte prestazioni.

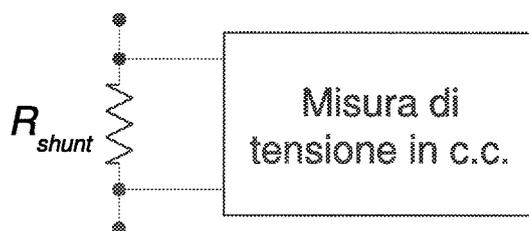


Figura 6.7: Misura di corrente continua mediante derivatore (*shunt*).

ed NMR si compensano, permettendo di mantenere ECMR ad un valore quasi costante a qualsiasi frequenza.

6.4.3 Misura di corrente continua

Un multimetro è in grado di misurare correnti continue misurando la caduta di tensione V_M ai capi di una resistenza di valore noto, interna allo strumento, attraverso la quale viene fatta passare la corrente incognita. Questa resistenza prende il nome di **derivatore di corrente**, o *shunt*. La misura viene eseguita interrompendo in un punto il circuito da misurare ed inserendovi lo strumento; per non alterarne le condizioni, lo strumento dovrebbe idealmente comportarsi come un corto circuito. In pratica, viene utilizzato uno *shunt* resistivo di valore molto basso, dell'ordine di 0.1Ω , realizzato in modo da mantenere quanto più costante possibile il proprio valore⁴. Infatti, la misura di corrente si ricava dal rapporto tra la caduta di tensione V_M misurata ai capi del derivatore e la sua resistenza R_{shunt} :

$$I_M = \frac{V_M}{R_{shunt}} \quad (6.23)$$

anche se lo strumento indica direttamente il valore di I_M .

⁴Si ricordi che lo *shunt* può essere percorso da correnti anche intense. Una corrente di 3 A ai capi di una resistenza di 0.1Ω corrisponde ad una potenza di 9 W, che va dissipata senza causare un riscaldamento che possa provocare una variazione del suo valore.

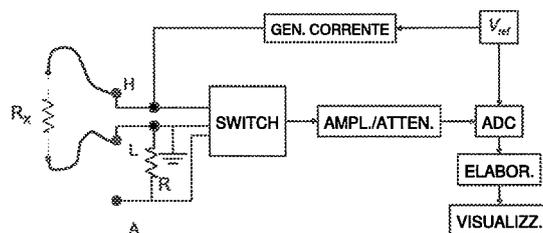


Figura 6.8: Misura di resistenza con circuito "a due fili" (*two-wires*).

Solitamente, nelle specifiche del multimetro non viene indicato il valore della resistenza R_{shunt} , ma la massima caduta di tensione ai suoi capi $V_{A(MAX)}$, che è quella che corrisponde all'indicazione di fondo scala I_{FS} . Se necessario, è quindi immediato calcolare: $R_{shunt} = V_{A(MAX)}/I_{FS}$.

6.4.4 Misura di resistenza

L'organizzazione della misura consiste nel far circolare nella resistenza incognita R_X una corrente nota e misurare la caduta di tensione V_M così provocata. La conoscenza della corrente di prova I_{test} erogata dal generatore interno è spesso ottenuta mediante una valutazione della caduta di tensione che questa genera attraversando una resistenza nota: quindi la misura di una resistenza si traduce nella misura di due tensioni, con successiva elaborazione dei risultati prima di presentare il valore sul display. L'organizzazione dello strumento per questa misura è mostrata in Fig. 6.8.

Nel manuale dello strumento è sempre specificata l'intensità della corrente di prova utilizzata. Si tratta di un'informazione che è importante tenere presente, soprattutto per evitare di danneggiare inavvertitamente il dispositivo da misurare. Negli strumenti con capacità di *autorange*, può venire eseguita una misura preliminare per valutare il valore più opportuno dell'intensità di corrente da erogare, al fine di eseguire la misura della resistenza incognita nelle migliori condizioni strumentali.

Particolari cautele vanno prese quando la resistenza incognita assume valori appartenenti agli estremi del campo di valori misurabili dallo strumento, il quale si può estendere dai $m\Omega$ ai $G\Omega$.

Quando la misura riguarda resistenze di valore abbastanza piccolo è necessario prestare particolare attenzione per evitare di inglobare nella misura della resistenza incognita anche le resistenze di contatto e dei conduttori di collegamento fra l'elemento incognito e lo strumento. Per questo scopo gli strumenti di migliori prestazioni rendono disponibili 4 morsetti: due di essi forniscono la corrente di misura, mentre gli altri due servono per collegare il misuratore di tensione continua alla resistenza incognita e prelevare la tensione ai suoi capi. In Fig. 6.9 è indicato schematicamente la il relativo circuito di misura.

La corrente erogata, che va ad interessare la resistenza R_X viene fornita dallo strumento tramite i due morsetti H ed L e viene misurata all'interno dello strumento. Le resistenze di contatto e dei collegamenti del circuito che alimenta il resistore sono indicate con R_I nello schema di Fig. 6.9. Ai due ingressi del circuito detto di " Ω sense", contrassegnati come morsetti 3 e 4, viene inviata la tensione ai capi di R_X mediante una seconda coppia di conduttori. Poiché si

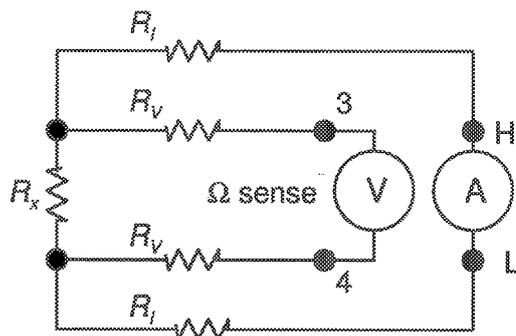


Figura 6.9: misura di resistenza con circuito “a quattro fili” (*four-wires*).

deve sopporre la resistenza di ingresso del misuratore di tensione praticamente infinita, la maglia del circuito di “ Ω sense” non è percorsa da corrente: hanno quindi scarsa influenza tutte le resistenze parassite nel circuito voltmetrico, indicate genericamente con R_V , ai capi delle quali non vi è in pratica caduta di tensione.

La resistenza incognita è quindi determinata dal rapporto:

$$R_X = \frac{V_{34}}{I_{HL}} \quad \text{con: } I_{34} = 0. \quad (6.24)$$

Si tenga presente che la resistenza di un normale conduttore è dell'ordine di grandezza di alcuni $m\Omega$: se lo strumento ha una risoluzione (espressa in Ω) confrontabile, è da considerare l'ipotesi di utilizzare uno schema di misura “a 4 fili”. Ad esempio, in un DMM a 5 cifre che utilizzi un valore di fondo scala di 100Ω la risoluzione è di $1 m\Omega$.

Quando vengono misurate resistenze molto piccole e si richiedono elevate risoluzioni, il procedimento di misura prevede due valutazioni separate. In una prima fase viene valutata la caduta di tensione ai capi della resistenza incognita, generata dalla corrente fornita dallo strumento. Nella seconda fase si misura la tensione ai capi della resistenza incognita in assenza di corrente fornita dallo strumento e tale valore viene sottratto da quello precedente. Questo procedimento si rende necessario quando nella valutazione della tensione ai capi della resistenza incognita assumono influenza non trascurabile eventuali sorgenti di tensione di rumore che automaticamente si generano ad esempio nel contatto fra metalli di diversa natura o per differenza di temperatura fra giunzioni di metalli diversi⁵.

Il limite massimo del campo di valori misurabili è determinato dalla necessità di mantenere la caduta di tensione ai capi del resistore incognito entro limiti accettabili per la misura, senza dover generare una corrente di prova troppo piccola. Per estendere il campo dei valori massimi misurabili, lo strumento pone in parallelo alla resistenza incognita R_X una resistenza nota R_N , di modo che soltanto una frazione della corrente di prova attraversi R_X .

⁵Si tenga presente che se nella misura di una resistenza di 10Ω viene richiesta una risoluzione di 5 cifre, si deve essere in grado di valutare i $100 \mu\Omega$. Con una corrente di prova di $1 mA$ ciò richiede di valutare tensioni con una risoluzione di $100 nV$, valore di tensione paragonabile a quelli che si possono generare termicamente o per contatto di metalli diversi.

Il valore misurato R_M deve essere corretto dalla presenza in parallelo della resistenza nota, secondo la relazione:

$$R_X = \frac{R_N R_M}{R_N - R_M} \quad (6.25)$$

Questa correzione viene effettuata automaticamente dallo strumento, che mostra direttamente il valore di R_X . Con questo metodo si è in grado di misurare resistenze fino ad un valore di circa $1\text{G}\Omega$.

6.4.5 Misura di grandezze alternate - Generalità

Come già detto, un multimetro è in grado di misurare anche tensioni e correnti variabili, per le quali fornisce un'indicazione del valore efficace. Nel caso di grandezze elettriche come la tensione e la corrente, il valore efficace di un segnale periodico coincide con il valore di una tensione o di una corrente continua che trasferisce ad una resistenza la stessa potenza attiva del segnale periodico: se ad esempio V_{RMS} è il valore efficace di un segnale di tensione misurato ai capi di una impedenza equivalente $Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq}$, è possibile determinare immediatamente la potenza attiva associata, attraverso la relazione $P = V_{RMS}^2 / R_{eq}$.

Il valore efficace di un segnale periodico $x(t)$ è anche matematicamente equivalente alla radice quadrata del suo valore quadratico medio in un periodo, X_{RMS} , detto anche **valore rms** (dall'inglese *root mean square*), definito dalla relazione:

$$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt}, \quad (6.26)$$

dove T è il periodo del segnale.

Solitamente negli strumenti elettronici il valore efficace si determina per la sola componente alternata del segnale. Si scompone cioè il segnale $x(t)$ come:

$$x(t) = X_{DC} + x_{AC}(t)$$

dove X_{DC} è la componente continua, mentre per la componente alternata $x_{AC}(t)$ si ha:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} x_{AC}(t) dt = 0.$$

Uno strumento per la misurazione del valore efficace della componente alternata, $X_{RMS(AC)}$, dispone in genere di elementi circuitali che sopprimono l'eventuale componente continua del segnale da misurare. Vale poi la relazione:

$$X_{RMS}^2 = X_{DC}^2 + X_{RMS(AC)}^2$$

che consente, misurate separatamente le due componenti, di risalire al valore efficace dell'intero segnale.

Oltre al valore efficace, altri parametri di interesse di un segnale periodico sono il **valore medio convenzionale** X_m , definito dalla seguente relazione:

$$X_m = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |x(t)| dt \quad (6.27)$$

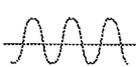
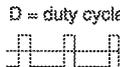
$x(t)$				$D = \text{duty cycle}$ 
X_{RMS}	$\frac{A_0}{\sqrt{2}}$	$\frac{A_0}{\sqrt{3}}$	A_0	$2A_0\sqrt{D(1-D)}$
X_m	$\frac{2A_0}{\pi}$	$\frac{A_0}{2}$	A_0	$4A_0[D(1-D)]$
X_{pk}	A_0	A_0	A_0	$2A_0\left(\frac{1}{2} + D - \frac{1}{2} \right)$
FF	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \simeq 1.11$	$\frac{2}{\sqrt{3}} \simeq 1.15$	1	$\frac{1}{2\sqrt{D(1-D)}}$
CF	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\frac{1}{2} + D - \frac{1}{2} }{\sqrt{D(1-D)}}$

Tabella 6.1: parametri di alcuni segnali periodici di interesse.

ed il valore di picco X_{pk} . Per un dato andamento del segnale $x(t)$ risultano univocamente definiti anche i rapporti tra i tre parametri considerati, in particolare:

- il **fattore di forma** FF è dato dal rapporto X_{RMS}/X_m ;
- il **fattore di cresta** CF è definito come segue: $CF = X_{pk}/X_{RMS}$.

Questi fattori consentono di descrivere in modo approssimato, ma sintetico, le caratteristiche dell'andamento di $x(t)$. In Tab. 6.1 sono riportati i valori relativi ad alcune forme d'onda alternate di interesse, a parità di valore di picco.

Esistono diversi metodi per determinare il valore efficace di un segnale periodico; per comodità si fa riferimento ad una misurazione di tensione, poiché molto spesso negli strumenti elettronici le misure di valore efficace di altre grandezze, quali la corrente, si ottengono ricorrendo ad una preventiva conversione in tensione.

Una prima distinzione va fatta tra i metodi basati su un'elaborazione analogica del segnale e che impiegano algoritmi numerici. Nei primi, attraverso opportuni circuiti analogici di elaborazione, si ottiene, a partire dalla tensione di ingresso $x(t)$ variabile periodicamente, una tensione proporzionale al valore efficace dell'ingresso. Tale tensione è costante nel tempo, perché se il segnale è stazionario il suo valore efficace è costante; essa può quindi essere misurata con uno dei metodi applicabili alle tensioni continue. Negli strumenti che impiegano algoritmi numerici, invece, il segnale di ingresso è prima convertito in una sequenza di campioni, che successivamente viene elaborata da algoritmi che forniscono direttamente in forma numerica il valore efficace della tensione di ingresso.

6.4.6 Convertitori RMS-DC

Nei multimetri è tuttora prevalente l'impiego di circuiti analogici che convertono il segnale alternato di ingresso in una tensione continua proporzionale al suo valore efficace. Tali circuiti prendono il nome di **convertitori RMS-DC**.

La relazione che definisce il valore efficace dà anche un'indicazione di quali siano le operazioni che consentono di convertire una tensione periodica in una continua proporzionale al valore efficace attraverso opportuni circuiti di elaborazione. È necessario a tale scopo disporre di un dispositivo composto da tre elementi funzionali: un blocco che fornisca una tensione di uscita proporzionale

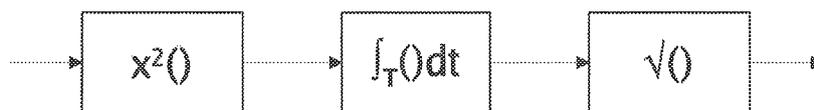


Figura 6.10: schema teorico della conversione alternata-continua.

al quadrato di quella di ingresso, seguito da un dispositivo integratore sincronizzato con il segnale da misurare, in modo che il periodo di integrazione coincida esattamente con il periodo del segnale; infine, un ultimo elemento che esegua l'operazione inversa al primo, fornendo in uscita una tensione proporzionale alla radice quadrata dell'elemento di ingresso. Tale struttura è riportata in Fig. 6.10.

La maggiore difficoltà nel realizzare questo schema è quella di sincronizzare l'integratore con il periodo del segnale misurato; ciò è necessario perché se la durata dell'integrazione non coincide esattamente con il periodo, viene a mancare la proporzionalità tra la tensione continua di uscita ed il valore efficace.

Con questo modo di operare, la tensione all'uscita dell'integratore assume il valore voluto soltanto in un dato istante, dopo di che è necessario riazzerare l'integratore, cioè ritornare alle condizioni iniziali corrispondenti alla tensione nulla. L'implementazione dello schema di elaborazione descritto è nel complesso piuttosto difficoltosa e poco considerata in pratica.

Se il segnale $x(t)$ è periodico di periodo T , lo si può descrivere attraverso la sua scomposizione in serie di Fourier come:

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} A_k \sin\left(\frac{2\pi k}{T}t + \phi_k\right)$$

dove A_0 è un'eventuale componente continua. Il suo valore efficace, espresso in funzione dei coefficienti di Fourier A_k , è dato da:

$$X_{RMS} = \sqrt{A_0^2 + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{A_k^2}{2}}$$

Si verifica facilmente che per il corrispondente sviluppo in serie di $x^2(t)$ vale l'espressione:

$$x^2(t) = A_0^2 + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{A_k^2}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{A_k^2}{2} \cos\left(\frac{4\pi k}{T}t + 2\phi_k\right) + \\ + \sum_{j,k=1, j \neq k}^{+\infty} \frac{A_j A_k}{2} \left\{ \cos\left[\frac{2\pi(j-k)}{T}t + \phi_j - \phi_k\right] + \cos\left[\frac{2\pi(j+k)}{T}t + \phi_j + \phi_k\right] \right\}$$

che mette in evidenza come la componente continua di $x^2(t)$ sia pari a X_{RMS}^2 , mentre i termini cosinusoidali hanno frequenza non inferiore alla frequenza fondamentale $f_1 = 1/T$ del segnale $x(t)$. Ciò suggerisce la possibilità di sostituire all'integratore sincronizzato di Fig. 6.10 un filtro passa basso con frequenza di taglio molto piccola e forte attenuazione alle frequenze più elevate. Si ottiene così lo schema di principio di Fig. 6.11, molto utilizzato nella strumentazione e realizzato con una varietà di soluzioni circuitali.

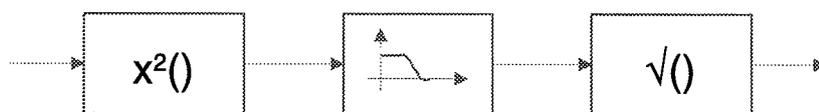


Figura 6.11: schema di principio di un convertitore a vero valore efficace.

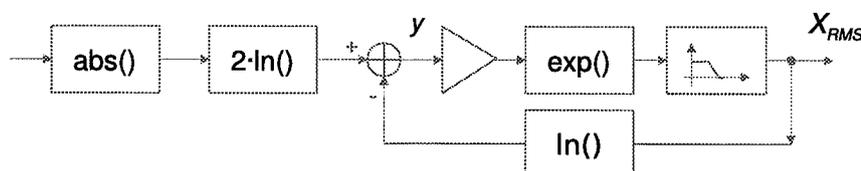


Figura 6.12: schema di principio di un convertitore a vero valore efficace che utilizza elementi con caratteristica logaritmica o esponenziale.

Tale soluzione ha il vantaggio di rendere sempre disponibile all'uscita la tensione desiderata; lo schema di conversione opera su qualsiasi tipo di segnale periodico, per questo motivo esso viene indicato come **convertitore a vero valore efficace** (*true-rms*). La condizione necessaria per garantire il corretto funzionamento del convertitore è che la frequenza fondamentale di $x(t)$ sia superiore alla frequenza di taglio del filtro passa basso.

I circuiti più spesso impiegati per la realizzazione di un convertitore RMS-DC a vero valore efficace si basano sull'impiego di elementi circuitali aventi caratteristica di ingresso-uscita logaritmica, oppure esponenziale. Lo schema di principio è descritto in Fig. 6.12.

Numerosi fenomeni periodici sono caratterizzati da grandezze alternate che variano secondo andamenti approssimativamente sinusoidali. Spesso quindi la determinazione del valore efficace riguarda in particolare la classe dei segnali elettrici periodici e sinusoidali. Questo giustifica la realizzazione di schemi di conversione che, sfruttando la conoscenza della forma d'onda da misurare, consentono di ottenere una struttura più semplice e quindi a costo minore, oppure più facile da realizzare.

Si supponga che il segnale di interesse sia appunto alternato e sinusoidale:

$$x(t) = A_1 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \phi_1\right);$$

si può verificare che il corrispondente segnale $|x(t)|$ è descritto dal seguente sviluppo in serie di Fourier:

$$|x(t)| = \frac{2A_1}{\pi} \left[1 + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{4k^2 - 1} \cos 2k \left(\frac{2\pi}{T}t + \phi_1 \right) \right]$$

Questa espressione mette in evidenza come la componente continua di $|x(t)|$ corrisponda al valor medio convenzionale X_m di $x(t)$; gli altri termini hanno frequenza non inferiore al doppio della frequenza $f_1 = 1/T$ del segnale sinusoidale $x(t)$. Per le tensioni sinusoidali la conversione in continua si può dunque realizzare in modo semplice secondo lo schema di principio di Fig. 6.13, utilizzando un raddrizzatore a doppia semionda seguito da un filtro passa basso il

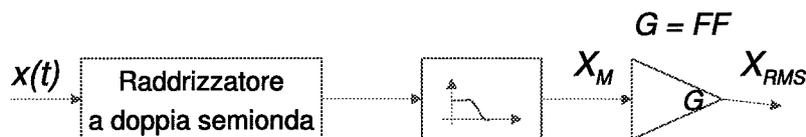


Figura 6.13: schema di principio di un convertitore a valore medio.

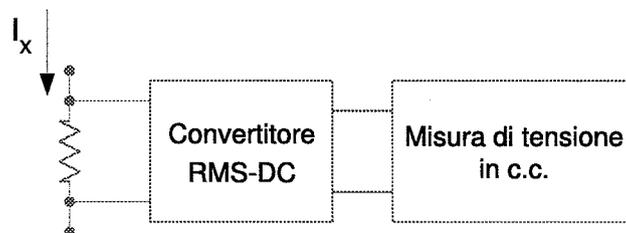


Figura 6.14: schema di principio di un convertitore a valore medio.

cui guadagno statico sia pari al fattore di forma di un'onda sinusoidale (ossia $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \simeq 1.11$, v. Tab. 6.1).

Questo dispositivo viene chiamato **convertitore a valore medio**; rispetto a quello a vero valore efficace è più semplice, sia per la minore complessità circuitale di un raddrizzatore rispetto agli elementi con caratteristica quadratica richiesti dallo schema di Fig. 6.11, sia anche per le specifiche meno restrittive che è necessario porre sul filtro passa basso. Si noti però che la tensione continua di uscita che esso fornisce è sempre pari a $1.11 \cdot X_m$, che corrisponde al valore efficace di quella di ingresso solo nel caso sinusoidale.

Come si può osservare dai valori di fattore di forma riportati in Tab. 6.1, per forme d'onda non sinusoidali le indicazioni fornite dagli strumenti che utilizzano convertitori a valore medio si possono invece scostare sensibilmente dal valore efficace, anche se in genere l'ordine di grandezza è corretto. La maggiore semplicità di questo tipo di convertitore è dunque ottenuta a prezzo di un più limitato campo di impiego.

6.4.7 Misura di correnti alternate

Se si vuole eseguire la misura di una corrente variabile è necessario utilizzare sia il derivatore di corrente, sia il convertitore RMS-DC, come mostrato in Fig. 6.14, convertendo prima la corrente in una tensione alternata ed inviando poi la tensione incognita così ottenuta al convertitore RMS-DC. Infine, l'uscita del convertitore RMS-DC viene misurata mediante l'ADC ad integrazione del multimetro. Da questo valore, lo strumento risale automaticamente al valore efficace della corrente alternata misurata.

Nelle misure di corrente in alternata valgono per lo *shunt* utilizzato le stesse considerazioni viste per le misure di corrente continua. Inoltre è necessario tenere conto dell'eventuale sfasamento tra tensione e corrente che lo *shunt* può introdurre e verificare che questo sia sufficientemente piccolo.

6.5 Valutazione dell'incertezza di misura in un multimetro

Non esistono modalità standardizzate per caratterizzare le prestazioni di un multimetro; tuttavia le specifiche relative all'incertezza hanno ormai assunto una forma molto simile per tutti gli strumenti, anche di costruttori diversi.

Di solito l'accuratezza viene dichiarata con riferimento a specificate condizioni di impiego e viene fornita una regola per calcolare l'incertezza assoluta della misura, mediante una relazione del tipo:

$$\pm U_X = \pm(k_1 \cdot |X_M| + k_2), \quad (6.28)$$

dove k_1 e k_2 sono valori tabulati nel manuale d'uso dello strumento.

Come si può notare, la (6.28) si compone di due termini: il primo è proporzionale al valore misurato, X_M ; il secondo è invece un termine costante. Di conseguenza, k_1 è un fattore adimensionale, di norma espresso in "% del valore misurato". Il termine k_2 , invece, ha la stessa dimensione di X_M e può essere espresso in due forme, del tutto equivalenti:

- come multiplo intero del peso della cifra meno significativa, ossia della risoluzione: $k_2 = k \cdot \Delta_X$;
- come frazione del valore di fondo scala utilizzato: $k_2 = \gamma \cdot X_{FS}$.

Le indicazioni per il calcolo di U_X mediante la (6.28) vengono fornite separatamente per ciascuna delle grandezze che il multimetro può misurare. In genere, l'accuratezza migliore si ottiene nelle misure di tensione continua. Per le altre grandezze, che richiedono l'uso di elementi di trasduzione, l'incertezza è maggiore in quanto anche elementi introducono ulteriori fattori di incertezza nella misurazione.

Le specifiche relative alle condizioni di impiego individuano i limiti entro i quali è garantita dal costruttore l'incertezza dichiarata. Tipicamente viene indicato l'intervallo di temperature entro cui le prestazioni sono garantite, ma possono aggiungersi anche altre indicazioni, ad esempio relative alle variazioni della tensione di alimentazione dello strumento, all'umidità nell'ambiente di impiego, ecc. Inoltre, possono essere specificati fattori di correzione che permettono di valutare l'incertezza anche in condizioni di impiego caratterizzate da maggiore variabilità rispetto a quelle indicate.

6.5. VALUTAZIONE DELL'INCERTEZZA DI MISURA IN UN MULTIMETRO133

Esempio

Per chiarire l'uso della relazione (6.28) si consideri il seguente esempio. Si consideri un DMM predisposto per misurare tensioni continue nella portata 30 V con una risoluzione di $5\frac{1}{2}$ cifre; ciò significa che le cifre alla destra del separatore decimale sono 4 e, di conseguenza, la risoluzione Δ_V (dimensionale) risulta di $100 \mu\text{V}$. Si supponga che, per la misura di tensione continua con la scala scelta, le tabelle relative alle specifiche dello strumento forniscano i seguenti valori:

$$k_1 = 0.005\% \quad k_2 = 4 \cdot \Delta_V$$

da cui:

$$U_X = 5 \times 10^{-5} |V_M| + 4 \times 10^{-4} [\text{Volt}].$$

Se l'indicazione data dallo strumento è: $V_M = -18.6542 \text{ V}$, l'incertezza corrispondente è:

$$U_X = 5 \times 10^{-5} \cdot 18.6542 + 4 \times 10^{-4} = 9.3 \times 10^{-4} + 4 \times 10^{-4} \simeq 1.3 \times 10^{-3} [\text{Volt}].$$

Il risultato della misura è dunque:

$$V_M = -18.6542 \text{ V} \pm 1.3 \text{ mV}$$

o, in forma relativa:

$$V_M = -18.6542 \text{ V} \pm 7 \times 10^{-5}$$

Dalla (6.28) si può passare all'espressione dell'incertezza in forma relativa, ottenendo:

$$\pm \frac{U_X}{|X_M|} = \pm \left(k_1 + \frac{k_2}{|X_M|} \right). \quad (6.29)$$

Si noti che l'entità del primo termine non dipende dal valore indicato e, dunque, il suo contributo rimane costante per tutto il campo di valori misurabili. Il contributo del secondo termine invece diminuisce all'aumentare del valore indicato, come si può osservare dal grafico qualitativo di Fig. 6.15.

È quindi preferibile, quando sia possibile, eseguire le misure predisponendo lo strumento in modo che il valore indicato appartenga alla parte alta del campo disponibile. In altre parole, per un uso ottimale dello strumento (minima incertezza di misura) si dovrebbe utilizzare la minima portata compatibile con il valore assunto dal misurando. Negli strumenti provvisti di capacità di *autorange*, la selezione della portata più conveniente viene eseguita in modo automatico.

Un multimetro digitale di buone prestazioni deve essere periodicamente tarato se si vuole garantire la permanenza nel tempo dell'incertezza dichiarata dal costruttore. La relativa procedura, riportata dettagliatamente nei manuali associati ad ogni strumento, è di solito effettuata da laboratori specializzati. Nel fornire i parametri per la relazione (6.28) il costruttore specifica lo scostamento accettato della temperatura ambiente rispetto a quella alla quale si è eseguita la taratura, sia l'intervallo di tempo che può intercorrere tra tarature successive.

Come si è detto, se la temperatura alla quale si utilizza lo strumento non

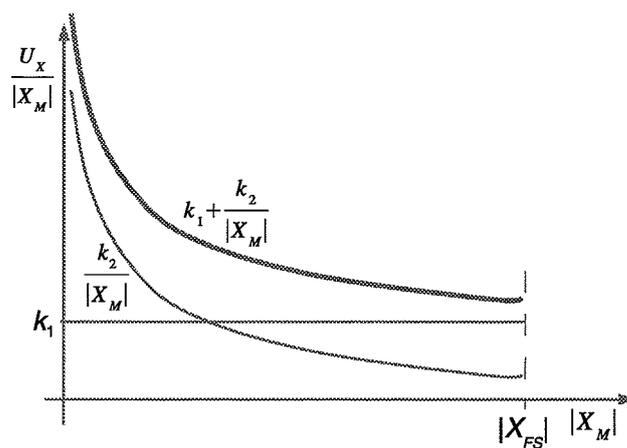


Figura 6.15: influenza delle due componenti dell'incertezza sul valore di incertezza relativa.

rientra nel campo previsto, la valutazione dell'incertezza va corretta utilizzando dei coefficienti di maggiorazione forniti anch'essi nelle specifiche.

È importante ricordare che, nella misura di grandezze variabili, l'incertezza della misura è anche funzione della frequenza del segnale di ingresso. Solitamente vengono indicati diversi intervalli di frequenza, ai quali corrispondono differenti valori dei parametri k_1 e k_2 nella (6.28).

Capitolo 7

Criteri di analisi dell'incertezza

7.1 Premessa

I procedimenti di misurazione sono utilizzati in moltissime attività e nei campi più disparati per ottenere, attraverso osservazioni sperimentali, informazioni quantitative sulle caratteristiche di un oggetto o sulle proprietà di un fenomeno. Ne consegue una grande varietà di strumenti, metodi, tecnologie e principi di funzionamento.

Si possono tuttavia individuare un certo numero di principi fondamentali, di validità del tutto generale, in base ai quali qualsiasi procedimento può essere analizzato, scomposto nelle operazioni che lo compongono e caratterizzato. Lo studio sistematico, necessario per verificare la validità e la correttezza di un metodo, assume particolare importanza per i sistemi di misura automatici, nei quali la bontà del funzionamento può essere garantita solo attraverso un'accurata pianificazione e predefinizione delle operazioni.

Nell'uso corrente, si indica con il termine **metrologia** tutto quanto attiene l'analisi e la caratterizzazione dei metodi e dei dispositivi per la misurazione ed i relativi fondamenti teorici. Nel seguito se ne presenteranno brevemente i concetti essenziali facendo riferimento, quando possibile, a semplici esempi tratti da diversi settori applicativi.

7.2 Cenni di teoria della misurazione

La teoria della misurazione si propone di inquadrare in modo formale i fondamenti di tutte le attività che hanno come scopo la valutazione quantitativa di una grandezza. Le basi di uno studio teorico sono essenzialmente di tipo logico, matematico e filosofico, senza però trascurare gli aspetti più propriamente operativi. Le relative enunciazioni, benché fortemente astratte, possono portare a risultati importanti per la migliore comprensione della pratica della misurazione e della significatività di certi procedimenti. In questo paragrafo non si intende approfondire tali aspetti teorici, ma soltanto delinearne i tratti fondamentali, illustrandoli a partire da alcuni esempi.

Si consideri la grandezza "corrente elettrica", vista come l'insieme delle possibili intensità della corrente che, ad esempio, può attraversare un conduttore: è possibile stabilire sperimentalmente relazioni dette di **equivalenza** e di **ordine**, cioè, rispettivamente, dire se due correnti sono "uguali" oppure se una corrente ha intensità maggiore o minore di un'altra. Inoltre, è possibile realizzare empiricamente l'equivalente dell'operazione logica di **concatenazione**, ossia combinare tra loro ("sommare") due correnti.

Si è così individuata una struttura di relazioni, che deve essere conservata quando si passa a rappresentare l'informazione relativa alla corrente elettrica in forma astratta, per mezzo dei numeri. Tra i numeri reali che rappresentano le misure di corrente possono cioè essere definite relazioni di uguaglianza, disuguaglianza e l'operazione di somma.

Non tutte le grandezze misurabili si prestano a definire uno stesso insieme di relazioni e ci si può porre il problema di quali strutture relazionali abbia senso considerare. L'operazione più semplice è detta **classificazione**: è applicabile quando si possa definire sperimentalmente solo una relazione di **equivalenza**, ossia di appartenenza ad una classe, come il confronto tra colori o la classificazione delle specie animali. Si tratta di una situazione ancora abbastanza lontana da ciò che normalmente si intende per misura, dove l'informazione ottenuta si può rappresentare con un qualsiasi insieme sufficientemente numeroso di simboli distinti.

L'operazione di **ordinamento** fa riferimento ad una struttura relazionale comprendente, oltre all'equivalenza, anche la relazione di **ordine**. Un esempio classico è la determinazione della durezza dei minerali secondo la *scala Mohs*; tale scala è costituita da dieci minerali diversi, indicati con un numero intero: ciascuno è in grado di scalfire gli elementi con numero più basso del proprio, ma è scalfito da quelli contrassegnati con numeri più alti. In base a questo principio si può confrontare un qualsiasi materiale con gli elementi della scala ed attribuirgli un grado di durezza. Anche la determinazione dell'intensità di un terremoto secondo la scala Mercalli, basata sulla descrizione degli effetti del sisma, rientra tra le operazioni di ordinamento.

L'informazione di misura è, in questi casi, spesso espressa mediante numeri interi. Tuttavia, si deve notare che sugli interi che esprimono un ordinamento non è possibile effettuare operazioni aritmetiche (non ha senso, ad esempio, sommare due durezza!).

La misurazione propriamente detta presuppone invece strutture relazionali più complesse. Si riprenda l'esempio delle misure di corrente elettrica, i cui valori sono rappresentati da numeri reali: attraverso successive operazioni di concatenazione e verifiche di equivalenza, si possono trovare correnti i cui valori stiano tra loro in un rapporto dato e stabilire relazioni di uguaglianza tra rapporti.

Questo tipo di relazioni è tipico delle grandezze dette **estensive**; oltre alla corrente elettrica, sono grandezze estensive, ad esempio, la forza, la massa, la quantità di carica. Per tali grandezze, una volta attribuito un valore ad una specifica corrente, o forza, ecc., considerata come termine di riferimento, gli altri valori possibili si determinano *per rapporto*.

Si consideri invece ora come grandezza la temperatura, i cui valori misurati sono ancora espressi per mezzo di numeri reali. Si supponga di aver misurato su una scala Celsius due temperature di 30 °C e di 60 °C: mentre è perfettamente lecito affermare che 60 è il doppio di 30, dire che le due temperature sono l'una

doppia dell'altra è privo di significato. Una verifica si ha misurando le stesse temperature su una scala Fahrenheit, che fornisce rispettivamente i valori di 86 F e di 140 F, il cui rapporto non è uguale a quello precedente. Si può invece correttamente affermare che l'intervallo tra due temperature, ad es. 30 °C e 45 °C, è uguale a quello tra altre due temperature, ad es. 45 °C e 60 °C, indipendentemente dalla scala usata: la relazione cui si può fare riferimento è dunque quella di **uguaglianza tra intervalli**.

Tale situazione caratterizza le grandezze dette **intensive**: attribuito un **valore di riferimento** ad un elemento del sistema empirico e stabilita l'ampiezza di un dato intervallo, gli altri possibili valori della grandezza sono ottenuti per confronto tra intervalli. Un'altra grandezza alla quale si applicano gli stessi concetti è il tempo: anche in questo caso relazioni esprimibili con un rapporto non hanno senso (l'anno 2006 non è doppio del 1003), mentre si possono confrontare tra loro intervalli di tempo. La stessa considerazione vale, ad esempio, per le nozioni di potenziale elettrico e di differenza di potenziale.

Conseguenza della natura delle grandezze intensive è il fatto che per quantificarle è lecito usare anche numeri negativi, cosa che invece non è possibile con le grandezze estensive. Ad esempio, nei circuiti elettrici una tensione negativa in un nodo indica che il potenziale di quel nodo è inferiore a quello del riferimento; il segno associato alla corrente invece non è che la rappresentazione convenzionale del verso della corrente stessa.

7.3 Metodi di misurazione

Con **metodo** di misurazione si intende l'insieme delle operazioni teoriche e pratiche, espresse in termini del tutto generali, coinvolte in una misurazione eseguita secondo un dato principio fisico. Si tratta di un concetto più generale di quello di **procedimento** di misurazione, nel quale le operazioni teoriche e pratiche da eseguire vengono invece precisate dettagliatamente.

I metodi di misurazione possono venire classificati secondo diversi criteri, ma per gli scopi della discussione che segue è sufficiente la semplice distinzione tra **metodi diretti** e **metodi indiretti**.

Un metodo di misurazione si dice **diretto** quando il suo risultato è ottenuto misurando direttamente la grandezza di interesse¹. Esempi di misurazioni dirette sono:

- la misurazione di una lunghezza incognita eseguita mediante confronto con un regolo graduato;
- la misurazione di una massa con una bilancia a due piatti e bracci di uguale lunghezza (bilancia analitica).

Un metodo di misurazione si dice invece **indiretto** quando il suo risultato è ottenuto dalla misurazione di una o più grandezze, legate al misurando da una relazione nota; la valutazione del misurando viene eseguita elaborando le misure delle grandezze in esame secondo tale relazione. Le grandezze misurate

¹Il metodo si considera ancora diretto anche quando sia necessario eseguire misurazioni supplementari per valutare le grandezze di influenza ed apportare le opportune correzioni al risultato ottenuto.

possono essere sia della stessa natura del misurando sia di natura diversa e la loro misurazione può essere a sua volta eseguita con metodi diretti o indiretti.

Ad esempio, la resistività ρ di un materiale può essere misurata utilizzando un provino, omogeneo ed a sezione costante, di cui si misurano resistenza R , lunghezza l e sezione S per poi ricavare ρ attraverso la relazione:

$$\rho = R \cdot \frac{S}{l}$$

La misura della resistenza può essere ottenuta eseguendo direttamente il confronto tra l'incognita ed un opportuno campione di resistenza oppure, in modo indiretto, mediante la misurazione della d.d.p. ai capi del provino e della corrente che lo percorre.

Nei metodi di misurazione diretti l'operazione fondamentale è il **confronto**: il misurando può essere confrontato direttamente con una grandezza omogenea e di valore noto (confronto diretto) oppure con una o più grandezze, non necessariamente della stessa natura, il cui valore viene posto in una relazione funzionale con quello del misurando stesso (confronto indiretto).

Le modalità del confronto dipendono dalla grandezza considerata; in ogni caso, esso avviene paragonando gli effetti prodotti dalla grandezza incognita con quelli prodotti dalle grandezze note, per raggiungere una condizione, detta **condizione di equivalenza**, che consente di stabilire una ben definita relazione tra di esse. Il raggiungimento di questa condizione è indicato da un dispositivo che può essere genericamente denominato **rivelatore di equivalenza**.

Ad esempio, si possono facilmente confrontare le lunghezze di due bastoncini purché essi siano perfettamente rettilinei e vengano affiancati in modo tale che la posizione di una delle loro estremità coincida. Il confronto consente di valutare l'uguaglianza delle loro lunghezze entro i limiti di incertezza con cui si può stabilire se anche le estremità opposte dei due bastoncini coincidono.

Si deve però notare che la condizione di equivalenza è apparentemente soddisfatta entro una data soglia, detta **soglia di risoluzione**, che è una caratteristica sia del rivelatore utilizzato, sia dell'incertezza con cui l'utilizzatore riesce ad interpretare il significato dell'uscita del rivelatore; questa soglia introduce nelle misure una ulteriore incertezza, come sarà illustrato nel seguito.

7.4 Analisi dell'incertezza

La misura, intesa come insieme delle informazioni ottenibili attraverso un procedimento di misurazione, deve dare in modo sintetico il maggior numero di informazioni possibili sulla grandezza considerata. Un modo sufficientemente completo di esprimere una misura è costituito da una terna di elementi comprendente:

- il valore rappresentativo della grandezza misurata;
- l'unità di misura;
- l'incertezza della misura.

Altre informazioni importanti possono riguardare le condizioni e le modalità con cui la misura è stata ottenuta.

L'incertezza è un'informazione quantitativa che rappresenta la qualità della misura, cioè la bontà e l'attendibilità del valore misurato. Essa può essere vista però anche come un importante parametro di progetto per un sistema di misura; analizzando opportunamente gli elementi del sistema è infatti possibile stimare il loro grado di accuratezza e quindi valutare a priori l'incertezza delle misure che il sistema stesso fornirà.

Si potrebbe pensare che la condizione ideale per una misura sia quella di avere sempre la minima incertezza, cioè la qualità migliore. Poiché ad ogni aumento della qualità corrisponde in qualche modo un aumento del costo, si deve invece considerare l'incertezza ottimale come il risultato di un compromesso tra esigenze contrastanti.

Nella maggior parte dei casi è possibile valutare a priori il limite di incertezza accettabile. Ad esempio, sulla base dei dati di progetto è possibile stabilire una **tolleranza** sui valori dei componenti in un circuito elettronico o sulle dimensioni di parti meccaniche; il sistema per la misura di tali valori, o dimensioni, deve allora garantire una accuratezza adeguata a verificare che le tolleranze siano soddisfatte. In genere, ciò si traduce nel richiedere una incertezza di circa un ordine di grandezza inferiore alla tolleranza da verificare: se il valore di una resistenza è dato entro $\pm 5\%$ è sufficiente misurarlo con una incertezza di $\pm 0.5\%$, o anche $\pm 1\%$. Ogni "miglioramento" rispetto a questa specifica è solo apparente, infatti eventuali ulteriori informazioni sono ridondanti per lo scopo prefisso e non giustificano un costo maggiore.

Per individuare l'insieme delle sorgenti di incertezza per una misura si devono considerare:

- una incertezza intrinseca del misurando;
- una incertezza dovuta alle interazioni tra il sistema di misura ed il misurando;
- una incertezza propria del sistema di misura.

Quest'ultimo fattore è in genere quello su cui le conoscenze sono più complete; in esso rientrano gli effetti della non perfetta corrispondenza tra i dispositivi del sistema di misura ed il modello che li descrive, l'influenza di grandezze ambientali sul sistema, la presenza di disturbi o rumore.

7.4.1 Modello probabilistico dell'incertezza

Finora con il termine incertezza si è fatto riferimento all'esistenza di una fascia di valori, del tutto indifferenti al fine di misurare una grandezza. Nel valutare le prestazioni di uno strumento o di un metodo di misura si pongono spesso due problemi:

- caratterizzare in modo più approfondito la natura dell'incertezza al fine di migliorare, con metodi opportuni, l'accuratezza delle misure;
- valutare l'incertezza da attribuire ad un valore ottenuto indirettamente, tramite l'elaborazione delle misure di altre grandezze.

Poiché il modo in cui si ottengono le informazioni relative all'incertezza dipende dalle ipotesi fatte sulla natura dell'incertezza stessa, conviene in primo luogo analizzarne le caratteristiche in modo più approfondito.

La definizione finora considerata è di tipo deterministico, ma va tenuto presente che la fascia di incertezza è sempre un intervallo "non ben definito", poiché essa è nota con un certo grado di approssimazione. Tra le sorgenti di incertezza di una misura ve ne sono alcune di **natura casuale** (ad esempio, il rumore termico, le interferenze dovute a campi elettromagnetici esterni, la variabilità delle relazioni temporali tra segnali); esse fanno sì che, ripetendo più volte la misurazione di una grandezza in condizioni sperimentali ritenute equivalenti, i risultati ottenuti siano generalmente diversi tra loro. Qualora sia effettivamente possibile disporre di misurazioni ripetute di una stessa grandezza, la variabilità dei risultati può essere utilizzata per ricavare maggiori informazioni sulla natura dell'incertezza della misura e spesso consente di migliorare la qualità della misura stessa. Si parla in questo caso di componenti dell'incertezza "valutabili con metodi statistici".

Il metodo più usato per analizzare le caratteristiche dell'incertezza è quello di considerare un modello probabilistico della misura. Supponendo per semplicità che la grandezza da misurare sia invariante nel tempo, la dispersione dei valori misurati viene descritta per mezzo di variabili aleatorie secondo un modello additivo, che consente di esprimere la misura nella forma:

$$X_M = X + S + n \quad (7.1)$$

In questa relazione X rappresenta il misurando, S dà conto degli scostamenti sistematici ed n rappresenta gli scarti casuali.

Come si è più volte ricordato, il misurando ha in genere una propria incertezza intrinseca; se di questo si vuole tener conto esplicitamente nel modello, lo si può fare descrivendo X come una grandezza aleatoria. Tuttavia, nei casi che qui si considerano di interesse si può ritenere che l'incertezza intrinseca sia trascurabile rispetto a quella del sistema di misura. Di conseguenza, X si può considerare, più semplicemente, una costante il cui valore va determinato attraverso la misurazione.

Gli **scostamenti sistematici** sono dovuti a quelle componenti dell'incertezza che risultano costanti nelle diverse ripetizioni della misura, per cui il termine S che li rappresenta nel modello (7.1) risulta una costante incognita. Il termine S dipende in genere dal contesto in cui si svolge la misurazione ed il suo valore non è determinabile se non quando siano note ulteriori informazioni. Ad esempio, se è noto che il comportamento di un voltmetro varia con la temperatura e se ne conosce la legge di dipendenza, si può intervenire per correggere i valori misurati ed eliminare gli scostamenti sistematici.

In alternativa, si può tentare di porsi in situazioni in cui anche S è modellabile come una variabile aleatoria, ad esempio utilizzando più strumenti, ciascuno con una diversa legge di dipendenza dalla variabile ambientale considerata, per misurare la stessa grandezza, oppure ripetendo le misurazioni, se possibile, in più condizioni ambientali diverse. Questo modo di procedere renderebbe l'incertezza nel suo insieme completamente aleatoria e consentirebbe di stimarne le caratteristiche a partire dall'insieme stesso delle misure ottenute. Si noti però che esso non è sempre di facile attuazione, sia perché richiede di disporre di un numero di misure sufficientemente elevato da essere statisticamente significativo, sia perché difficilmente si riesce ad avere il controllo completo delle condizioni di misura e quindi a variarne il contesto secondo le necessità.

In assenza di informazioni esterne, gli scostamenti sistematici non sono rilevabili attraverso misurazioni ripetute. Si noti inoltre che non vi è alcun modo

di distinguerne l'origine, cioè di attribuirli al misurando, allo strumento o alla loro interazione. E' buona regola quindi specificare, per quanto possibile, le condizioni in cui una misura è stata ottenuta, in modo da evitare ambiguità. Anche quando non sia possibile una stima diretta, si possono comunque fornire indicazioni approssimate sul comportamento probabilistico di S , basate però su un'analisi della situazione in cui il sistema di misura opera.

Gli **scarti casuali** si possono attribuire a cause non controllate, o non controllabili, che inducono variabilità nella misura all'interno del contesto considerato, mentre gli scostamenti prima considerati sono mutamenti permanenti del valore misurato. Da questo punto di vista si deve necessariamente supporre che n sia una variabile aleatoria a media nulla, poiché se $E[n] \neq 0$ il suo contributo è equiparabile ad uno scostamento sistematico.

Apparentemente, il modello (7.1) non si concilia con la definizione di incertezza come fascia di valori. Il collegamento è dato dall'interpretazione di U_X come valore che individua l'intervallo $(X - U_X, X + U_X)$ entro il quale la misura è contenuta con un certo *livello di confidenza*. Tipicamente, si considerano livelli di confidenza espressi da probabilità dell'ordine del 95-99 %. Con questa interpretazione statistica, si può anche stabilire una relazione di proporzionalità tra il valore estremo dell'intervallo, U_X , e la variabilità della misura espressa tramite la deviazione standard. Si preferisce, a rigore, parlare di **incertezza standard**, $u(X)$ e si ha: $U_X = k \cdot u(X)$. Il fattore k è detto **fattore di copertura** ed ha, in pratica un valore compreso tra 2 e 3. In genere le specifiche di uno strumento forniscono direttamente il valore di U_X , nel qual caso si suppone $k = \sqrt{3} \simeq 1.73$.

Si suppone molto spesso che la componente casuale dell'incertezza possa essere descritta da una variabile aleatoria *Gaussiana*, o *normale*. La principale considerazione a sostegno di questa ipotesi è che la variabilità riscontrabile nei risultati di misurazioni ripetute viene attribuita alla sovrapposizione di una quantità di grandezze di influenza diverse e statisticamente indipendenti. Sotto ipotesi molto blande si può quindi ritenere applicabile il teorema del limite centrale il cui enunciato, nella sua forma più generale, assicura che una successione di variabili aleatorie costruita sommando K variabili aleatorie indipendenti comunque distribuite, converge in distribuzione, al tendere di K ad ∞ , verso una variabile aleatoria Gaussiana. L'effetto complessivo delle varie sorgenti di incertezza che si sommano in una misura risulterebbe quindi modellato da una descrizione di tipo Gaussiano. A questa motivazione va aggiunta una considerazione di ordine pratico, relativa al fatto che un modello che utilizza variabili aleatorie Gaussiane costituisce quanto meno una soddisfacente approssimazione per molti casi pratici ed offre il vantaggio di essere spesso più facilmente analizzabile per via teorica. Infine va ricordato che la descrizione statistica di tale variabile risulta completa quando siano noti due soli parametri, cioè la **media** e la **varianza**.

7.5 Elaborazione statistica dei dati sperimentali

L'idea di ricorrere al modello probabilistico (7.1) deriva dall'osservazione di una certa regolarità nelle variazioni dei risultati di misurazioni ripetute; la loro natura casuale consente di sfruttare la ripetizione della misurazione per aumentare l'informazione ottenibile sul misurando.

In questa prospettiva la singola misurazione assume il significato statistico di "estrazione" di un campione della variabile aleatoria considerata; un insieme di N misurazioni ripetute produce un **campione statistico** costituito da N elementi. Il problema dell'elaborazione dei dati sperimentali consiste nello stabilire un legame tra i risultati ottenuti ed il modello teorico ipotizzato.

Ovviamente, se gli scarti casuali nelle misure presentano una variabilità inferiore alla risoluzione degli strumenti impiegati, eseguendo successive ripetizioni della misurazione si ottiene sempre lo stesso risultato; in tal caso è quindi del tutto inutile eseguire più misurazioni.

Si consideri l'insieme $X_{M1}, X_{M2}, \dots, X_{MN}$ dei valori numerici ottenuti in N misurazioni ripetute: ciascuno di essi costituisce, in termini statistici, un valore osservato della variabile aleatoria che rappresenta la misura.

I due stimatori di uso più comune nell'elaborazione dei dati sperimentali prendono il nome di **media campionaria** e **varianza campionaria**. Date le N osservazioni, la media campionaria \bar{X}_M è definita come:

$$\bar{X}_M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_{Mi} \quad (7.2)$$

e rappresenta lo stimatore della media μ_X .

La varianza campionaria è definita come:

$$s_X^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_{Mi} - \bar{X}_M)^2 \quad (7.3)$$

ed è lo stimatore della varianza σ_X^2 .

È importante comprendere quale significato attribuire alle elaborazioni svolte. Va ricordato in primo luogo che nel modello di riferimento per la misura dato dalla (7.1), S è un termine sistematico che, in assenza di informazioni specifiche, nessuna elaborazione statistica è in grado di isolare od eliminare. Il ricorso a misurazioni ripetute ed allo stimatore (7.2) può consentire cioè di ridurre la variabilità del risultato, ma non riduce necessariamente la sua incertezza. Esso appare quindi maggiormente giustificabile quando sia già noto, ad esempio, che eventuali scostamenti sistematici risultano trascurabili rispetto alle componenti casuali dell'incertezza.

Analogamente, la varianza campionaria fornisce una stima della dispersione dei dati rispetto al valore medio, che però solo in determinati casi può essere posta in relazione con l'effettiva incertezza della misura.

La valutazione dell'incertezza, come si è più volte ricordato, non può prescindere dalla considerazione di eventuali scostamenti sistematici, la cui presenza è verificabile soltanto attraverso prove *indipendenti* dalle misurazioni eseguite, quali ad esempio una verifica della taratura della strumentazione impiegata.

È opportuno ricordare che i procedimenti di elaborazione discussi in questo paragrafo sono applicazioni di metodi statistici molto elementari; testi specializzati su questo argomento possono indicare approcci più sofisticati ed efficienti, ma va comunque messa in luce l'attenzione da dedicare agli aspetti di pianificazione dell'attività sperimentale e di costante verifica delle ipotesi di lavoro. Come sempre, questi aspetti assumono ancora maggiore importanza quando le misurazioni e le elaborazioni siano affidate a sistemi automatici, spesso privi delle capacità di supervisione e discernimento di un operatore umano.

7.6 Valutazione dell'incertezza per misure con metodo indiretto

Se la misura di una grandezza X è ottenuta da una misurazione indiretta, è necessario stabilire come procedere per determinarne l'incertezza, nell'ipotesi che siano note le incertezze associate alle misure delle grandezze $\underline{C} = (C_1, C_2, \dots, C_N)$, misurate direttamente e legate ad X dalla relazione $f(\cdot)$.

Poiché ad ognuna delle grandezze C_i è associata l'incertezza U_i , ossia l'intervallo $(C_i - U_i, C_i + U_i)$, si vuole ottenere un criterio per determinare di conseguenza l'intervallo $(X - U_X, X + U_X)$. Si deve ricordare, però, che in (7.1) si è ipotizzato un modello probabilistico. Conviene allora, rifacendosi a quel modello, ipotizzare

Il problema può essere risolto in modo relativamente semplice supponendo che:

1. le semiampiezze U_1, U_2, \dots, U_N degli intervalli siano sufficientemente piccole;
2. la funzione $f(\cdot)$ sia invertibile in \underline{C} ed abbia ivi gradiente non nullo.

In tal caso, sviluppando la relazione $f(\cdot)$ secondo la formula di Taylor centrata nel punto \underline{C} si ottiene:

$$x + \delta = f(C_1 + \delta_1, C_2 + \delta_2, \dots, C_N + \delta_N) = f(C_1, C_2, \dots, C_N) + \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial C_i} \delta_i,$$

dove $\delta \in (-U_X, +U_X)$ e $\delta_i \in (-U_i, +U_i)$. Da questa espressione si deduce che:

$$\delta = \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial C_i} \delta_i.$$

Si noti che questa relazione esprime la linearizzazione della funzione $f(\cdot)$ attorno al punto \underline{C} ; la variabile δ è una combinazione lineare delle δ_i secondo i coefficienti $\partial f / \partial C_i$.

Per poter esprimere l'incertezza di X si procede determinando l'incertezza standard composta, $u_c(X)$, a partire dalle incertezze standard $u(C_i)$, secondo una regola di composizione che, in molti casi di interesse pratico² assume la forma semplificata:

$$u_c(X) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial C_i} \right)^2 \cdot u^2(C_i)}. \quad (7.4)$$

A titolo esemplificativo, in Tab. 7.1 è riportata l'incertezza standard composta per alcune forme tipiche della funzione $f(\cdot)$, supponendo incorrelate le diverse grandezze note.

²Quando si può supporre che le singole misure siano tra loro statisticamente incorrelate.

X	$u_c(X)$	$\frac{u_c(X)}{X}$
$C_1 \pm C_2$	$\sqrt{u^2(C_1) + u^2(C_2)}$	$\frac{\sqrt{u^2(C_1) + u^2(C_2)}}{C_1 \pm C_2}$
$C_1 \cdot C_2$	$\sqrt{C_2^2 u^2(C_1) + C_1^2 u^2(C_2)}$	$\sqrt{\frac{u^2(C_1)}{C_1^2} + \frac{u^2(C_2)}{C_2^2}}$
C_1/C_2	$\sqrt{\frac{1}{C_2^2} u^2(C_1) + \frac{C_1^2}{C_2^4} u^2(C_2)}$	$\sqrt{\frac{u^2(C_1)}{C_1^2} + \frac{u^2(C_2)}{C_2^2}}$
C_1^α	$\sqrt{\alpha^2 C_1^{2(\alpha-1)} u^2(C_1)}$	$\sqrt{\frac{\alpha^2 u^2(C_1)}{C_1^2}}$

Tabella 7.1: incertezza standard in alcune misurazioni indirette nel caso in cui le misure delle grandezze note siano tra loro incorrelate.

Capitolo 8

Introduzione alla conversione analogico-digitale

8.1 Introduzione

Un convertitore analogico-digitale (Analog to Digital Converter, ADC) converte i valori che un segnale $x(t)$ analogico, ossia continuo nel tempo e nelle ampiezze, assume in determinati istanti temporali, in una successione numerica $x_s[.]$. La conversione analogico-digitale (A/D) si compone pertanto delle seguenti tre operazioni:

- la discretizzazione dei tempi (**campionamento**). A partire dal segnale analogico di ingresso $x(\cdot)$ il campionamento fornisce un segnale discreto nel tempo, ma continuo nelle ampiezze $x_s[.]$. Nel caso molto diffuso di campionamento uniforme, ossia in **istanti equispaziati**, si ha perciò:

$$x_s[.] = [x(nT) \quad n = \dots - 1, 0, 1, \dots] \quad (8.1)$$

dove T rappresenta il cosiddetto periodo di campionamento.

- la discretizzazione delle ampiezze (**quantizzazione**). In questo caso, a partire dal segnale a tempo discreto e ampiezze continue $x_s[.]$, si ottiene il segnale numerico $x_q[.]$, ossia il segnale discreto sia nel tempo, sia in ampiezza.
- la rappresentazione del valore dei campioni quantizzati mediante quantità numeriche (**codifica**). A partire dal segnale numerico $x_q[.]$ tale operazione fornisce una successione di numeri $x_c[.]$ rappresentati in una opportuna base numerica.

In Fig.8.1 è riportato lo schema funzionale di un ADC ideale. In Fig.8.2 è invece riportato un esempio di conversione A/D (campionamento, quantizzazione e codifica) di un generico segnale.

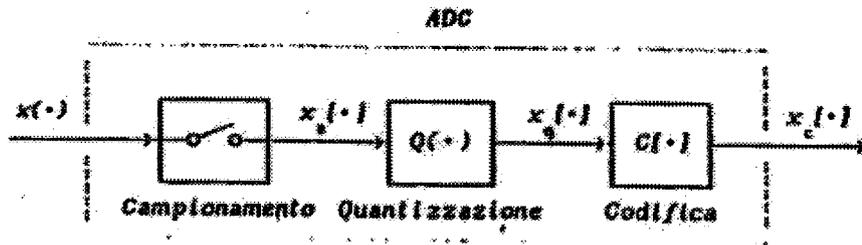


Figura 8.1: Schema funzionale a blocchi di un ADC ideale.

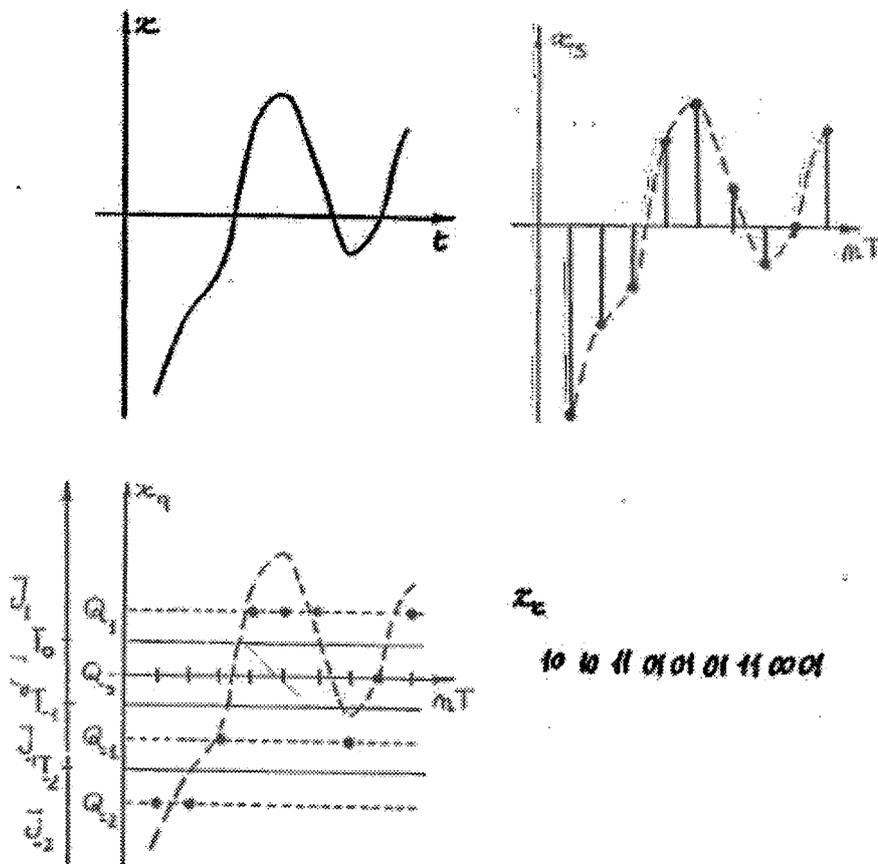


Figura 8.2: Campionamento, quantizzazione e codifica di un generico segnale.

Come è stato appena affermato, un ADC ideale esegue una operazione di campionamento ideale. In realtà, poiché il tempo richiesto per la conversione del segnale di ingresso $x(\cdot)$ in un valore numerico non può mai essere nullo, è necessario che le variazioni temporali di tale segnale siano sufficientemente lente da poter sopporre l'ingresso dell'ADC costante durante l'intera durata della conversione.

Quando questa ipotesi non può essere soddisfatta, all'ADC viene premesso un amplificatore *sample-and-hold* (*sample-and-hold amplifier*, SHA); questo blocco ha il compito di campionare il segnale analogico negli istanti prefissati (fase di *sample*) e di fornire in uscita il valore campionato mantenendolo per tutto il tempo necessario all'esecuzione della conversione (fase di *hold*).

Nel seguito si potrà pertanto supporre che l'ingresso dell'ADC sia costante durante l'intero processo di conversione; in tale ipotesi, inoltre, l'operazione di campionamento insita nella conversione potrà essere trascurata: sarà inoltre fornito solo qualche cenno sull'operazione di codifica. L'attenzione sarà pertanto posta sull'operazione di quantizzazione.

8.2 Operazione di quantizzazione

Un quantizzatore converte l'intervallo continuo \mathfrak{S} di possibili valori di ingresso in un insieme finito di valori di uscita:

$$Q = Q_k, \quad k \in K \quad (8.2)$$

Il generico elemento Q_k di tale insieme viene detto livello di quantizzazione; il numero totale di livelli utilizzati sarà inoltre indicato con B . L'operazione di quantizzazione pertanto di consente pertanto di convertire un valore continuo x_c in un valore discreto x_q .

La relazione ingresso-uscita di un quantizzatore è quindi ottenuta dividendo l'intervallo continuo \mathfrak{S} di possibile variazione dell'ingresso in sotto-intervalli \mathfrak{S}_k a ognuno dei quali viene associato lo stesso livello Q_k . La caratteristica di quantizzazione è perciò rappresentata da una funzione $Q(\cdot)$ costante a tratti definita in \mathfrak{S} e a valori in Q :

$$X_q = Q(x_s) \quad x_s \in \mathfrak{S} \quad (8.3)$$

I $B-1$ valori dell'ingresso ai quali si ha la transizione dell'uscita da un livello di quantizzazione a quello adiacente, ossia gli estremi dei sotto-intervalli in cui è suddiviso l'insieme \mathfrak{S} , sono detti livelli di soglia (o livelli di transizione) T_k .

Il campo di ingresso (*input range*) C_i di un ADC è in genere leggermente più ampio dell'intervallo compreso tra i due livelli di soglia estremi. Se C_i è contenuto solamente nel semiasse reale positivo, oppure in quello negativo, il convertitore viene detto unipolare; al contrario, se il campo di ingresso contiene valori di entrambi i segni, l'ADC è detto bipolare. Per convertitori unipolari viene generalmente fornito solo l'estremo superiore del campo di ingresso, denominato fondo scala dell'ADC. Per gli ADC bipolari, invece, viene definito un valore di fondo scala per ciascuno dei due segni dell'ingresso; in questo caso, inoltre, C_i è spesso costituito da un intervallo simmetrico rispetto all'origine, ossia i due fondo scala hanno lo stesso valore assoluto.

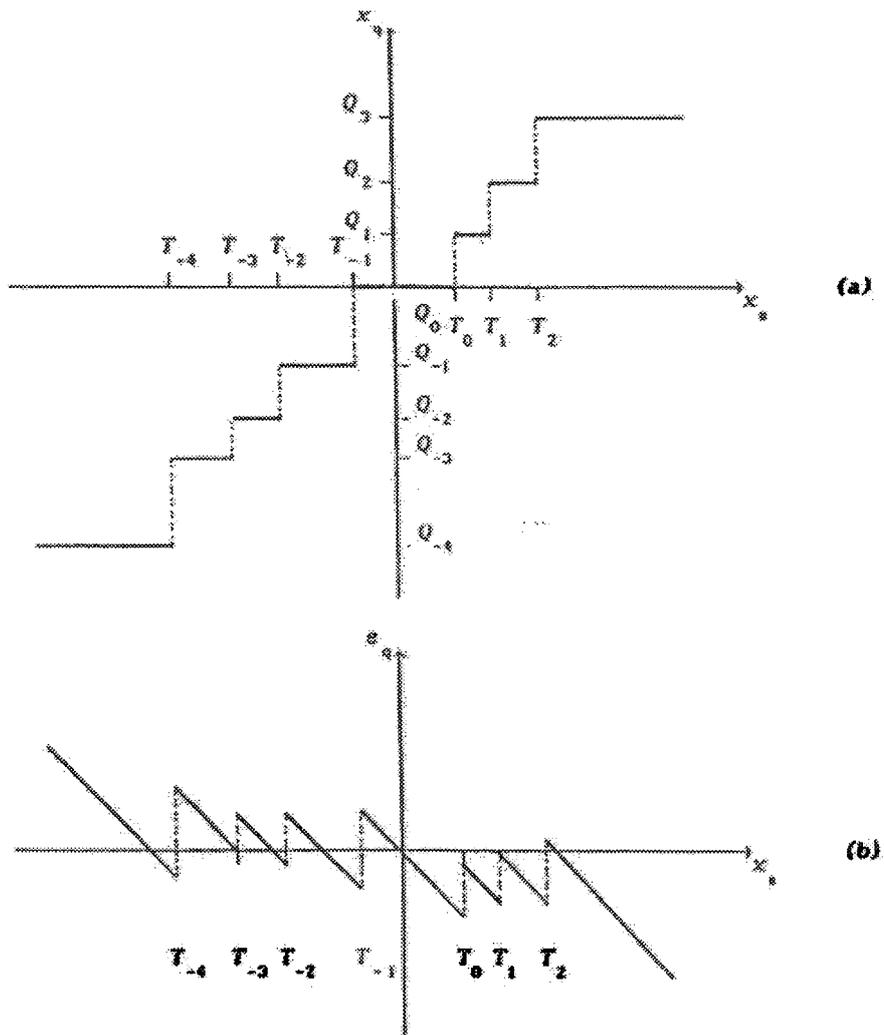


Figura 8.3: Generica caratteristica di quantizzazione (a) e di errore (b).

In fig. 8.3 è riportata una caratteristica di quantizzazione corrispondente a livelli di quantizzazione Q_k e di soglia T_k del tutto generici.

L'errore introdotto dall'operazione di quantizzazione è poi definito dalla seguente relazione:

$$e_q(x_s) = x_q - x_s = Q(x_s) - x_s \quad (8.4)$$

In particolare, quando x_s appartiene al campo di Ingresso dell' ADC si parla di errore di granularità o, più genericamente, di errore di quantizzazione. In caso contrario, ossia quando x_s supera i valori di fondo scala, l'uscita coincide con il valore corrispondente al livello di soglia estremo e la (8.4) fornisce il cosiddetto errore di sovraccarico (overload error).

La caratteristica di errore $e_q(\cdot)$ corrispondente alla caratteristica di quantizzazione di fig. 8.3(a) è riportata in fig. 8.3(b)

Nel seguito verrà utilizzata la relazione:

$$x_s =_q x_q \quad (8.5)$$

per indicare che la differenza tra x_s e x_q è dovuta solamente all'errore di quantizzazione.

8.3 Operazione di codifica

Come già affermato, il valore dei livelli di quantizzazione viene in generale codificato in forma binaria; in particolare b cifre binarie è possibile codificare fino a $B = 2^b$ livelli. La struttura che realizza la mappa vettoriale:

$$C : Q \rightarrow B_b \quad \text{con} \quad B = (0, 1) \quad (8.6)$$

viene detta codificatore.

Livello Quant.	$\frac{x_q}{FS}$	MS x_c	C2 x_c
Q_{-4}	-1	-	100
Q_{-3}	-3/4	111	101
Q_{-2}	-2/4	110	110
Q_{-1}	-1/4	101	111
Q_{-0}	-0	100	-
Q_{+0}	0	000	000
Q_{+1}	1/4	001	001
Q_{+2}	2/4	010	010
Q_{+3}	3/4	011	011

Usualmente i valori di ingresso sono supposti normalizzati rispetto al fondo scala dell' ADC; il campo di ingresso è pertanto costituito dall'intervallo $C_i = [0, 1)$ o dall'intervallo $C_i = [-1, 1)$ a seconda che il convertitore considerato sia unipolare o bipolare.

Nel caso di ADC bipolari, in particolare, il valore dei livelli di quantizzazione può essere codificato utilizzando diversi tipi di notazione. Si può ad esempio impiegare la notazione in complemento a due (C2), oppure la notazione in modulo e segno (MS); in questi casi, se si hanno a disposizione solamente tre bit ($B = 2^3 = 8$) e si suppone che tutti i sotto-intervalli in cui viene suddiviso il campo di ingresso C_i siano eguali, la mappa $C: Q \rightarrow \mathcal{B}_b$ definita dalla tab.i. In generale, al livello Q_k di valore $k/(\frac{1}{2}B)$, viene fatto corrispondere il numero k espresso in forma binaria con b cifre. cioè:

$$Q \rightarrow (k_1, k_2, \dots, k_b) \quad k_m \in (0,1) \quad m = 1, \dots, b \quad (8.7)$$

Pertanto, se il valore quantizzato x_q coincide con il livello Q_k , la regola di codifica consiste nell'assegnare a esso la parola binaria di b bit (k_1, k_2, \dots, k_b) :

$$x_q = Q_k \xrightarrow{C} x_c = (k_1, k_2, \dots, k_b) \quad (8.8)$$

In generale, si scriverà perciò:

$$x_c = C[x_q] = (x_{c1}, x_{c2}, \dots, x_{cb}) \quad (8.9)$$

Si noti che l'operazione di codifica non comporta alcuna perdita di informazione; è cioè possibile decodificare il valore ottenuto risalendo al corrispondente livello di quantizzazione. La regola di decodifica è semplicemente:

$$x_c = (k_1, k_2, \dots, k_b) \xrightarrow{C^{-1}} x_q = Q_k \quad (8.10)$$

dove k è il numero avente rappresentazione binaria (in MS o C2) pari a $(k_1 k_2 \dots k_b)$.

Esempio.

Se $b = 3$ e $x = -0.5 = -2/4$, in C2 si ha $x_c = 110$. Viceversa, se $x_c = 110$ si ottiene $x_q = -2/4 = -0.5$.

In fig.8.4(a) è riportato lo schema di principio di un ADC ideale. La quantizzazione avviene eseguendo il confronto tra il valore di ingresso x_s e i $B-1$ livelli di soglia T_k ; in uscita dal quantizzatore viene quindi fornito il valore del livello di quantizzazione Q_k risultante dal confronto. Come mostrato in fig.8.4(a) l'uscita del quantizzatore è infine trasformata in un valore numerico mediante un codificatore; questo blocco fornisce in uscita l'indice, normalmente rappresentato da una parola binaria, del livello di quantizzazione associato al valore x_s di ingresso.

Come si vedrà successivamente analizzando alcuni tipi di ADC in commercio, le operazioni di quantizzazione e di codifica sono spesso eseguite contemporaneamente; ciò significa che le cifre delle parole di codice vengono ottenute esaminando direttamente il valore continuo di ingresso anziché quello quantizzato.

Da un punto di vista funzionale le precedenti operazioni possono essere realizzate come mostrato in fig.8.4(b). Come si può vedere da tale figura, il confronto implicito nell'operazione di quantizzazione viene realizzato impiegando $B-1$ comparatori; ogni comparatore fornisce un'uscita che specifica se il valore del campione di ingresso è maggiore o minore del livello di soglia a esso associato. Si ottiene così un'insieme di $B-1$ segnali binari che rappresenta l'ingresso

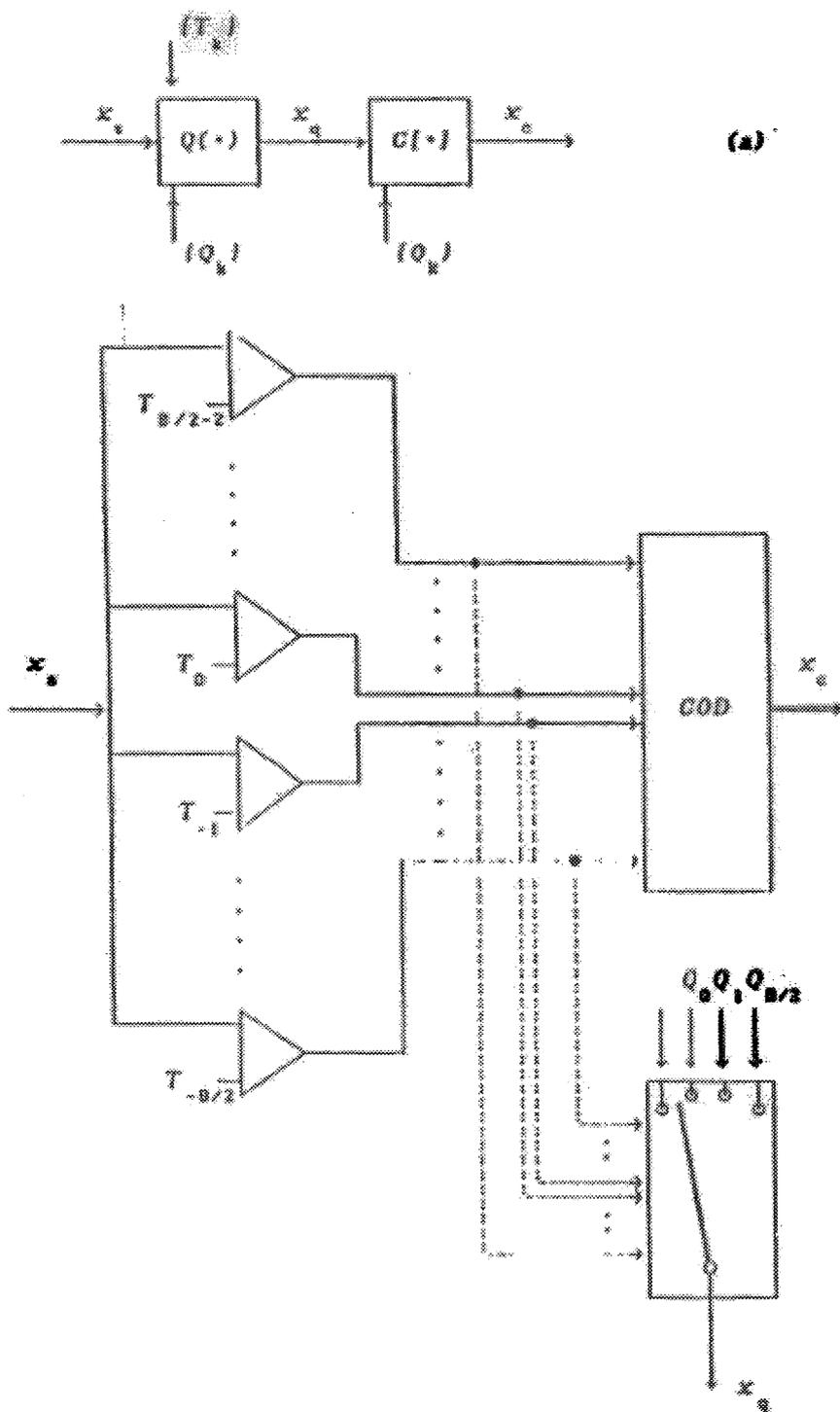


Figura 8.4: Schema di principio di un ADC (a) e di una possibile realizzazione funzionale(b).

x_s con una notazione non posizionale di tipo a termometro; l'ultima uscita attiva rappresenta pertanto il livello di quantizzazione che corrisponde al valore di ingresso.

Come mostrato in fig.8.4(b), l'informazione associata alle B-1 uscite binarie dei comparatori viene infine rappresentata mediante una parola binaria utilizzando un codificatore (digitale).

Si noti che lo schema funzionale ora illustrato non fornisce il valore quantizzato x_q : comunque, qualora fosse di interesse, questo valore può essere generato a partire dall'uscita dei comparatori e dai valori dei livelli di quantizzazione, come mostrato schematicamente nella stessa fig.8.4(b).

8.4 Quantizzazione uniforme

La legge di quantizzazione più diffusa suppone che tutti i livelli di livelli di quantizzazione dell'ADC siano equispaziati; la struttura così ottenuta prende il nome di quantizzatore uniforme. La caratteristica di un quantizzatore uniforme è supposta di pendenza "media" unitaria per cui la distanza (costante) tra due livelli di soglia adiacenti coincide con la distanza (anch'essa costante) tra due livelli di quantizzazione adiacenti; tale distanza viene denominata *passo di quantizzazione* Δ .

In generale, se b è il numero di cifre binarie utilizzate per la rappresentazione del valore quantizzato, nel caso di ADC unipolari i $B = 2^b$ livelli di quantizzazione assumono i seguenti valori:

$$Q : 0, \Delta, 2\Delta, \dots, 1 - \Delta \quad (8.11)$$

e il passo di quantizzazione Δ vale:

$$\Delta = 1/B = 2^{-b} \quad (8.12)$$

Nel caso di convertitori bipolari, invece, con notazione C2 i livelli di quantizzazione diventano:

$$Q : -1, -1 + \Delta, \dots, -\Delta, 0, \Delta, \dots, 1 - \Delta \quad (8.13)$$

Nella 8.13 il passo di quantizzazione Δ vale:

$$\Delta = 2/B = 2^{-(b-1)} \quad (8.14)$$

Per quanto riguarda la legge di quantizzazione se $x_s = k\Delta$, k intero, si pone $x_q = k\Delta$, mentre per

$$(k-1)\Delta < x_s < k\Delta \quad (8.15)$$

8.4.1 Quantizzazione con arrotondamento

Questa tecnica consiste nell'associare a x_s il livello di quantizzazione più prossimo. Si ha pertanto:

$$Q_r(x_s) = k\Delta \quad \text{per} \quad (k - \frac{1}{2})\Delta \leq x_s < (k + \frac{1}{2})\Delta \quad (8.16)$$

La caratteristica ingresso-uscita di un quantizzatore ad arrotondamento è riportata in fig. 8.5(a). In fig. 8.5(b) è riportata invece la caratteristica dell'errore di quantizzazione $e_R(x_s) = Q_R(x_s) - x_s$. Tale figura mostra che, per qualsiasi valore dell'ingresso x_s si ha:

$$-\frac{1}{2}\Delta < e_R(x_s) \leq \frac{1}{2}\Delta \quad (8.17)$$

Si noti che, nel caso della tecnica di arrotondamento, entrambe le caratteristiche sono indipendenti dalla notazione utilizzata, C2 o MS.

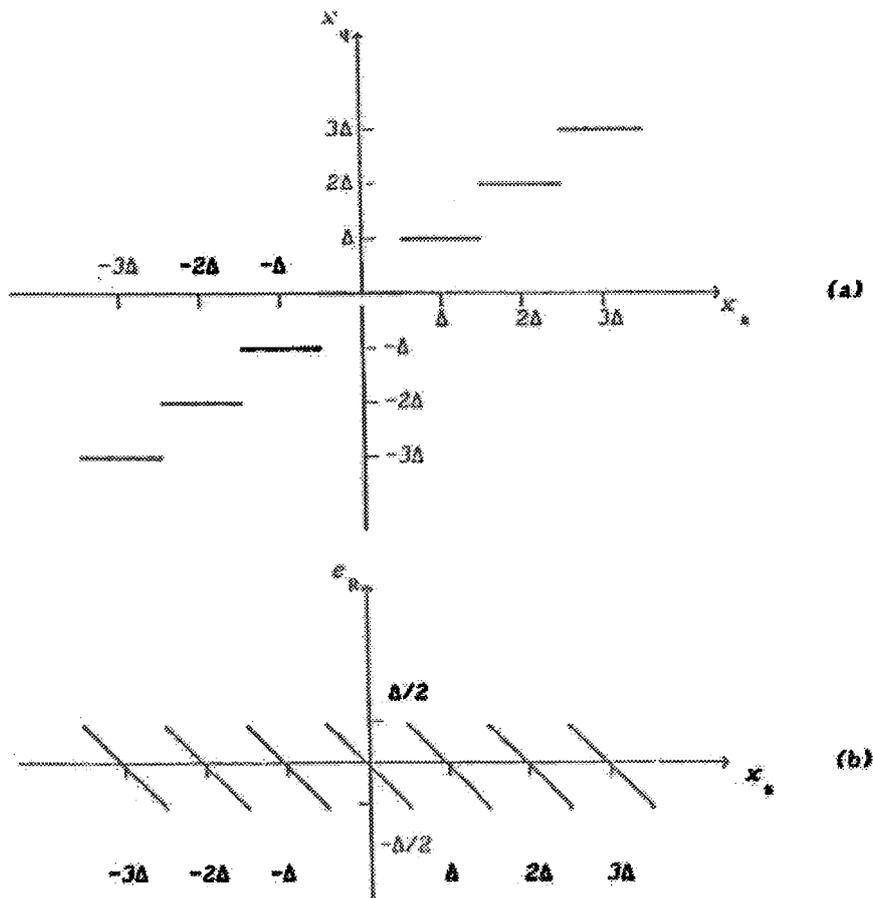


Figura 8.5: Caratteristica di I/O (a) e di errore (b) nel caso di quantizzazione ad arrotondamento.

8.4.2 Quantizzazione con troncamento

Questa tecnica consiste nel considerare solo i b bit più significativi di x_s . Nel caso di valori in notazione MS questo risultato è ottenuto mediante la seguente relazione:

$$Q_T(x_s) = \begin{cases} (k-1)\Delta & x_s > 0 \\ k\Delta & x_s < 0 \end{cases} \quad \text{per } (k-1)\Delta < x_s < k\Delta \quad (8.18)$$

che corrisponde alla usuale nozione di troncamento; in base IO, infatti, l'applicazione della (8.18) consente di quantizzare il numero -3.4 nel numero -3, mentre il numero +3.4 viene troncato in +3.

La caratteristica $Q(\cdot)$ di un quantizzatore a troncamento in notazione MS è riportata in fig.8.6(a); da questa figura si vede che $|Q_T(x_s)| \leq |x_s|$ per ogni valore di x_s . La caratteristica dell'errore di quantizzazione $e_T(x_s) = Q_T(x_s) - x_s$ è riportata invece in fig. 8.5(b); si può notare che:

$$-\Delta < e_T(x_s) \leq 0 \quad \text{per } x_s > 0 \quad (8.19)$$

$$0 \leq e_T(x_s) < \Delta \quad \text{per } x_s < 0 \quad (8.20)$$

per cui $|e_f(x)| < \Delta$. Si osservi in particolare che il segno dell'errore è sempre opposto al segno del valore di ingresso.

Nel caso di valori in notazione C2 la quantizzazione a troncamento è espressa dalla seguente relazione:

$$Q_T(x_s) = (k-1)\Delta \quad \text{per } (k-1)\Delta < x_s < k\Delta \quad (8.21)$$

La corrispondente caratteristica di quantizzazione $Q_T(\cdot)$ è riportata in fig.8.7(a); come è evidente dalla definizione, si ha $Q_T(x_s) \leq x_s$, per ogni valore di x_s . La caratteristica dell'errore di quantizzazione $e_T(x_s) = Q_T(x_s) - x_s$ è riportata invece in fig.8.7(b) come si può notare, il segno dell'errore è indipendente da x_s e vale la relazione:

$$-\Delta < e_T(x_s) \leq 0 \quad \text{per } x_s \quad (8.22)$$

Dall'esame delle precedenti figure risulta che la caratteristica di quantizzazione relativa all'arrotondamento dipende solamente da Δ , mentre quella relativa al troncamento dipende anche dalla notazione usata. Si ha inoltre:

$$|e_R(x_s)| \leq \frac{1}{2}\Delta \quad |e_I(x_s)| < \Delta \quad (8.23)$$

Per ridurre l'errore di quantizzazione è pertanto conveniente utilizzare un numero di bit elevato (infatti $\Delta = w^{-b}$) e la tecnica dell'arrotondamento. In ogni caso, comunque, un aumento del numero di bit comporta un aumento del costo dell' ADC e del tempo necessario per la conversione. Nelle usuali applicazioni sono generalmente sufficienti ADC 8 ± 12 bit; per applicazioni di precisione possono comunque essere richiesti ADC a 16 bit o più.

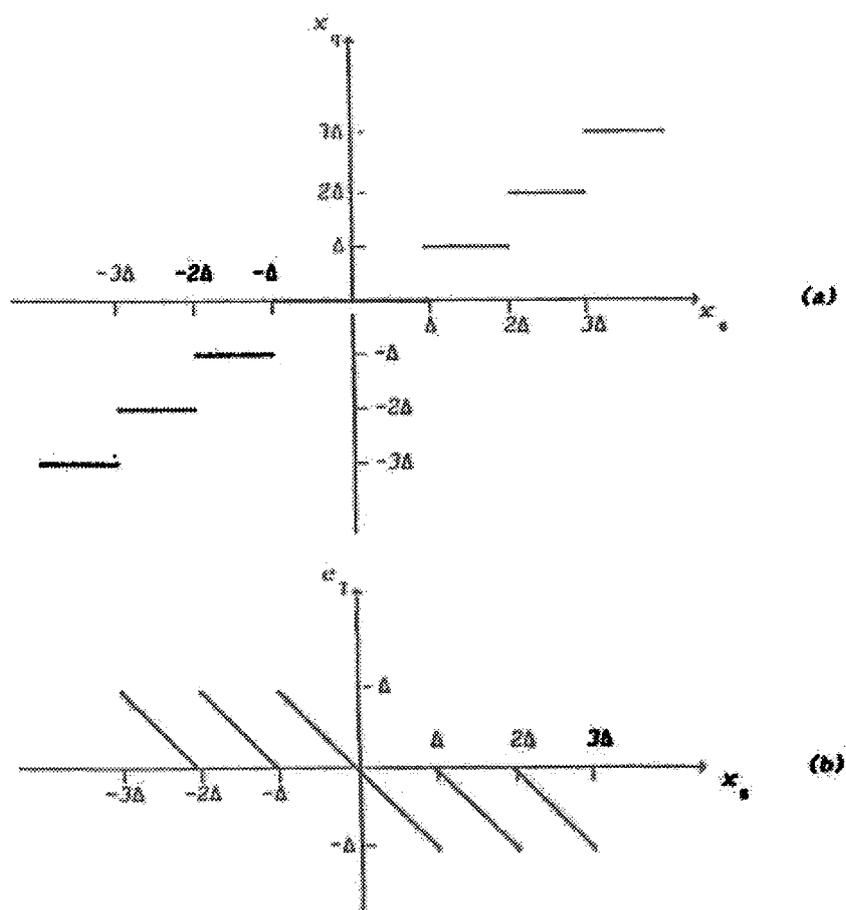


Figura 8.6: Caratteristica di I/O (a) e di errore (b) nel caso di quantizzazione a trocamento in notazione MS.

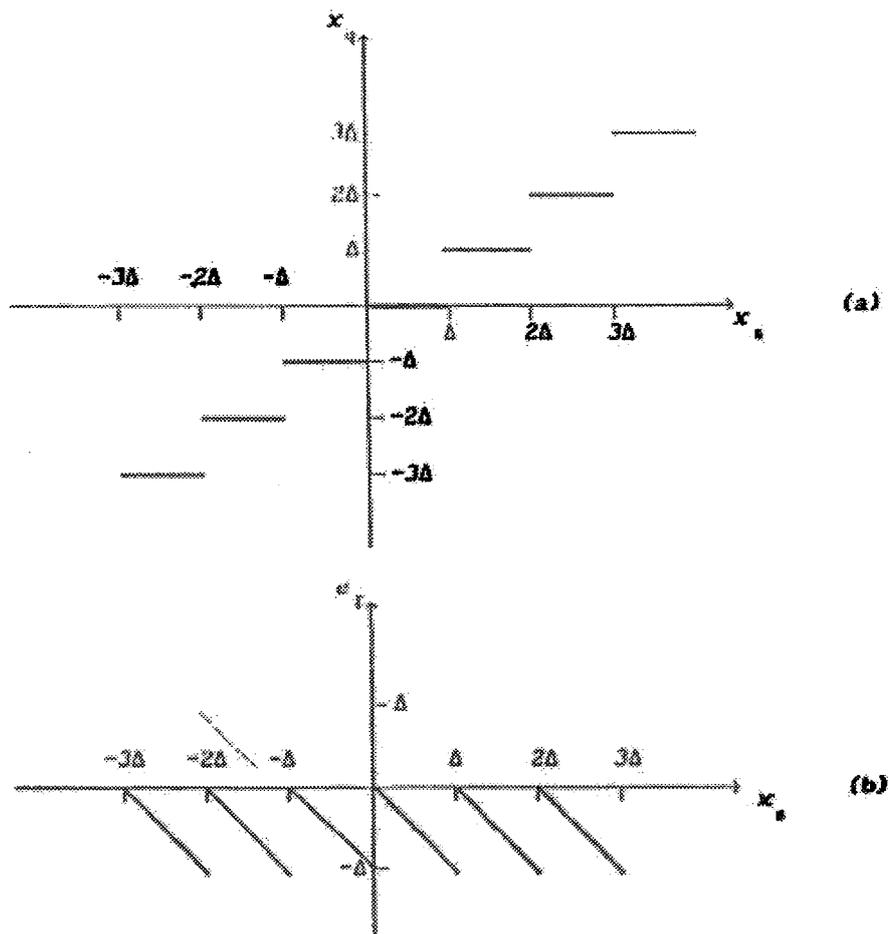


Figura 8.7: Caratteristica di I/O (a) e di errore (b) nel caso di quantizzazione a trocamento in notazione C2.

Capitolo 9

Amplificatori *Sample-And-Hold*

9.1 Considerazioni introduttive

Nel progetto di un sistema di campionamento ed acquisizione dei segnali alcune specifiche fondamentali servono a definire l'architettura stessa del sistema. I due parametri di maggiore importanza sono la frequenza di campionamento e la risoluzione del convertitore analogico-digitale (ADC), espressa dal suo numero di bit. Qualunque sia il principio di funzionamento del convertitore considerato, per evitare banali errori di conversione nel bit meno significativo è necessario che durante l'intervallo di tempo in cui avviene la conversione la variazione Δv_x della tensione analogica di ingresso sia inferiore a metà del passo di quantizzazione:

$$\Delta = \frac{2FS}{2^b} \quad (9.1)$$

dove FS e b rappresentano, rispettivamente, il fondo scala ed il numero di bit del convertitore analogico-digitale considerato, supposto bipolare.

Per garantire che le variazioni del segnale di ingresso $v_x(\cdot)$ durante il tempo di conversione T_{ADC} siano sufficientemente contenute, si può porre la condizione:

$$\Delta v_x(t) \simeq \frac{dv_x}{dt} T_{ADC} < \frac{1}{2} \Delta \quad \text{per ogni valore di } t. \quad (9.2)$$

Si consideri ad esempio il caso in cui la tensione di ingresso è sinusoidale, ossia:

$$v_x(t) = V_x \sin(2\pi f_o t + \phi) \quad (9.3)$$

Si ottiene allora:

$$\frac{dv_x}{dt} = 2\pi f_o V_x \cos(2\pi f_o t + \phi) \quad (9.4)$$

il cui valore massimo vale:

$$\left. \frac{dv_x}{dt} \right|_{max} = 2\pi f_o V_x \quad (9.5)$$

Nel caso peggiore in cui $V_x = V_{FS}$ la 9.5 fornisce:

$$\left. \frac{dv_x}{dt} \right|_{max} = 2\pi f_o V_{FS} = \pi f_o 2^b \Delta \quad (9.6)$$

Dalle relazioni (9.2) e (9.6) si ricava la massima frequenza della sinusoide di ingresso che garantisce la validità del bit meno significativo del risultato della conversione:

$$f_o < \frac{1}{2\pi 2^b T_{ADC}} = \frac{F_{ADC}}{2} \cdot \frac{1}{\pi 2^b} \quad (9.7)$$

dove per comodità si è posto $F_{ADC} = 1/T_{ADC}$

La (9.7) consente pertanto di concludere che la massima frequenza del segnale di ingresso è molto inferiore alla frequenza con cui l'ADC può funzionare (si ricordi che, supponendo di far coincidere il tempo di conversione con l'intervallo di campionamento del sistema, $F_{ADC}/2$ è la corrispondente frequenza di Nyquist) e diminuisce in modo esponenziale al crescere del numero di bit richiesti.

Esempio

Si consideri un convertitore a $b = 12$ bit con un tempo di conversione di $T_{ADC} = 25\mu s$, ossia in grado di funzionare con una frequenza di campionamento di $F_{ADC} = 40kHz$. Nelle condizioni poste, la massima frequenza della sinusoide di ingresso risulta:

$$f_{o_{max}} = \frac{1}{2\pi 2^b 25 \cdot 10^{-6}} = 1.5Hz \quad (9.8)$$

Per superare il limite imposto dalla relazione (9.7) si ricorre all'uso di un amplificatore *sample and hold* (*sample and hold amplifier*, SHA), la cui funzione consiste nel mantenere costante la tensione all'ingresso dell'ADC durante l'intera conversione; questo circuito può essere sia integrato internamente al convertitore, sia aggiunto dall'utilizzatore.

9.2 Principi operativi di un SHA ideale

Per eseguire correttamente una conversione A/D, la tensione all'ingresso dell'ADC deve rimanere costante per tutta la durata T_{ADC} della conversione stessa. Per soddisfare questa condizione è necessario che la frequenza superiore F_{MAX} del segnale analogico all'ingresso del sistema di acquisizione dati (*Data Acquisition System*, DAS) soddisfi la relazione:

$$F_{MAX} \ll \frac{1}{T_{ADC}} \quad b_k \in (0, 1) \quad (9.9)$$

in tal caso, infatti, il segnale può essere ritenuto con buona approssimazione costante durante l'intera durata della conversione.

Interessa allora determinare la massima frequenza del segnale di ingresso nel caso che all'ADC sia premesso un SHA. Un primo parametro da prendere in considerazione è il jitter di apertura; infatti, questa incertezza nell'istante di apertura dell'interruttore del SHA causa una variazione del valore di tensione conservato nella successiva fase di hold. Ricordando che un ulteriore causa di

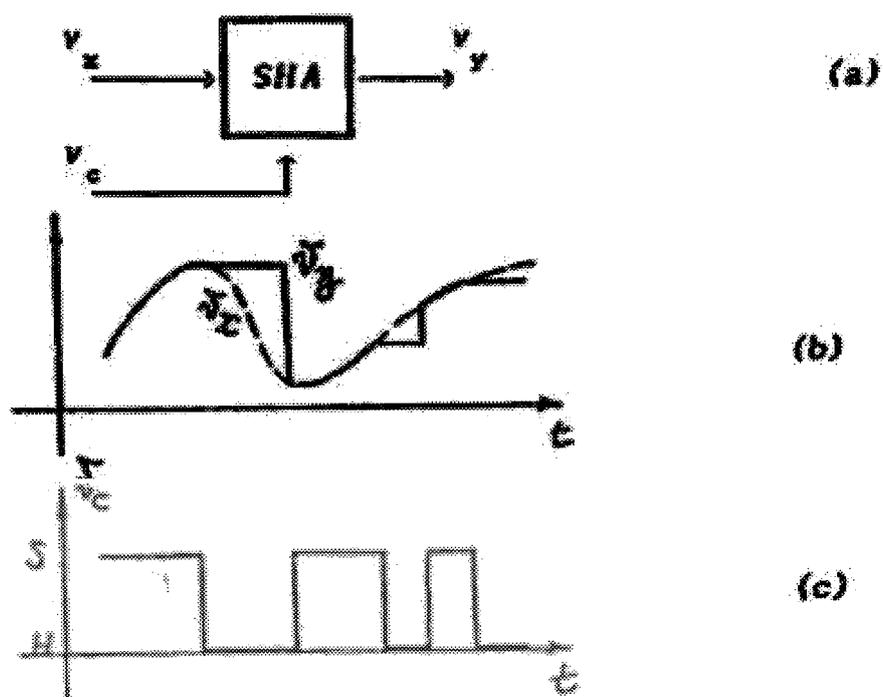


Figura 9.1: Schema di principio di un SHA (a), confronto tra i segnali applicati all'ingresso e all'uscita in un SHA ideale (b) e andamento temporale del corrispondente segnale binario di controllo (c).

incertezza nel valore della tensione convertita è legata al droop che si manifesta durante la fase di hold, se si desidera un'incertezza globale inferiore a $\Delta/2$ si può accettare una incertezza dovuta al jitter pari a $\Delta/4$; deve essere pertanto:

$$\Delta v_x(t) \simeq \frac{dv_x}{dt} T_j < \frac{1}{4} \Delta \quad \text{per ogni valore di } t \quad (9.10)$$

da cui, procedendo come sopra si ottiene:

$$f_o < \frac{1}{4\pi 2^b T_j} \quad (9.11)$$

Esempio

Assumendo un jitter di $T_j = 400 \text{ ps}$, la frequenza massima del segnale di ingresso per una conversione su 12 bit risulta pari a:

$$f_o = \frac{1}{4\pi 2^{12} 400 * 10^{-12}} \simeq 48 \text{ kHz}. \quad (9.12)$$

È importante determinare il massimo valore ammissibile per F_c ; a tale scopo devono essere considerati:

- il tempo di acquisizione del *sample-and-hold* T_{ACQ} , ossia il tempo necessario affinché in fase di sample l'uscita assuma un valore uguale a quello dell'ingresso a meno di una prefissata incertezza;
- il tempo richiesto per il passaggio dalla fase di *sample* a quella di *hold*, dato dalla somma del ritardo di apertura dell'interruttore T_{AP} e dal tempo di assestamento T_S ;
- il tempo richiesto per la conversione A/D , T_{ADC} , che dipende invece dalle caratteristiche del convertitore utilizzato.

Il valore minimo del periodo di campionamento T_c vale pertanto:

$$T_c > T_{ADC} + T_{AP} + T_S + T_{ADC} \quad (9.13)$$

e la frequenza massima ammissibile per il segnale di ingresso è:

$$f_o < \frac{1}{2T_c} < \frac{1}{2(T_{ADC} + T_{AP} + T_S + T_{ADC})} \quad (9.14)$$

dove la quantità $T_{AP} + T_S$ è spesso trascurabile rispetto agli altri addendi.

Esempio

Si consideri un ADC con tempo di conversione pari a $T_{ADC} = 25 \mu s$ ($F_{ADC} = 40 \text{ kHz}$) a cui è premesso un SHA avente $T_{ACQ} = 6 \mu s$, $T_{AP} = 50 \text{ ns}$ (si trascura il jitter di apertura pari a $T_j = 500 \text{ ps}$) e $T_S = 1 \mu s$. La frequenza massima del segnale di ingresso risulta:

$$f_{o,max} = \frac{1}{2(6 + 0.05 + 1 + 25)10^{-6}} \simeq 15 \text{ kHz} \quad (9.15)$$

anziché 20 kHz, come si ottiene considerando solamente il tempo necessario per la conversione.

Se è richiesta una frequenza di Nyquist pari a 20 kHz, sarà pertanto necessario utilizzare ADC e SHA con prestazioni superiori.

Se invece la precedente condizione non è soddisfatta, si deve impiegare un circuito che campiona la tensione di ingresso in istanti prefissati e mantiene poi il valore campionato per tutto il tempo necessario affinché l'ADC posto a valle di esso esegua la conversione. Un tale circuito prende il nome di amplificatore sample-and-hold (SHA).

Lo schema funzionale di un SHA può essere rappresentato da un blocco avente un ingresso analogico $v_x(\cdot)$, una uscita analogica $v_y(\cdot)$ ed un ingresso digitale di controllo $v_c(\cdot)$, come mostrato in fig.9.1(a).

Un SHA ideale presenta due modi di funzionamento: il modo *sample* ed il modo *hold*. La transizione da un modo di funzionamento all'altro viene comandata dall'esterno applicando un segnale binario all'ingresso di controllo.

In fig.9.1(b) sono riportati il segnale di ingresso e quello di uscita di un SHA ideale; nella fig.9.1(c) è invece riportato il corrispondente ingresso di controllo; il livello logico 1 corrisponde al modo *sample* (comando di *sample*), mentre il livello logico 0 rappresenta il modo *hold* (comando di *hold*).

Durante il modo *sample* la tensione di uscita $v_y(\cdot)$ riproduce esattamente quella di ingresso $v_x(\cdot)$, di solito con guadagno unitario. Nel modo *hold*, invece, l'uscita mantiene il valore che aveva all'istante in cui è avvenuta la transizione dal modo *sample* a quello *hold*; questo valore è mantenuto finché non viene dato un successivo comando di *sample*. È durante l'intervallo di *hold* che l'ADC posto in cascata al SHA esegue la conversione.

Più precisamente, il circuito campionatore viene detto *sample-and-hold* se è costruito in modo tale che l'intervallo di *sample* sia una piccola frazione di quello di *hold*; quando si verifica la condizione opposta, invece, il circuito prende il nome di *track-and-hold*. Spesso, comunque, viene utilizzato il nome generico di SHA per indicare entrambi questi circuiti. Le due diverse modalità di funzionamento sono poste in evidenza in fig.9.2.

I componenti fondamentali di un SHA sono schematizzati in fig.9.3. Da un punto di vista di principio, infatti, un SHA è costituito da un interruttore comandato e da un condensatore, il quale memorizza il valore assunto dal segnale di ingresso all'istante in cui l'interruttore I viene aperto (istante di campionamento). La capacità C_H svolge quindi la funzione di memoria temporanea (*hold*) della tensione da convertire.

In un *track-and-hold* l'interruttore I è normalmente chiuso, mentre in un *sample-and-hold* è chiuso solamente durante il breve intervallo di tempo necessario ad acquisire il segnale di ingresso.

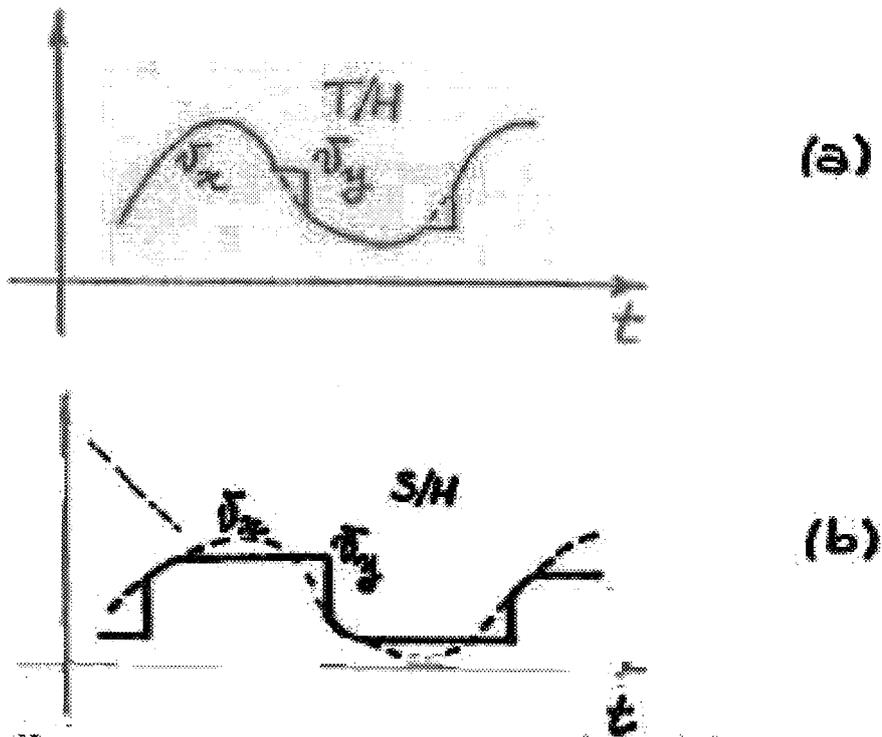


Figura 9.2: Schema di principio di un SHA (a), confronto tra i segnali applicati all'ingresso e all'uscita in un SHA ideale (b) e andamento temporale del corrispondente segnale binario di controllo (c).

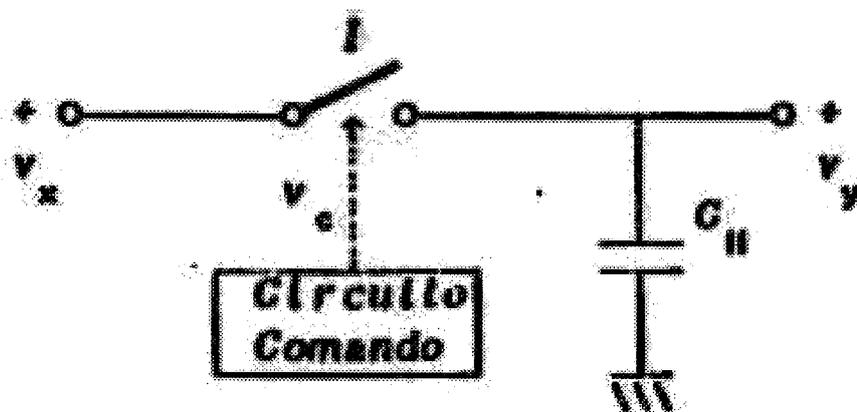


Figura 9.3: Componenti fondamentali di un SHA.

9.3 Schema di principio

Un SHA ideale dovrebbe riprodurre in uscita il segnale di ingresso senza incertezze, avere tempi di transizione nulli, ed essere in grado di mantenere in uscita il valore campionato per un tempo infinito. Poiché in pratica ciò può essere ottenuto solamente con un certo grado di approssimazione, è importante specificare come e di quanto il comportamento del circuito reale si scosta da quello del circuito ideale.

Si noti innanzitutto che, durante il funzionamento in modo *sample*, la capacità C_H del SHA si carica attraverso la resistenza R_S della sorgente. Per ottenere una carica veloce del condensatore, ossia una veloce acquisizione del segnale, la costante di tempo di carica $R_S C_H$ deve essere ridotta; pertanto, sia la resistenza della sorgente R_S , sia la capacità C_H , devono risultare molto piccole.

Sempre nella fase di *sample*, una volta a regime, il circuito si comporta come un filtro passa-basso con pulsazione di taglio $\omega_o = 1/R_S C_H$; affinché la tensione ai capi del condensatore riproduca fedelmente la tensione di ingresso, è pertanto necessario che ω_o sia sufficientemente maggiore della banda del segnale di ingresso. Anche in questo caso si conclude pertanto che sia R_S sia C_H devono essere molto piccole.

Al contrario, per mantenere costante la tensione ai capi del condensatore durante il modo *hold*, è necessario realizzare elevate costanti di tempo di scarica. Se R_L rappresenta il parallelo tra la resistenza di carico e quella connessa a tutte le perdite del condensatore, tale costante di tempo vale $R_L C_H$. Per mantenere costante il segnale di uscita è quindi necessario massimizzare il prodotto $R_L C_H$; ciò richiede l'impiego di elevate resistenze di carico e di condensatori di elevata capacità. Si noti, in particolare, che la condizione sul valore della capacità è opposta a quella richiesta nella fase di *sample*.

Gli schemi circuitali impiegati per realizzare un SHA devono pertanto rendere minima la resistenza R_S e massima la resistenza R_L ; per la capacità C_H si adotta invece una soluzione di compromesso, scelta in base alle prestazioni desiderate. La struttura del circuito varia inoltre a seconda che il principale obiettivo da raggiungere sia la velocità, oppure l'accuratezza o, infine, una soluzione di compromesso.

9.3.1 Configurazione in cascata

E' la configurazione più semplice; l'ingresso e l'uscita sono isolati dall'interruttore e dalla capacità di memoria mediante due inseguitori di tensione, spesso aventi lo stadio di ingresso a FET, come mostrato in Fig.9.4.

Si noti che la tensione di uscita del primo amplificatore è sempre uguale a v_x , mentre la tensione sulla capacità C_H è proporzionale a v_x una volta raggiunta la fine della fase di *sample*.

L'amplificatore di ingresso consente di ridurre la resistenza di sorgente R_S vista dal condensatore quando l'interruttore è chiuso, rendendo più breve il tempo di carica; ciò è utile specialmente nei casi in cui la sorgente di segnale ha un'impedenza di uscita elevata.

A causa delle imperfezioni degli amplificatori, questo tipo di realizzazione, pur consentendo elevate velocità, è poco accurata. In particolare, le tensioni di offset dei due amplificatori in cascata si sommano tra loro causando uno

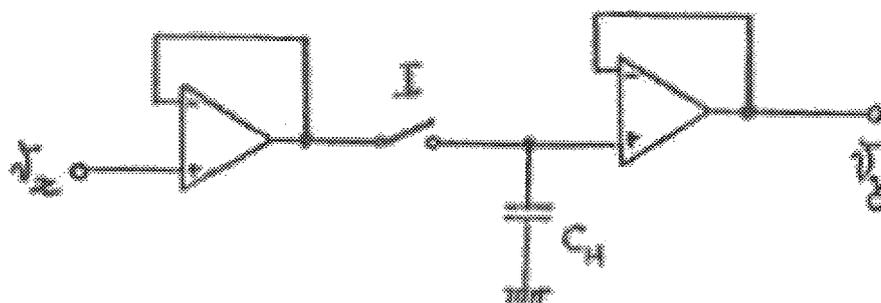


Figura 9.4: Configurazione in cascata.

scostamento sull'uscita, la cui entità non è nota, che può essere significativo e non è possibile compensare.

9.3.2 Configurazione in retroazione

In linea di principio, quando interessa una maggiore precisione conviene adottare uno schema a retroazione del tipo rappresentato in Fig.9.5. In questo tipo di realizzazione, infatti, l'effetto delle tensioni di offset degli amplificatori e del rumore di modo comune sulla tensione di uscita v_y viene notevolmente ridotto dalla retroazione che fa sì che, quando l'interruttore è chiuso (fase di *sample*) le tensioni v_x e v_y siano pressoché uguali. Il miglioramento dell'accuratezza del dispositivo avviene però a scapito di un aumento del tempo richiesto per la carica della capacità.

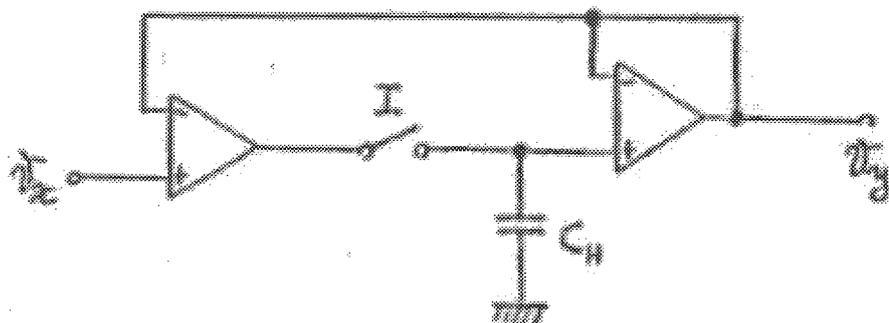


Figura 9.5: Configurazione in retroazione.

Durante la fase di *hold*, infatti, l'anello di retroazione che interessa l'amplificatore d'ingresso è interrotto dall'apertura dell'interruttore. Di conseguenza, tale amplificatore si trova in saturazione: infatti, mentre all'ingresso invertente è ancora applicata la tensione v_y presente all'uscita, che si mantiene costante, all'ingresso non invertente è applicato il segnale variabile v_x da campionare. È sufficiente una minima variazione di v_x per portare l'uscita di questo amplificatore alla massima tensione positiva o negativa.

Durante la successiva fase di *sample*, l'amplificatore d'ingresso richiede un tempo non trascurabile per uscire dalla saturazione, durante il quale la capacità C_H tende a caricarsi alla tensione di saturazione, anziché ad una tensione proporzionale al nuovo valore di v_x . Tale proporzionalità è raggiunta solo dopo che l'amplificatore di ingresso sia tornato in regime di funzionamento lineare. È quindi necessario prevedere una fase di *sample* più lunga, con una conseguente riduzione della velocità del componente rispetto alla realizzazione a catena aperta.

9.4 Schema reale semplificato

Il circuito mostrato in Fig.9.6 mostra, in forma semplificata, l'effettiva configurazione circuitale di un *sample and hold*. La saturazione dell'amplificatore di ingresso viene evitata impiegando due diodi. Durante la fase di *sample* l'intero circuito si comporta come un inseguitore, pertanto i due diodi non conducono in quanto la tensione ai loro capi è inferiore alla tensione di soglia. La capacità si carica alla tensione v_x , che è quella assunta anche dall'uscita del circuito.

Quando l'interruttore si apre, si ripresenta inizialmente la stessa situazione vista nel circuito precedente; tuttavia, non appena l'amplificatore di ingresso tende a muovere verso la saturazione, uno dei due diodi entra senz'altro in conduzione, per cui la maglia di retroazione dell'amplificatore di ingresso viene nuovamente chiusa. La tensione di uscita del primo amplificatore è $v_x \pm V_D$, dove V_D è la caduta di tensione del diodo in conduzione, di poco superiore alla sua tensione di soglia V_γ . L'amplificatore, di conseguenza, non è mai in saturazione.

La tensione v_y rimane invece uguale alla tensione memorizzata sulla capacità C_H , mentre la resistenza R , la quale viene vista come un carico dall'amplificatore di uscita, serve a "disaccoppiare" gli ingressi invertenti dei due operazionali, tra i quali in fase di *hold* la d.d.p. $v_y - v_x$ può essere significativa. Il valore della resistenza viene scelto in modo da limitare la corrente sulla maglia di retroazione dovuta a tale d.d.p..

Si osservi che, alla successiva chiusura dell'interruttore, C_H inizialmente tende a caricarsi verso $v_x \pm V_D$; tuttavia la caduta di tensione su R si riduce progressivamente, fino a che i diodi si interdicano ed il circuito viene di fatto a coincidere con quello di Fig. 9.5.

9.5 Prestazioni di un *sample-and-hold amplifier* reale

Per descrivere metrologicamente il comportamento di un SHA reale è necessario fornire le caratteristiche statiche e dinamiche per ciascuno dei due modi di funzionamento e per le transizioni da un modo all'altro. Saranno ora presi in esame i principali parametri che consentono tale descrizione.

9.5.1 Transizione *Hold* \rightarrow *Sample* (H \rightarrow S)

Con questa transizione ha inizio una nuova operazione di campionamento. All'istante iniziale la tensione memorizzata sulla capacità di *hold* è quella relativa

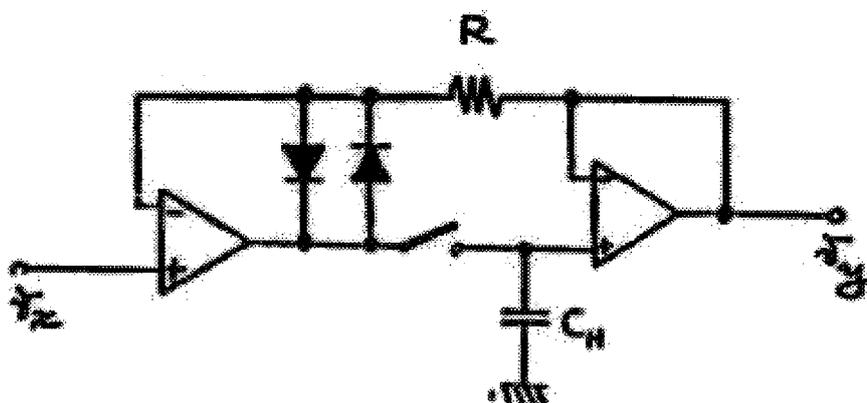


Figura 9.6: Prevenzione della saturazione nell'amplificatore di ingresso: impiego di due diodi.

al campionamento precedente. Ora il SHA deve portarla il più rapidamente possibile ad assumere lo stesso valore v_x presente in questo momento all'ingresso.

Per descrivere le prestazioni del SHA durante questa fase di transizione viene utilizzato un unico parametro:

- il tempo di acquisizione (*acquisition time* T_{ACQ}) è definito come l'intervallo di tempo tra l'istante in cui l'ingresso di controllo passa da H a S e l'istante in cui l'uscita raggiunge una frazione specificata del segnale di ingresso (fig.9.7); il caso peggiore si manifesta quando il segnale di ingresso consiste in un gradino di ampiezza pari al fondo scala.

Il tempo di acquisizione rappresenta pertanto un limite inferiore al tempo per cui il segnale di ingresso deve essere applicato al SHA affinché il valore ottenuto in uscita abbia una prefissata accuratezza. Esso è dovuto essenzialmente a tre cause

- il ritardo nella chiusura dell'interruttore (T_I);
- il tempo necessario per la carica della capacità di *hold*, che dipende dalla differenza tra la tensione di ingresso v_x e la tensione iniziale a cui è caricata C_H . Esso in generale si può suddividere in due fasi:
 - il ritardo legato allo *slew-rate* degli amplificatori ed alla velocità di carica del condensatore (T_Q) di *hold*, la quale dipende dalla variazione della tensione di uscita;
 - il tempo di assestamento (T_S) che dipende anch'esso dalla variazione della tensione d'uscita.

Per poter apprezzare i fattori che determinano le prestazioni del *sample and hold* in questa fase, si può considerare una ipotesi semplificata, in base alla quale si assume un comportamento lineare descrivibile come quello di un sistema del primo ordine. Se R_S rappresenta la resistenza vista dal condensatore di *hold*

9.5. PRESTAZIONI DI UN SAMPLE-AND-HOLD AMPLIFIER REALE 167

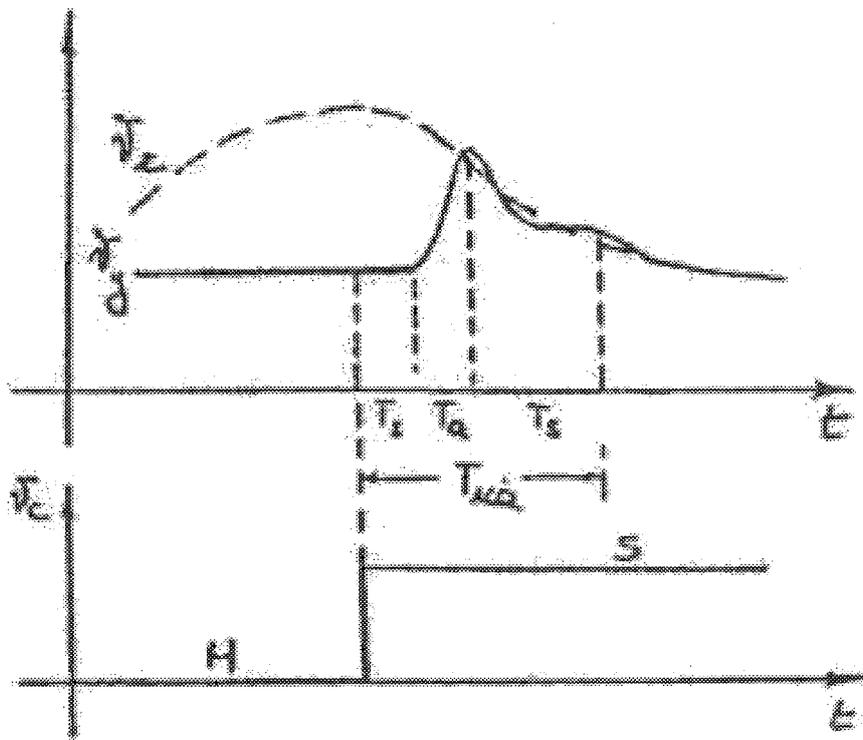


Figura 9.7: Tempo di acquisizione.

quando l'interruttore è chiuso, la tensione $v_y(t)$ ai capi di tale condensatore quando la tensione d'ingresso varia a gradino è data da:

$$v_y(t) = V_\infty - \Delta V \exp\left(-\frac{t}{R_S C_H}\right) \quad (9.16)$$

dove V_∞ rappresenta il valore finale a regime e ΔV è l'ampiezza del gradino. Il tempo richiesto per caricare il condensatore alla frazione $(1-p)V_\infty$ della tensione finale è pertanto pari a:

$$T_Q = -R_S C_H \ln\left(p \cdot \left|\frac{V_\infty}{\Delta V}\right|\right). \quad (9.17)$$

In particolare, se si suppone che il condensatore sia inizialmente scarico si ha $\Delta V = -V_\infty$, per cui si ottiene:

$$T_Q = -R_S C_H \ln p \quad (9.18)$$

che fornisce:

$$T_Q = \begin{cases} 4.6 \cdot R_S C_H & \text{per } p = 1\% \\ 6.9 \cdot R_S C_H & \text{per } p = 0.1\% \end{cases} \quad (9.19)$$

Si definisce efficienza η di un SHA il rapporto fra la tensione ai capi di C_H all'istante di apertura dell'interruttore I e la tensione di ingresso, ossia:

$$\eta = 1 - p = 1 - \exp\left(-\frac{T_Q}{R_S C_H}\right) \quad (9.20)$$

Esempio

Se si ha $R_S = 25 \Omega$, $C_H = 29 \text{ pf}$ e $T_{ACQ} - T_I = 1 \mu\text{s}$, l'efficienza η risulta pari a circa 0.86; ciò significa che se l'interruttore rimane chiuso per questo tempo la tensione di uscita presenta uno scostamento rispetto alla tensione di ingresso pari al 14%.

Per aumentare η si deve ridurre la costante di tempo di carica $R_S C_H$ o aumentare il tempo T_Q di chiusura dell'interruttore. Si noti però che, una volta minimizzato il valore di R_S la prima soluzione richiede una riduzione di C_H la quale comporta un aumento del droop rate durante la fase di hold; la seconda soluzione, invece, richiedendo un aumento della durata della fase di sample, comporta una riduzione della massima frequenza di campionamento ottenibile.

In prima approssimazione si può supporre che, fissata l'accuratezza p con cui il valore finale deve essere acquisito, anche il tempo di acquisizione T_{ACQ} sia proporzionale a $R_S C_H$:

$$T_{ACQ} \simeq k_{ACQ} R_S C_H \quad (9.21)$$

Una rozza cifra di merito per un SHA è pertanto data dal prodotto:

$$\beta = \text{droop} \cdot T_{ACQ} = \frac{dv_y}{dt}\Big|_H \simeq \frac{I_D}{C_H} k_{ACQ} R_S C_H = k_{ACQ} R_S I_D \quad (9.22)$$

Si ricorda infine che durante le transizioni possono apparire degli *spike* (H \rightarrow S transients) causati da squilibri dinamici all'interno del SHA o da accoppiamenti capacitivi con il segnale di controllo. Questi fenomeni transitori hanno in

genere poca importanza quando il segnale di ingresso presenta variazioni rilevanti, ma possono diventare cruciali quando le variazioni del segnale d'ingresso sono ridotte, come accade ad esempio nel caso di segnali lentamente variabili.

In fig.9.8 sono riportate le principali caratteristiche dinamiche di un SHA.

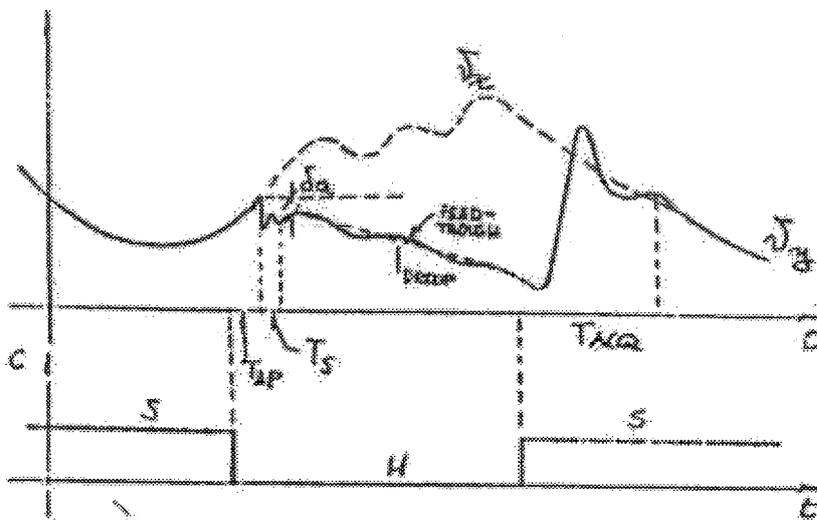


Figura 9.8: Caratteristiche dinamiche di un SHA.

Nei casi in cui siano richieste contemporaneamente lunghe durate di *hold* ed acquisizioni veloci, è possibile connettere in cascata un SHA veloce ed un SHA avente basso valore di *droop*, anche se questo presenta un tempo di acquisizione più lungo. Tale cascata è infatti equivalente ad un unico SHA avente una cifra di merito:

$$\beta = T_{ACQ1} droop_2 \quad (9.23)$$

9.5.2 Modo *sample*

Durante la fase di campionamento, una volta terminato il transitorio, il SHA è semplicemente un amplificatore inseguitore, la cui caratteristica di trasferimento dovrebbe essere una retta passante per l'origine e pendenza unitaria. Per indicare gli scostamenti dalla idealità vengono fornite le seguenti specifiche di tipo statico, che sono riportate in fig.9.9(a):

- la tensione di offset in uscita, ossia la tensione con ingresso nullo e la sua dipendenza dal tempo e dalla temperatura;
- la non linearità della caratteristica di trasferimento statica, di solito fornita mediante il massimo scostamento tra la retta che meglio approssima tale caratteristica e la caratteristica stessa;
- lo scostamento di guadagno, ossia il valore del coefficiente angolare della retta approssimante la caratteristica di trasferimento.

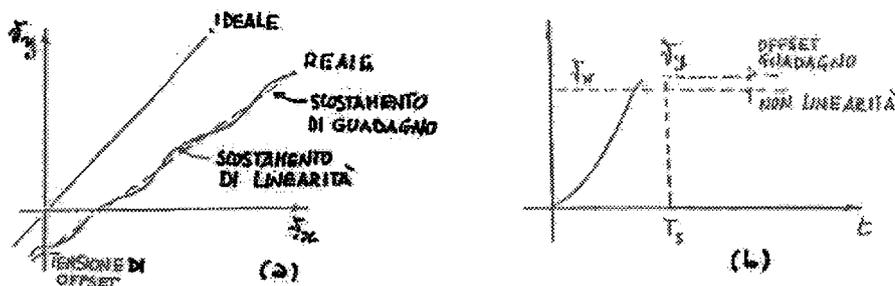


Figura 9.9: Specifiche statiche di un SHA durante la fase sample.

Tali caratteristiche sono dovute ad imperfezioni dell'interruttore e degli amplificatori di ingresso e di uscita; per la loro compensazione sono talvolta previsti adeguati circuiti.

Vengono inoltre fornite le caratteristiche di tipo dinamico tipiche degli amplificatori inseguitori, come ad esempio:

- la banda passante sia per piccoli segnali, sia per grandi segnali. Infatti, se R_s rappresenta la resistenza vista dal condensatore di hold quando l'interruttore I è chiuso, nella fase di sample la cella $R_s C_H$ funziona da filtro passa basso, limitando in tal modo la frequenza massima della tensione di ingresso. D'altra parte, poiché per garantire la costanza della tensione di uscita durante la fase di hold non è possibile ridurre a valori troppo bassi la capacità C_H , per aumentare la frequenza di taglio di tale filtro è necessario che R_s assuma valori ridotti.
- il ritardo di fase (*phase shift*), ossia lo sfasamento tra la tensione di uscita e quella di ingresso;
- lo *slew-rate* (SR), ossia la massima rapidità di variazione dell'uscita;
- il tempo di assestamento (*settling time* T_S), ossia il tempo richiesto affinché l'uscita raggiunga una frazione specificata del valore di regime quando all'ingresso è applicato un gradino di tensione di ampiezza specificata, come mostrato in fig.9.9(b),

9.5.3 Modo *hold*

Durante il modo *hold*, la tensione di uscita dovrebbe essere costante; lo scostamento da tale situazione ideale è dovuto essenzialmente a due fenomeni: il *feedthrough* e il *droop*, entrambi evidenziati in fig.9.10.

Il *feedthrough* (FT) è la frazione del segnale di ingresso che appare in uscita quando l'interruttore è aperto. Esso è dovuto essenzialmente alla capacità parassita che esiste tra i due terminali dell'interruttore aperto, di solito realizzato con transistor a effetto di campo (FET) aventi il gate collegato all'ingresso di controllo. Vengono spesso forniti valori di reiezione di *feedthrough* a varie frequenze; questi valori sono ottenuti applicando all'ingresso un'onda sinusoidale a una data frequenza e di ampiezza pari al fondo scala. Si possono ad esempio

9.5. PRESTAZIONI DI UN SAMPLE-AND-HOLD AMPLIFIER REALE 171

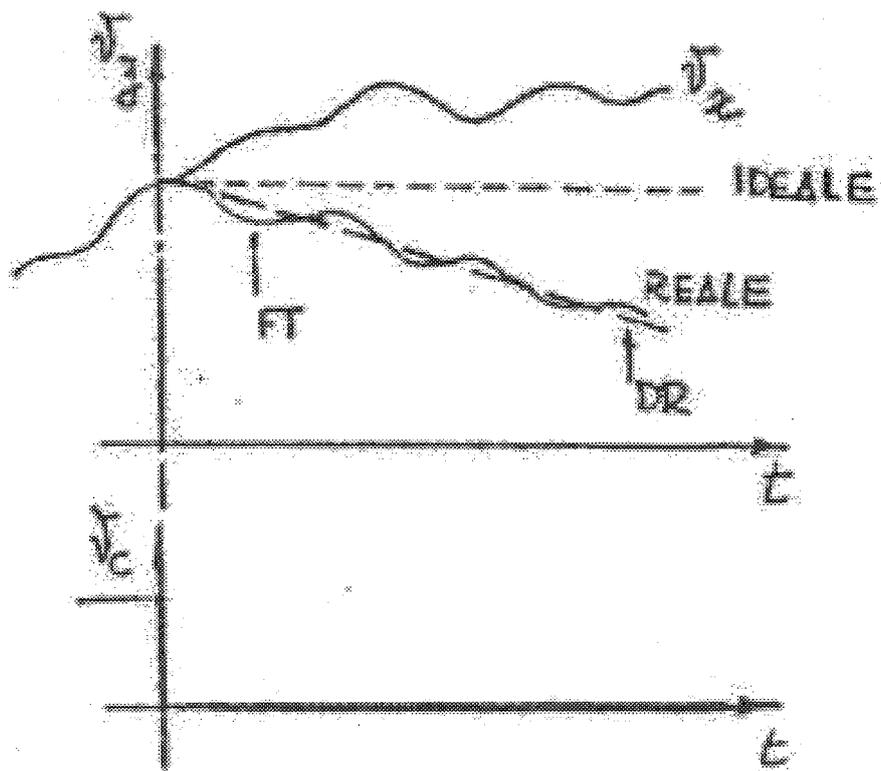


Figura 9.10: Feedthrough e droop durante il modo hold.

avere reiezioni pari a -90 dB a basse frequenze (Hz) e a -60 dB ad alte frequenze (MHz).

La rapidità di variazione (*droop rate*, DR) della tensione di uscita è legata al fatto che il condensatore di hold non è chiuso su una resistenza infinita e, quindi, si scarica, sia pure lentamente. Tale resistenza è dovuta alle correnti di dispersione attraverso l'interruttore a FET e alla corrente di bias dell'amplificatore di uscita. La polarità del *droop* dipende dal verso delle correnti di dispersione; comunque, se il SHA è ben progettato, ha influenza rilevante solamente la corrente attraverso l'interruttore.

Poiché per una data corrente di dispersione I_D attraverso il condensatore si ha un *droop rate* pari a:

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{I_D}{C_H} \quad (9.24)$$

ne consegue che la variazione della tensione in uscita dal SHA può essere ridotta adottando elevati valori di capacità; un elevato valore di C_H limita però la velocità di carica del condensatore durante il modo sample. In pratica pertanto, il valore di C_H è fissato dal costruttore in modo da ottimizzare le prestazioni del SHA in date condizioni di funzionamento. In alcuni SHA, comunque, il costruttore lascia all'utilizzatore la libertà di scegliere il valore più opportuno della capacità; in questi casi, nelle specifiche il *droop rate* è definito mediante la corrente di dispersione I_D anziché mediante il valore di dv_y/dt .

Esempio

Si supponga che il SHA in esame abbia una corrente di dispersione pari a 10 pA a 20 °C; se si desidera ottenere un *droop rate* massimo di 5 mV/s, si deve scegliere $C_H = I_D / (dv_y/dt) \geq 2$ nF.

9.5.4 Transazione *Sample* \rightarrow *Hold* (S \rightarrow H)

L'istante corrispondente a questa transizione è quello che idealmente si può ritenere l'istante di campionamento. I principali parametri forniti per descrivere le prestazioni del SHA durante questa fase di transizione sono:

- il tempo di apertura (*aperture time* T_{AP}), rappresenta l'intervallo di tempo tra l'istante in cui viene fornito all'ingresso di controllo il comando di *hold* e l'istante in cui avviene l'effettiva apertura dell'interruttore, come illustrato in fig.9.11.

Il fatto che il segnale venga campionato in un istante diverso da quello nominale comporta incertezza sull'ampiezza del campione. Per circuiti aventi la stessa sigla commerciale, il tempo di apertura varia al variare dello specifico dispositivo considerato; inoltre, per un dato dispositivo esso varia da un'operazione di campionamento all'altra. Quest'ultima fluttuazione aleatoria dell'istante di campionamento prende il nome di *jitter* di apertura T_J (*aperture jitter*).

L'effettivo tempo di apertura T_{AP} è dato pertanto dalla somma del ritardo nominale di apertura T_{AP} e dell'incertezza ΔT_{AP} sull'effettivo istante di apertura dell'interruttore, dovuta sia allo specifica componente, sia al *jitter* temporale. Si ha cioè

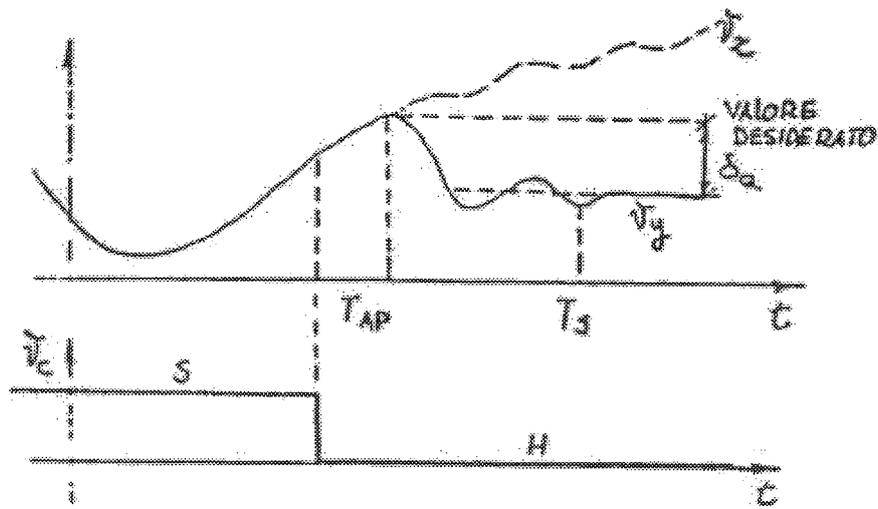


Figura 9.11: Feedthrough e droop durante il modo hold.

$$T_{AP} = T_{AP} + \Delta T_{AP} \quad (9.25)$$

- il ritardo T_{AP} tra l'effettivo istante di campionamento e l'istante di comando può quindi essere in parte compensato anticipando il segnale di comando del valore nominale T_{AP} rispetto all'istante in cui si desidera campionare il segnale. Nelle applicazioni in cui non interessa la relazione temporale tra il segnale di ingresso e gli istanti di campionamento, ma solamente la costanza dell'intervallo di tempo tra questi ultimi, il ritardo nominale T_{AP} e la componente dell'incertezza di apertura dovuta allo specifico componente, essendo costanti, perdono di interesse. Rimane, cioè, solo l'effetto del *jitter*. Ciò accade ad esempio quando si desidera stimare l'autocorrelazione o lo spettro (di ampiezza) di un segnale.

Esempio

Supposto che il segnale da campionare presenti una variazione massima pari a $1 \text{ V}/\mu\text{s}$, e che il SHA utilizzato abbia una incertezza di apertura inferiore a $\pm 10 \text{ ns}$, l'incertezza sul valore campionato è inferiore a $\pm 1 \text{ V}\mu\text{s} \cdot 10 \text{ ns} = 10 \text{ mV}$. Se il valore della tensione di fondo scala è pari a 5 V , l'accuratezza del SHA è pertanto superiore allo 0.2% .

- il tempo di assestamento (*settling time* T_S), ossia il tempo richiesto, dall'istante di apertura dell'interruttore, affinché l'uscita raggiunga il valore finale entro una frazione specificata del fondo scala.
- l'offset di carica lo ($S \rightarrow H$ offset δ_Q) è dovuto alla frazione di carica del condensatore di memoria C_H che viene immagazzinata nelle capacità

parassite C_I dell'interruttore a causa dell'apertura di quest'ultimo. In prima approssimazione si può porre:

$$\delta_Q = \frac{C_I}{C_H} v_y \quad (9.26)$$

Nel caso di interruttori a FET, poiché la capacità equivalente con il transistor interdetto è dell'ordine di parecchi pF, per avere un'accuratezza dello 0.1% è necessario scegliere $C_H > 1\text{nF}$.

Capitolo 10

Convertitori digitali-analogici

10.1 Introduzione

Un convertitore digitale-analogico (DAC, *digital-to-analogue converter*) converte una successione numerica $x_c[.]$ in un segnale continuo nel tempo e discreto nelle ampiezze $x_r(.)$ (segnale ricostruito); ciò è descritto formalmente mediante le due seguenti operazioni:

- la conversione da valori numerici a campioni di ampiezza discreta (decodifica). Tale operazione, a partire dalla successione di numeri $x_c[.]$, fornisce il segnale quantizzato $x_q[.]$.
- il passaggio da un dominio temporale discreto al dominio temporale continuo (interpolazione temporale a tenuta); partendo dal segnale numerico $x_q[.]$, si ottiene in tal modo il segnale a tempo continuo e ampiezze discrete $x_r(.)$.

In fig. 10.1 è riportato lo schema a blocchi funzionale di un DAC ideale. In fig.10.2 è invece riportato un esempio di conversione D/A (decodifica e interpolazione) di un segnale generico.

In un sistema di acquisizione ed elaborazione dati, un DAC può essere utilizzato come interfaccia di uscita del sistema stesso; esso consente infatti di generare il segnale a tempo continuo che contiene l'informazione ottenuta dal segnale di ingresso mediante elaborazione numerica.

Si noti comunque che un DAC non realizza l'operazione inversa della conversione A/D, nel senso che, anche in ipotesi di idealità dei componenti usati, la catena formata da un ADC e seguita da un DAC riproduce in uscita il segnale di ingresso a meno dell'errore di quantizzazione.

10.2 L'operazione di decodifica

Con questa operazione, a ogni parola binaria di ingresso x_c viene fatto corrispondere un livello di quantizzazione Q_n . Se b rappresenta il numero di cifre

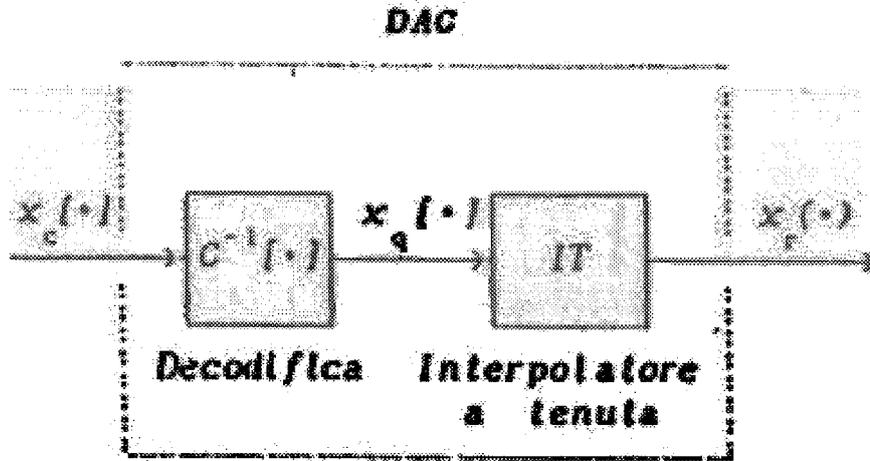


Figura 10.1: Schema funzionale a blocchi di un DAC ideale.

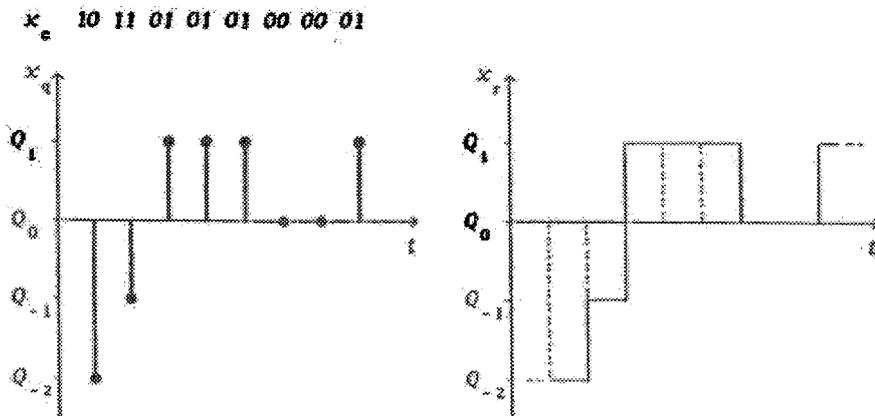


Figura 10.2: Decodifica e interpolazione di un segnale numerico.

binarie con cui è espresso l'ingresso, è possibile decodificare fino a $B = 2^b$ diversi livelli di quantizzazione. La struttura che realizza la mappa:

$$C^{-1} : \mathcal{B}^b \rightarrow Q \quad \mathcal{B} = (0, 1) \quad Q = (Q_n, n = 0, \dots, B - 1) \quad (10.1)$$

viene detta decodificatore.

Naturalmente, per esprimere le parole di ingresso possono essere utilizzati diversi tipi di notazione. Se il DAC è bipolare, si può ad esempio impiegare la notazione in complemento a due (C2), oppure la notazione in modulo e segno (MS). In generale, se $x_c = (b_1 b_2 \dots b_b)$ è la rappresentazione binaria del valore n di ingresso, l'uscita del decodificatore coincide con il livello Q_n , cioè:

$$x_c = (b_1 b_2 \dots b_b) =_2 n \xrightarrow{C^{-1}} x_q = Q_n \quad b_k \in (0, 1) \quad (10.2)$$

Si noti che, come nel caso dei quantizzatori, anche per i decodificatori è molto diffusa una legge di tipo uniforme nella quale i livelli di quantizzazione Q_n distano tra loro di una quantità costante Δ .

10.3 Interpolazione temporale a tenuta

In generale l'operazione di interpolazione temporale consente di passare da un segnale a tempo discreto ad un segnale a tempo continuo. Per ottenere questo risultato, in un DAC l'uscita viene generalmente mantenuta costante per l'intero periodo di clock; viene cioè eseguita una semplice interpolazione a tenuta. In questo caso, il segnale risultante $x_r(\cdot)$ sarà a tempo continuo e ad ampiezze discrete.

Come si vedrà successivamente analizzando alcune architetture di DAC in commercio, le operazioni di codifica e interpolazione sono spesso eseguite contemporaneamente. Ciò significa che il segnale analogico di uscita viene ottenuto direttamente dai valori della successione numerica, anziché dai valori quantizzati.

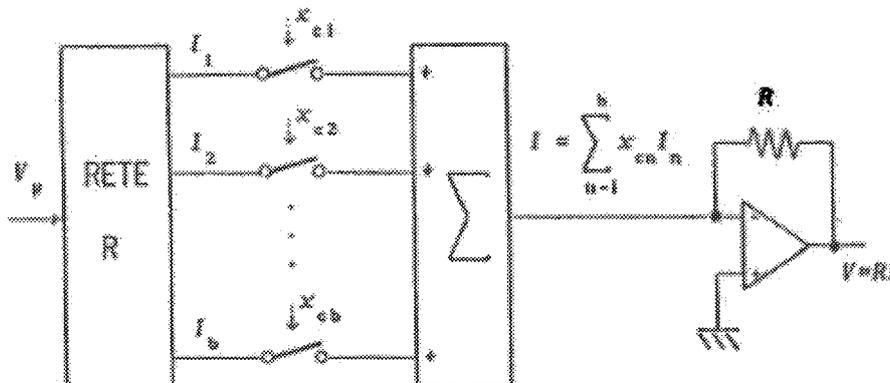


Figura 10.3: Schema funzionale di un DAC.

Lo schema a blocchi funzionale di un DAC ideale è spesso del tipo di quello riportato in fig.10.3, anche se esistono DAC realizzati a partire da schemi diversi. Partendo da una tensione di riferimento V_R , una rete di resistori consente di generare b correnti I_n proporzionali ai livelli di quantizzazione Q_n ; comandando quindi b interruttori in base alle cifre del codice numerico x_c di ingresso, in uscita dal blocco sommatore si ottiene la corrente:

$$I = \sum_{n=1}^b x_{cn} I_n \quad (10.3)$$

che è strettamente legata al valore del codice numerico da convertire. Se, come spesso succede in pratica, all'uscita del convertitore viene richiesto un valore di tensione, deve poi essere eseguita anche una trasformazione corrente-tensione. A tale scopo viene utilizzato un amplificatore operazionale retroazionato come mostrato in fig.10.3; è così possibile ottenere un generatore equivalente di uscita con bassa impedenza.

10.4 Principali strutture circuitali

Per passare da una rappresentazione numerica codificata ad un valore analogico possono essere adottati diversi approcci. Nel seguito vengono presentate alcune tra le più diffuse strutture elettroniche che consentono la realizzazione di un DAC quando la grandezza di uscita è, come accade in pratica, una tensione e la decodifica è uniforme. In tal caso, il DAC conterrà generalmente i seguenti elementi fondamentali:

- un riferimento interno di tensione V_R (si trovano comunque, anche se raramente, schemi in cui il riferimento interno può essere una corrente);
- un amplificatore operazionale retroazionato impiegato per realizzare la conversione corrente-tensione e/o come buffer di uscita;
- un insieme di interruttori (di tipo elettronico) comandati a partire dal codice digitale di ingresso memorizzato in un registro binario;
- una rete di resistori di precisione che presenta una struttura diversa a seconda del tipo di DAC.

Si noti che sia la tensione di riferimento, sia l'amplificatore operazionale possono non essere contenuti all'interno del DAC; essi possono infatti essere aggiunti dall'utilizzatore. La rete di resistenze e tutta la struttura per la gestione degli interruttori è sempre invece contenuta all'interno del convertitore.

Per semplicità, gli schemi circuitali che seguono fanno riferimento solamente a DAC unipolari; con strutture del tutto simili è comunque possibile realizzare anche DAC bipolari.

10.4.1 DAC a Resistenze Pesate (*weighted resistors*)

La più semplice struttura impiegata per realizzare un DAC è riportata nello schema di principio di fig.10.4.

Una logica di controllo, non rappresentata in fig.10.4, gestisce gli interruttori in funzione del valore di ogni bit del codice numerico di ingresso; precisamente, il

generico interruttore viene aperto se corrispondente vale 0, mentre viene chiuso se tale bit vale 1.

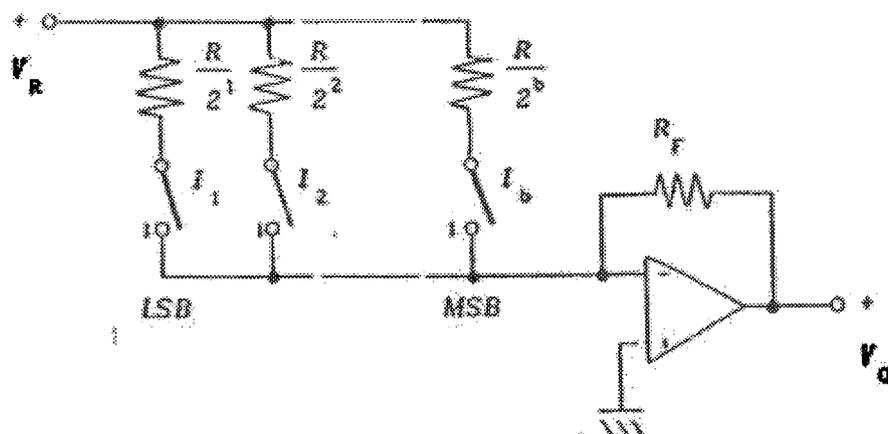


Figura 10.4: DAC con rete di resistenze pesate.

Le resistenze della rete di fig.10.4 hanno valori in rapporto 1:2 andando dal bit meno significativo (LSB) verso quello più significativo (MSB). Poiché l'operazionale vincola un terminale degli interruttori a massa, la corrente che circola quando viene chiuso l'interruttore nel ramo n vale:

$$I_n = \frac{V_R}{R/2^n} \quad n = 1, 2, \dots, b \quad (10.4)$$

La tensione di uscita risulta quindi:

$$\begin{aligned} V_O &= -R_F \sum_{n=1}^b x_{cn} I_n = -R_F \sum_{n=1}^b x_{cn} \frac{V_R}{R/2^n} \\ &= -V_R \frac{R_F}{R} \sum_{n=1}^b x_{cn} 2^n \end{aligned} \quad (10.5)$$

ed è pertanto proporzionale al valore numerico di ingresso.

Nelle pratiche applicazioni vengono spesso utilizzati DAC con risoluzione elevata, ad esempio, a 12 bit; in quest'ultimo caso lo schema di fig.10.4 richiederebbe la realizzazione di un campo di valori per le resistenze da $R/2$ a $R/4096$. Poiché per ottenere una conversione accurata tutti i resistori devono essere molto precisi, la struttura di Fig.10.4 è difficilmente realizzabile mediante circuiti integrati non appena il numero di bit sia sufficientemente elevato. Di conseguenza, la struttura a resistenze pesate è di solito limitata a DAC aventi pochi bit.

Devono poi essere considerati altri inconvenienti dello schema di Fig.10.4. Ad esempio, la resistenza equivalente della rete di resistori vista dal morsetto invertente dell'operazionale varia al variare delle configurazioni assunte dagli switch; ciò comporta una variazione della tensione di uscita a causa delle inevitabili tensioni di offset. Utilizzando degli switch deviatori con uno dei due

poli collegato a massa è comunque possibile fare in modo che la resistenza della rete vista dall'operazionale non venga influenzata dalla posizione degli switch.

10.4.2 DAC con rete di resistenze a scala (*ladder network*)

Lo schema di principio di uno dei tipi di convertitore D/A maggiormente utilizzati è riportato in Fig.10.5

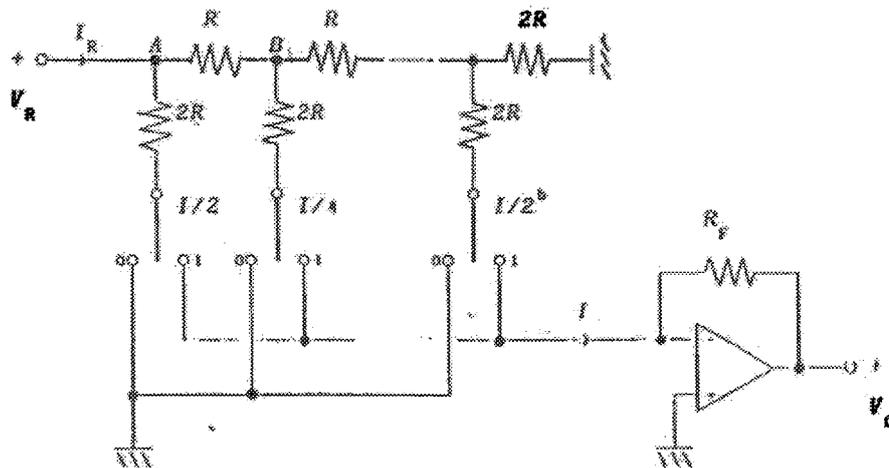


Figura 10.5: Schema di principio di un DAC con rete a scala R-2R.

La rete resistiva è formata da una struttura a scala in cui le resistenze assumono solamente i valori R e $2R$. In questo tipo di rete, la resistenza equivalente vista da ogni nodo è sempre costante e risulta pari ad R . La corrente fornita dal riferimento di tensione vale quindi:

$$I_R = \frac{V_R}{R} \quad (10.6)$$

Come si può osservare, il circuito realizza un partitore di corrente. Nel nodo A, metà della corrente I_R scende verso il ramo contenente la resistenza di valore $2R$ e l'interruttore, mentre l'altra metà prosegue nella rete percorrendo il lato con resistenza R . Al successivo nodo B la corrente si divide ulteriormente in due parti uguali; pertanto, una corrente $I_R/4$ fluisce nel ramo di resistenza $2R$ ed una corrente $I_R/4$ prosegue nella rete. Ad ogni nodo si ha perciò un dimezzamento della corrente che prosegue nella rete. A seconda della posizione dei vari interruttori, inoltre, le correnti che percorrono i lati verticali della rete in Fig.10.5 vanno direttamente a massa, oppure sono inviate all'ingresso invertente dell'operazionale. Si ottiene così la corrente:

$$I = I_R \sum_{n=1}^b x_{cn} 2^{-n} \quad (10.7)$$

dove le quantità x_{cn} rappresentano al solito i valori del bit del dato numerico da convertire. La tensione di uscita risulta quindi:

$$V_o = -IR_F = -\frac{V_R}{R} R_F \sum_{n=1}^b x_{cn} 2^{-n} \quad (10.8)$$

Il principale vantaggio della rete di Fig.10.5 rispetto a quella di Fig.10.4 consiste nell'uso di due soli valori di resistenza.

È interessante notare che la rete R - $2R$ può essere utilizzata anche in altre configurazioni. In particolare, aggiungendo eventualmente qualche ulteriore elemento, possono essere scambiati tra loro l'ingresso e l'uscita della rete; l'operazionale, inoltre, può essere utilizzato sia in connessione invertente, sia in connessione non invertente.

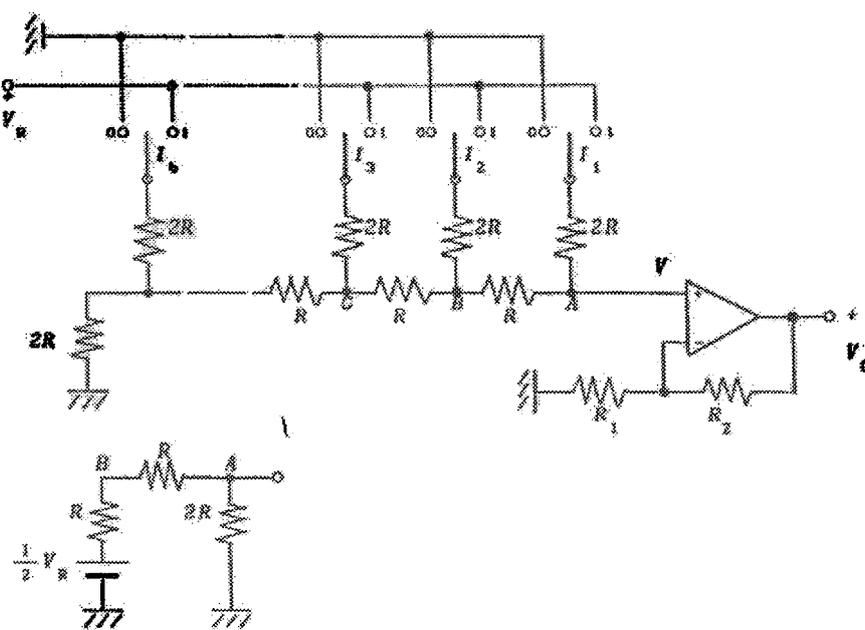


Figura 10.6: Una ulteriore configurazione della rete R - $2R$ in un DAC.

Nello schema di Fig.10.6 è riportata un'altra possibile configurazione della rete di resistenze R - $2R$, che risulta trasposta rispetto alla precedente. Di conseguenza, come è noto dalla teoria delle reti elettriche lineari, anche la funzione svolta dal circuito è quella duale, ossia il partitore di tensione.

Si supponga che la tensione di riferimento V_R sia fornita tramite un generatore ideale con resistenza interna nulla. In tale ipotesi, la resistenza equivalente vista alla sinistra di ogni nodo della rete è allora pari a $2R$ indipendentemente dalla posizione dei vari interruttori.

Si supponga inizialmente che solamente l'interruttore I_1 sia in posizione 1, mentre tutti gli altri interruttori siano collegati a massa; la porzione di rete tra il nodo A e massa presenta allora una resistenza equivalente pari a $2R$, per cui si ottiene $V = V_R/2$.

Viceversa, si ponga ora l'interruttore I_2 in posizione 1 e l'interruttore I_1 a massa, fermo restando il collegamento a massa di tutti gli altri interruttori. In

tal caso, il generatore equivalente della rete alla sinistra del nodo B presenta una f.e.m. di valore $V_R/2$ e una resistenza interna R . Il circuito equivalente visto dal nodo A è riportato in fig.10.6(b); si ottiene quindi:

$$V = \frac{V_R}{2} \frac{2R}{2R + 2R} = \frac{V_r}{4} \quad (10.9)$$

Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, si ricava perciò che la chiusura contemporanea degli interruttori I_1 e I_2 porta il nodo A al potenziale

$$V = \frac{V_R}{2} + \frac{V_R}{4} \quad (10.10)$$

In modo analogo, si ricava che la chiusura dell'interruttore I_n aumenta il potenziale di A della quantità $V_R/2^n$. Se la parola digitale da convertire è $x_c = (x_{cb} \dots x_{c1})$, si ottiene allora:

$$V = \frac{V_R}{2} \sum_{n=0}^{b-1} x_{c(b-n)} 2^{-n} \quad (10.11)$$

mentre la tensione in uscita dall'operazionale risulta:

$$V_o = V \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{V_R}{2} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \sum_{n=0}^{b-1} x_{c(b-n)} 2^{-n} \quad (10.12)$$

Si osservi che la rete R-2R di Fig.10.6 fornisce in uscita una tensione V invece di una corrente come nel caso di Fig.10.5; questo tipo di DAC non può quindi essere direttamente ricondotto allo schema generale di Fig.10.3. Esso non richiede pertanto la conversione corrente-tensione di uscita; l'operazionale è infatti utilizzato solamente con la funzione di stadio separatore ed, eventualmente, amplificatore.

10.4.3 DAC a partitore di tensione

Un'altra rete di resistori che richiede un ridotto campo di valori per le resistenze impiegate è rappresentata in Fig.10.7; si noti però che questo tipo di DAC non può essere ricondotto allo schema generale di Fig.10.3. Si ha infatti un partitore di tensione formato da 2^b resistenze uguali; con un'adeguata gestione dei vari interruttori è poi possibile collegare uno qualsiasi dei nodi del partitore all'uscita. Come nel caso di Fig.10.6, anche in questo caso non è pertanto necessario eseguire la conversione corrente-tensione; in uscita viene comunque sempre utilizzato uno stadio separatore ed, eventualmente, amplificatore.

Poiché il numero di resistenze del partitore aumenta esponenzialmente all'aumentare del numero di bit stesso, questo tipo di DAC viene comunque utilizzato solo con un ridotto numero di bit.

Si deve infine ricordare che si incontrano in pratica numerosi problemi quando i vari elementi fondamentali di un DAC vengono integrati in un unico componente; ognuna delle diverse tecnologie adottate (TTL, CMOS, ...) offre pertanto prestazioni diverse. In ogni caso, perciò, per non degradare le prestazioni del convertitore, le strutture realizzate devono essere poco sensibili allo scostamento dalla idealità dei componenti impiegati.

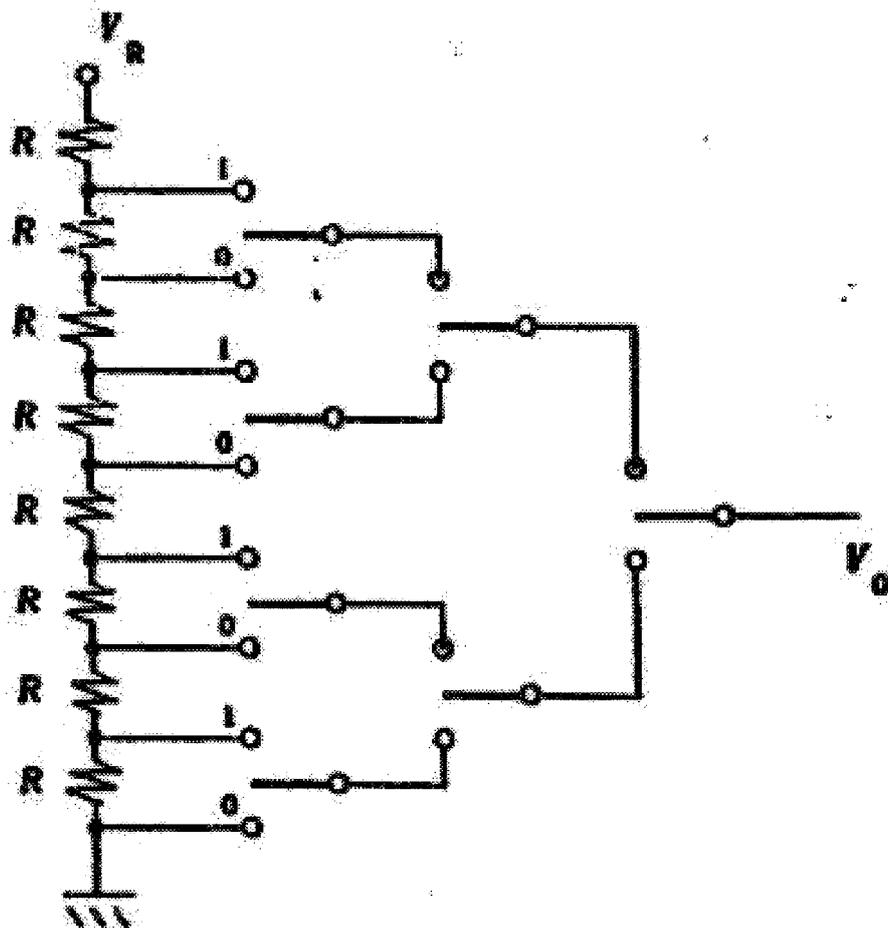


Figura 10.7: Schema di principio di DAC a 3 bit realizzato con un partitore di tensione.

Capitolo 11

Convertitori analogico-digitali

11.1 Generalità

Esistono in commercio vari tipi di circuiti che eseguono la conversione analogico-digitale di un segnale di tensione. Ovviamente, poiché un convertitore analogico-digitale (ADC, *analogue-to-digital converter*) deve eseguire sempre il confronto tra la grandezza di ingresso ed una grandezza di riferimento della stessa natura, ogni circuito che realizza la conversione di una tensione dovrà utilizzare almeno un riferimento di tensione ed uno o più circuiti con funzione di comparatori.

Per la gestione dell'intero convertitore sarà inoltre necessario un blocco di controllo; in particolare, tale blocco riceve da opportuni circuiti esterni il comando che stabilisce l'istante di inizio della conversione (*Start Of Conversion*, SOC) ed invia all'esterno il segnale che indica il termine della conversione (*End of Conversion*, EOC).

Per ottenere una conversione corretta, la tensione analogica di ingresso non deve variare in modo apprezzabile durante tutta la durata della conversione. Se tale ipotesi non può essere soddisfatta, è necessario inserire a monte dell'ADC un amplificatore *sample and hold* (SHA); in tal caso il comando di EOC può servire anche per segnalare al SHA che la fase di *hold* può essere terminata.

Per ampliare il campo di valori convertibili, prima di essere inviata all'ADC (o al SHA) la tensione di ingresso può essere sottoposta all'azione di un blocco di attenuazione-amplificazione.

I due parametri di maggior interesse in un ADC sono la massima frequenza di campionamento ed il numero di bit utilizzato per codificare i valori quantizzati. Questi due parametri sono tra loro correlati in quanto all'aumentare dell'uno diminuisce l'altro: la loro scelta è quindi ottenuta mediante una soluzione di compromesso; in alcuni casi, infatti, deve essere privilegiata la velocità di conversione, mentre altri in conviene privilegiare la risoluzione.

Saranno ora esaminati alcuni tra gli schemi di principio più diffusi per realizzare la conversione di una tensione. Per semplificare l'illustrazione di alcune di queste strutture, saranno talvolta considerati convertitori di tipo unipolare (solo per tensioni positive) e tutti i componenti saranno supposti ideali.

Si deve comunque tener presente che le strutture unipolari possono essere

impiegate anche per convertire tensioni di segno opposto; basta infatti cambiare la polarità della tensione analogica di ingresso inserendo prima dell'ADC un semplice circuito invertitore.

11.2 Campi di impiego di diversi tipi di ADC

Gli ADC più diffusi sono quelli ad integrazione, ad approssimazioni successive e quelli paralleli, o *flash converter*.

I **convertitori ad integrazione**, pur richiedendo un tempo di conversione che può superare alcune decine di ms, consentono di ottenere una risoluzione molto buona ed elevati fattori di reiezione al rumore di modo normale. Essi vengono quindi impiegati in sistemi di acquisizione a bassa frequenza, ma che richiedono una elevata accuratezza; essi trovano infatti largo impiego nei multimetri digitali.

I **convertitori ad approssimazioni successive**, invece, offrono tempi di conversione dell'ordine dei μs ; questo valore è indicativo e dipende sia dal numero di bit utilizzato, sia dalla frequenza del clock interno della struttura. A differenza dei convertitori ad integrazione, questi ADC convertono il valore istantaneo del segnale; il valore convertito risente perciò fortemente di un eventuale rumore di modo normale sovrapposto al segnale utile. Queste caratteristiche li rendono di uso generale in sistemi di acquisizione a medie frequenze, ossia all'incirca tra alcuni kHz e qualche MHz.

I **convertitori paralleli**, invece, sono utilizzati in sistemi di acquisizione che richiedono una elevata frequenza di campionamento, a svantaggio del numero di bit; essi trovano larga diffusione negli oscilloscopi digitali e, più in generale, in tutta la strumentazione numerica che opera in bande di frequenza ampie.

11.3 ADC parallelo

In questo tipo di convertitori vengono determinati simultaneamente più bit della parola binaria che esprime il risultato della conversione; si ottengono così elevate prestazioni nei confronti della velocità di conversione.

Il prototipo di questi ADC è costituito dai convertitori *flash*, nei quali si esegue simultaneamente il confronto tra la tensione analogica di ingresso e tutte le tensioni di soglia della caratteristica di quantizzazione; i bit del risultato vengono cioè ottenuti, almeno teoricamente, tutti nello stesso istante.

Altri tipi di ADC veloci possono essere ottenuti collegando opportunamente più convertitori *flash*. In particolare, se si desiderano velocità di conversione superiori a quelle ottenibili con un unico convertitore, è possibile utilizzare più ADC *flash* tra di loro multiplexati. Viceversa, qualora siano sufficienti velocità di conversione inferiori, possono essere impiegati più ADC *flash* collegati in *pipeline*, ognuno dei quali presenta un numero di bit inferiore a quello del risultato; ciò consente l'uso di strutture elettroniche meno complesse, ma i bit del risultato vengono ovviamente forniti in due o più fasi di conversione successive.

11.3.1 ADC flash (*Flash Converters*)

Questi ADC forniscono le migliori prestazioni nei confronti della velocità di conversione; la tecnica impiegata consiste nel confrontare simultaneamente la tensione analogica di ingresso V_x con tutte le $B-1$ tensioni di riferimento.

La Fig.11.1 mostra un esempio di un ADC parallelo a $b = 3$ bit che utilizza una quantizzazione ad arrotondamento. Come si può vedere da tale figura, si utilizzano sette comparatori e sette livelli di soglia ottenuti mediante un partitore resistivo. Ad uno dei due ingressi di tutti i comparatori è applicata la tensione analogica da convertire V_x ; all'altro ingresso è invece applicato uno dei sette livelli di soglia T_k .

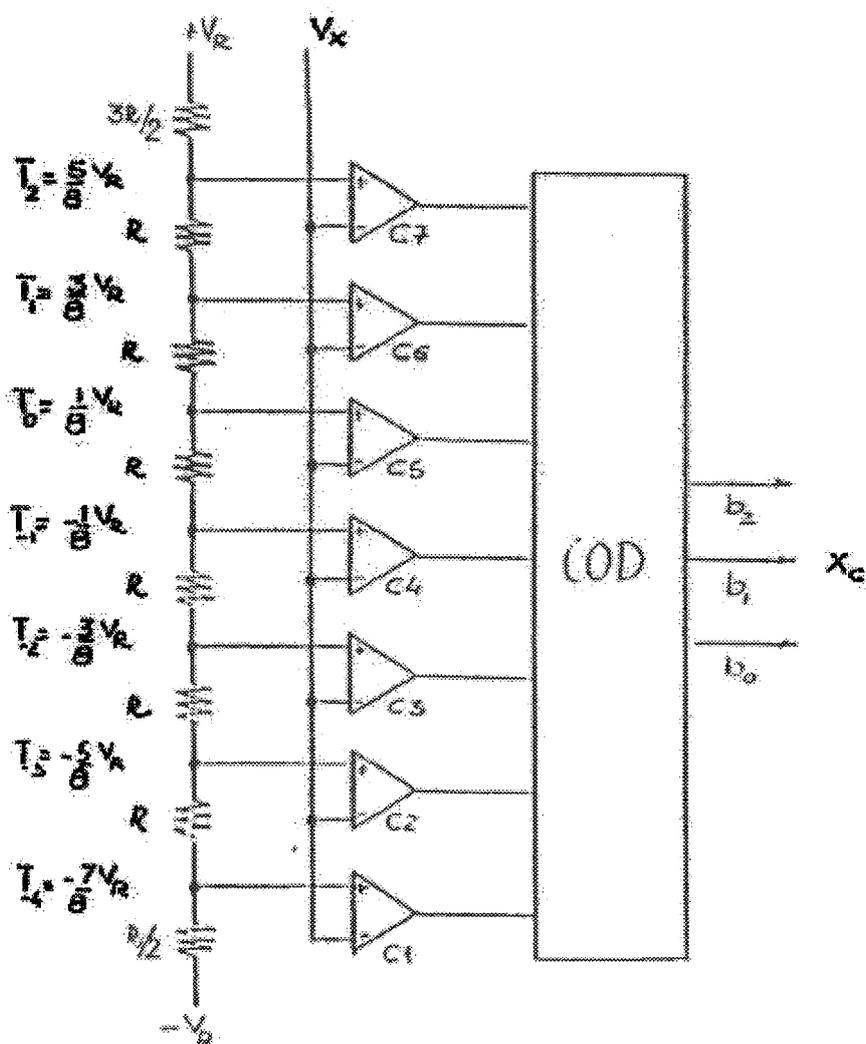


Figura 11.1: Schema a blocchi di un flash-converter a $b=3$ bit.

Le uscite dei comparatori forniscono un codice "a termometro" della tensione V_x : tutti i comparatori per cui si ha $T_k > V_x$ forniscono un'uscita che assume il valore logico 1; viceversa, i comparatori per cui $T_k < V_x$ presentano all'uscita il valore logico 0. Le sette uscite binarie dei comparatori vengono quindi convertite, tramite una opportuna rete logica di codifica, in una parola binaria di 3 bit, che costituisce il valore numerico in uscita dall'ADC.

In Fig.11.2 sono riportati i sette livelli di soglia, i corrispondenti livelli di quantizzazione ed i codici di uscita in notazione C2 nel caso di una quantizzazione ad arrotondamento con $\Delta = 2V_R/B = 2V_R/8 = V_R/4$. Quando l'ingresso assume un valore inferiore al minimo livello di soglia, le uscite di tutti i comparatori sono al livello logico 0 e l'uscita del codificatore vale 100. Se invece, ad esempio, la tensione di ingresso è tale che $\frac{1}{8}V_R < V_x < \frac{3}{8}V_R$, allora l'uscita dei comparatori da 1 a 5 è al livello logico 1, mentre quella dei comparatori 6 e 7 è al livello logico zero; l'uscita del codificatore vale allora 001.

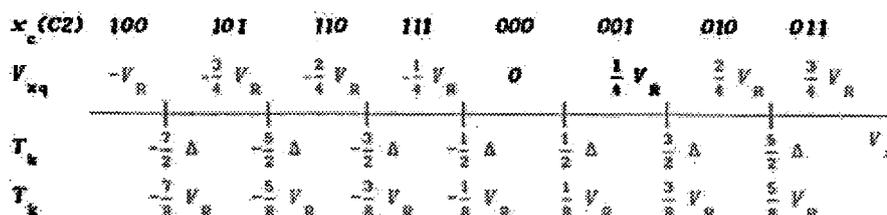


Figura 11.2: Schema a blocchi di un flash-converter a $b = 3$ bit.

In generale, un flash-converter a b bit contiene $2^b - 1$ comparatori e un partitore resistivo con 2^b resistenze, tutte uguali tra loro eccetto al più le due resistenze terminali. Come si vede facilmente dall'esempio riportato, la tensione di riferimento V_R costituisce anche il fondo scala del convertitore stesso.

Il vantaggio evidente della struttura di Fig.11.1 consiste nel fatto che la conversione avviene in parallelo, per cui la velocità dell'ADC è limitata solamente dal tempo di propagazione del segnale attraverso i comparatori ed il codificatore. È però richiesto un numero molto elevato di comparatori e di resistori; tale numero cresce infatti con legge esponenziale al crescere del numero di bit, con un conseguente non trascurabile aumento della complessità circuitale e della dissipazione di potenza. Si noti inoltre, che, poiché gli ingressi di tutti i comparatori sono, dal punto di vista dinamico, in parallelo, gli ADC flash presentano in ingresso una resistenza abbastanza bassa e una capacità piuttosto elevata (anche parecchie decine di pF); dall'interazione tra il circuito di ingresso e l'impedenza di uscita equivalente della sorgente di segnale viene quindi a crearsi un filtro passa basso, causando una limitazione alla massima frequenza che può essere presente nel segnale da convertire.

Devono infine essere tenute presenti le difficoltà di realizzazione del partitore resistivo, specialmente quando il numero di resistenze diventa elevato. Infatti, ogni errore nella realizzazione di una resistenza del partitore si traduce direttamente in uno scostamento di tutti i livelli di soglia dal loro valore ideale.

Attualmente un *flash converter* consente di raggiungere frequenze di campionamento dell'ordine di centinaia di Msample/s con risoluzioni di 10 bit.

11.3.2 ADC Flash Multiplexati

Per ottenere frequenze di conversione superiori a quelle ottenibili mediante ADC di tipo flash, vengono utilizzate strutture comprendenti dei convertitori ADC posti in "parallelo" tra loro, come illustrato nello schema di principio di Fig. 11.3.

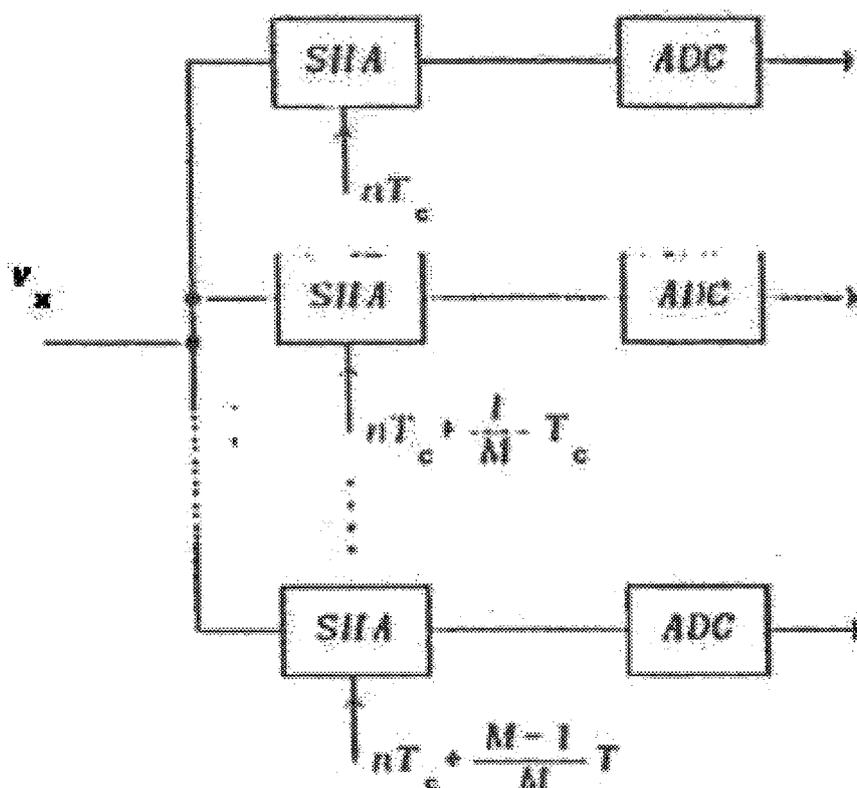


Figura 11.3: Schema a blocchi di un flash-converter a $b=3$ bit.

Il campionamento e la memorizzazione del dato analogico avviene negli amplificatori *sample and hold*; si noti, in particolare, che il campionamento è eseguito in istanti ritardati tra loro di $T_S/M = 1/(F_S M)$, dove $F_S = 1/T_S$ rappresenta la frequenza di campionamento dei componenti utilizzati. Questa tecnica consente pertanto di ottenere una frequenza di campionamento (equivalente) pari a $M F_S$. A causa delle difficoltà incontrate nella corretta temporizzazione dei diversi componenti si hanno però dei limiti al valore massimo assunto da M ; questo parametro, pertanto, non è mai superiore a qualche unità.

Esempio

Se $M = 4$ e vengono utilizzati ADC aventi frequenza di conversione pari a $F_c = 250$ MHz, lo schema di Fig.11.3 consente di ottenere una frequenza (equivalente) di campionamento pari a $MF_c = 1$ GHz. Si noti anche che i SHA funzionano a una frequenza pari a $1/4$ della frequenza con cui l'ingresso viene effettivamente campionato.

11.3.3 ADC flash in pipeline (modified parallel converter

Quando la velocità di conversione, pur restando elevata, non deve raggiungere i valori ottenibili dal convertitore flash, può essere utilizzato il circuito mostrato in Fig.11.4, denominato ADC parallelo modificato.

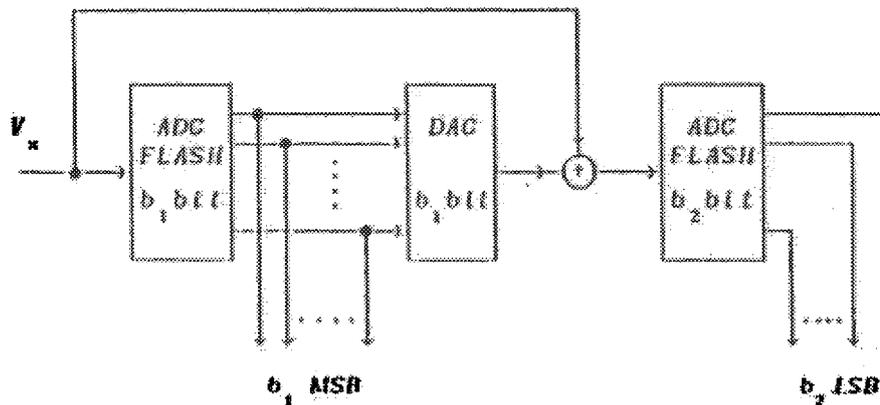


Figura 11.4: Schema a blocchi di un ADC parallelo modificato.

Pur aumentando il tempo di conversione, tale circuito consente di ottenere elevate prestazioni di risoluzione, con un numero di comparatori che può essere notevolmente inferiore a quello richiesto da un singolo ADC flash.

Nello schema di Fig.11.4, un primo convertitore flash fornisce i b_1 bit più significativi del risultato. Il valore così ottenuto viene riconvertito in forma analogica da un DAC, e quindi sottratto all'ingresso originale V_x . Un secondo ADC flash converte poi tale differenza fornendo i b_2 bit meno significativi. L'intero sistema è pertanto equivalente a un ADC a $b = b_1 + b_2$ bit. Durante le due successive conversioni, però il valore della tensione di ingresso non deve cambiare apprezzabilmente; se ciò non può essere garantito conviene inserire un SHA a monte dell'ADC.

Il numero di comparatori utilizzato dallo schema di Fig.11.4 è:

$$N_M = (2^{b_1} - 1) + (2^{b_2} - 1) \quad (11.1)$$

anziché $N_F = 2^b - 1$ come avviene nel caso di un singolo convertitore flash.

Se, ad esempio, il numero di bit b dell'intero ADC è pari e si sceglie $b_1 = b_2 = b/2$, la frazione di comparatori impiegati rispetto a quelli richiesti dalla configurazione flash è:

$$\frac{N_M}{N_r} = \frac{2(2^{b/2} - 1)}{2^b - 1} \quad (11.2)$$

Il valore di tale frazione è riportato in tab.11.3.3 per alcuni valori di b . Una tale tabella si deduce che la struttura a pipeline è chiaramente conveniente nei riguardi della complessità circuitale, specialmente quando il numero di bit diventa elevato.

b	N_M/N_f
2	.500
4	.375
6	.219
8	.117
10	.061
12	.031

Tabella 11.1: Frazione di comparatori richiesti dalla configurazione parallelo modificato rispetto a quelli della configurazione parallelo.

Questo tipo di convertitori consente di raggiungere velocità di conversione dell'ordine della decina di Msample/s.

11.4 ADC ad approssimazioni successive

Nei convertitori ad approssimazioni successive, infatti, il risultato della conversione viene determinato mediante un unico comparatore che determina sequenzialmente ogni singolo bit della parola binaria di uscita; in altre parole, il confronto tra la tensione analogica di ingresso e le tensioni di soglia che corrispondono ai singoli bit viene eseguito in istanti distinti, ma utilizzando sempre la medesima struttura.

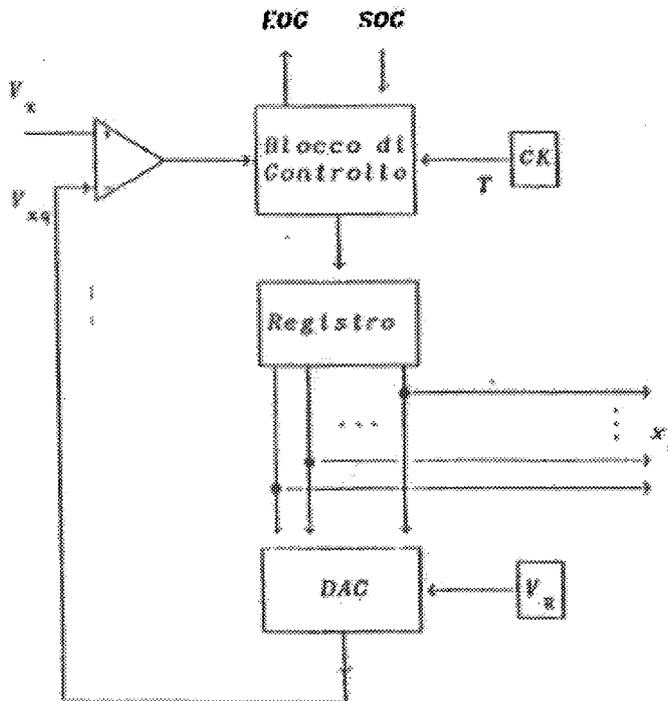
I convertitori ad approssimazioni successive sono molto diffusi in quanto consentono sia buone risoluzioni (fino a 16 bit) sia velocità di conversione relativamente elevate (fino ai MHz). Lo schema a blocchi funzionale di un ADC di questo tipo è riportato in Fig.11.5(a).

Per semplificare l'illustrazione del procedimento seguito, per ottenere il valore numerico x_c di uscita, l'ADC sarà supposto di tipo unipolare.

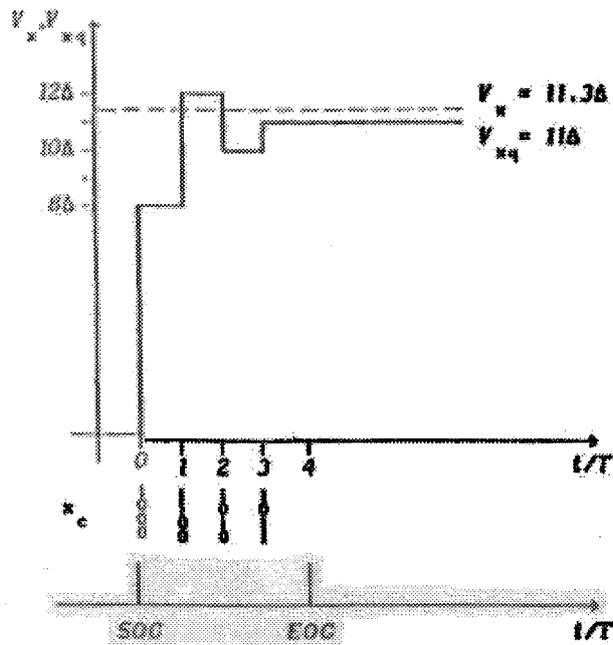
La tecnica di conversione consiste in successivi confronti tra la tensione incognita di ingresso V_x e la tensione V_{xq} generata all'uscita del DAC di Fig.11.5, la quale risulta proporzionale alla tensione di riferimento V_R secondo il codice di uscita x_c ; si ha cioè:

$$V_{xq} = \frac{x_c}{2^b} V_R = X_c \Delta \quad (11.3)$$

dove $\Delta = V_R/2^b$.



(a)



(b)

Figura 11.5: Schema a blocchi di un ADC ad approssimazioni successive (a) ed evoluzione del codice di uscita e della tensione generata dal DAC per un convertitore a $b=4$ bit.

Sulla base del confronto tra V_x e V_{xq} , una adeguata logica di controllo varia automaticamente il valore di x_c fino ad arrivare al corretto valore finale.

L'applicazione del comando di inizio conversione (Start Of Conversion SOC), causa innanzitutto l'inizializzazione della logica interna dell' ADC; in particolare tutti i bit del registro vengono posti a 0, tranne il bit più significativo che viene posto a 1. Il valore contenuto nel registro viene quindi inviato al convertitore digitale-analogico; ricordando la (11.3) si deduce allora che in queste condizioni la tensione analogica V_{xq} fornita dal DAC è pari a metà della tensione di fondo scala; si ha cioè $V_{xq} = \frac{1}{2}V_R$. Questa tensione viene quindi confrontata con la tensione V_x da convertire mediante il comparatore.

Se risulta $V_x > V_{xq}$, il blocco di controllo conferma il bit più significativo memorizzato sul registro e porta a 1 il bit di peso immediatamente inferiore, ossia quello corrispondente a un quarto del fondo scala; in tal caso il DAC produce una tensione pari a $V_{xq} = \frac{3}{4}V_R$.

Se invece si ha $V_x < V_{xq}$, il blocco di controllo azzera il bit più significativo del registro e pone a 1 il bit di peso immediatamente inferiore; l'uscita del DAC diventa allora pari a $V_{xq} = \frac{1}{4}V_R$.

Il procedimento termina solamente quando tutti i bit del registro sono stati verificati, Viene quindi inviato il comando di fine conversione (End Of Conversion EOC) all'unità di controllo esterna per segnalare che il registro contiene il valore numerico che rappresenta il rapporto, quantizzato su b bit, tra il segnale di ingresso e la tensione di riferimento V_R . Si noti che, nel caso di ADC ideali, la differenza tra la tensione di ingresso V_x la tensione quantizzata V_{xq} all'uscita del DAC è, alla fine della conversione, minore del passo di quantizzazione $\Delta = V_R/2^b$.

In Fig.11.5 è mostrata l'evoluzione dei valori di x_c e di V_{xq} per $b=4$, e $V_x = 11.3\Delta$. Si noti che il valore finale di V_{xq} è pari a 11Δ , ossia al valore quantizzato della tensione analogica di ingresso.

Poiché il controllo di ogni bit richiede lo stesso tempo T , la durata della conversione risulta pari a:

$$T_{ADC} = bT \quad (11.4)$$

e non dipende dal valore del segnale di ingresso. Essa è cioè direttamente proporzionale al numero di bit b con cui viene codificata la tensione di ingresso e alla velocità dei componenti impiegati, come ad esempio il DAC e il comparatore. Sono disponibili in commercio ADC che raggiungono tempi di conversione dell'ordine del μs .

L'accuratezza con cui viene ottenuta la conversione dipende da diversi parametri, tra cui:

- il rumore generato nei componenti interni, in particolare nel comparatore;
- la stabilità (nel tempo) della tensione di riferimento V_R ;
- l'accuratezza del DAC,

Si noti che gli ADC a conversione istantanea, essendo sensibili al valore istantaneo della tensione di ingresso, non sono in grado di discriminare il segnale utile da un eventuale rumore sovrapposto. Tale rumore ha pertanto un effetto rilevante nel valore ottenuto mediante la conversione. Per ridurre l'entità del rumore sovrapposto al segnale può essere conveniente porre all'ingresso

dell' ADC un filtro passa basso; a causa del ritardo introdotto dal filtro questa soluzione comporta però una diminuzione della velocità di conversione.

Gli ADC ad integrazione, invece, convertendo il valore medio della tensione presente all'ingresso durante l'intera durata della conversione, eseguono contemporaneamente anche un'operazione di filtraggio passa basso; essi forniscono così una buona reiezione nei confronti sia di disturbi a larga banda che di tipo sinusoidale.

Nel seguito saranno analizzati alcuni tra i circuiti più diffusi.

11.5 ADC a Conversione Tensione-Frequenza (ad integrazione)

Nell' ADC schematizzato in Fig.11.6(a), la rampa viene generata a partire dalla tensione V_x di ingresso. Per semplificare l'illustrazione del principio su cui è basato questo tipo di conversione si supponga che l'ADC considerato sia unipolare e che la tensione di ingresso sia positiva, come illustrato in Fig.11.6(a); ADC di tipo bipolare possono comunque essere ottenuti modificando qualche blocco dello schema di Fig.11.6(a).

Durante la carica della capacità C (fase di runup), la tensione a rampa in uscita dall'integratore viene confrontata con la tensione di riferimento V_R . Quando si verifica la coincidenza tra queste due tensioni, ossia quando si ha

$$V_S(t) = -\frac{V_x}{R_U C}t = V_R \quad (\text{fase di carica}) \quad (11.5)$$

l'uscita del comparatore cambia di livello; ciò comporta la generazione di un'onda rettangolare di ampiezza V_D e durata T_D che può essere usata sia come impulso di conteggio, sia per scaricare il condensatore C (fase di rundown), come mostrato in Fig.11.6(b).

Il contatore provvede poi al conteggio degli impulsi generati durante un intervallo di tempo di durata T_{ADC} fissata; i comandi di Start e di Stop sono infatti ottenuti mediante un oscillatore interno.

Si noti che, al variare della pendenza della rampa, ossia della tensione incognita V_x , varia la frequenza degli impulsi; interessa pertanto determinare la relazione che lega tale tensione al numero di impulsi contati nell'intervallo di durata $T_O N$.

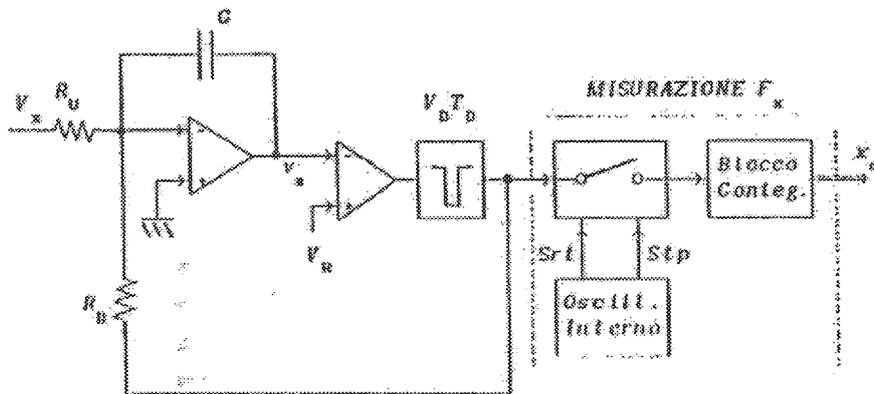
A tale scopo occorre notare che durante la fase di scarica, il circuito comprendente l'amplificatore operazionale esegue l'integrazione della somma pesata delle due tensioni costanti V_x e V_D . La tensione in uscita da tale blocco è espressa quindi dalla seguente relazione lineare:

$$V_S(t) = V_R - \frac{1}{C} \left(\frac{V_D}{R_D} + \frac{V_x}{R_U} \right) t \quad (\text{fase di scarica}) \quad (11.6)$$

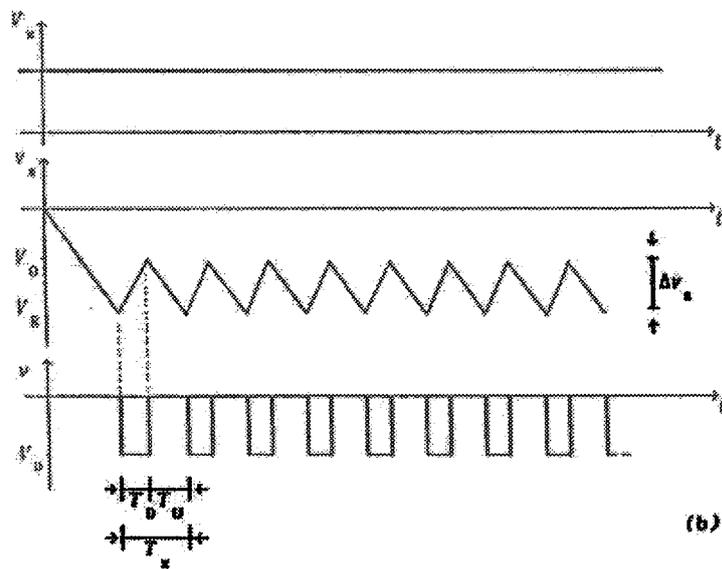
Pertanto, se si fa in modo che $|V_D|/R_D > |V_x|/R_U$, durante la fase di rundown il condensatore si scarica. Dalla (11.6) si ricava che la variazione della tensione $v_S(\cdot)$ ottenuta vale:

$$\Delta v_S = -\frac{T_D}{C} \left(\frac{V_D}{R_D} + \frac{V_x}{R_U} \right) \quad (11.7)$$

11.5. ADC A CONVERSIONE TENSIONE-FREQUENZA (AD INTEGRAZIONE)195



(a)



(b)

Figura 11.6: Schema a blocchi di un ADC a conversione tensione-frequenza (a) ed evoluzione della tensione ai capi del condensatore (b).

Durante la successiva fase di runup di durata T_U si verifica invece una variazione di tensione pari a $-\Delta v_S$; in tale situazione è però presente solamente la tensione V_x e il condensatore viene caricato a corrente costante fino a che la tensione $v(\cdot)$ ai suoi morsetti non assume nuovamente il valore V_R . Si ottiene quindi:

$$\Delta v_S = -\frac{T_U}{C} \left(\frac{V_x}{R_U} \right) \quad (11.8)$$

Dall'uguaglianza dei valori assoluti delle due variazioni di tensione (11.7) e (11.8) si ricava infine:

$$V_x = -\left(\frac{R_U}{R_D} V_D T_D \right) \frac{1}{T_x} = -\left(\frac{R_U}{R_D} V_D T_D \right) F_x \quad (11.9)$$

dove si è posto $T_x = T_U + T_D = 1/F_x$. Esiste quindi un legame di proporzionalità fra il valore V_x della tensione incognita e la frequenza di ripetizione degli impulsi. Ogni volta che la tensione di uscita dell'integratore raggiunge la tensione di riferimento V_R viene generato e contato un impulso; dal conteggio risultante in un intervallo di durata T_{ON} fissata è poi possibile determinare V_x .

Si noti in particolare che il valore fornito dalla (11.9) non dipende dal valore V_R della tensione di riferimento.

La relazione (11.9) può essere ottenuta anche eseguendo il bilancio della carica immagazzinata nel condensatore. Trascurando il transitorio iniziale, la carica prelevata durante la fase di scarica attraverso il ramo di resistenza R_D vale:

$$-\Delta Q = \frac{V_D T_D}{R_D} \quad (11.10)$$

La carica fornita dal circuito di ingresso durante tutto l'intervallo di durata T_x risulta invece:

$$+\Delta Q = \frac{V_x T_x}{R_U} \quad (11.11)$$

Poiché la tensione ai capi del condensatore ha un andamento periodico e ritorna ad assumere lo stesso valore dopo ogni intervallo di tempo di durata T_x , la carica mediamente immagazzinata sul condensatore stesso risulta costante; ne consegue che l'apporto e il prelievo di carica forniti dalle (11.10) e (11.11) devono coincidere. Risulta così immediato riottenere il legame tra tensione e tempo, espresso dalla (11.9).

Si noti in particolare che, se x_c rappresenta il numero di impulsi contati nell'intervallo di durata T_{ON} fissata, si può scrivere $F_x \stackrel{q}{=} x_c \Delta F$, dove la risoluzione con cui viene valutata la frequenza F_x vale $\Delta F = 1/T_{ON}$; la (11.9) può pertanto essere scritta nel seguente modo:

$$V_x \stackrel{q}{=} \left(\frac{R_U}{R_D} V_D T_D \right) \frac{x_c}{T_{ON}} \quad (11.12)$$

La risoluzione Δ_V di questi ADC vale quindi:

$$\Delta_V = \left(\frac{R_U}{R_D} V_D T_D \right) \frac{1}{T_{ON}} \quad (11.13)$$

11.5. ADC A CONVERSIONE TENSIONE-FREQUENZA (AD INTEGRAZIONE) 197

ed è inversamente proporzionale al tempo T_{ON} di integrazione; essa dipende inoltre dal valore $V_D T_D$ dell'impulso di tensione e dal rapporto R_U/R_D tra le due resistenze; per ottenere la risoluzione desiderata è pertanto possibile intervenire in diversi modi.

L'accuratezza della conversione dipende ovviamente dalla precisione di tutti i parametri che compaiono nella (11.12), ossia dal valore $V_D T_D$ dell'impulso di tensione, dal rapporto R_U/R_D tra le due resistenze e dalla frequenza dell'oscillatore interno che determina la durata T_{ON} dell'intervallo di integrazione. Questi convertitori forniscono comunque accurattezze dell'ordine di 10^{-5} V, mentre la risoluzione può scendere anche a 10^{-6} V.

Esempio

Si desidera convertire una tensione continua $V_x = 1$ V con una risoluzione di 5 cifre decimali ($\Delta_v = 10^{-5}$ V); si supponga che il generatore di onde rettangolari fornisca una tensione $V_D = 10$ V per $T_D = 10^{-6}$ s ($V_D T_D = 10^{-5}$ V·s) e che $R_U = R_D$. In tali condizioni la (11.13) fornisce un tempo di integrazione $T_{ON} = 1$ s. Si noti inoltre che per avere una risoluzione di 5 cifre decimali devono essere accumulati almeno $X_c = 100.000$ conteggi; l'oscillatore interno deve pertanto presentare una frequenza pari a $F = x_c/T_{ON} = 100$ kHz.

