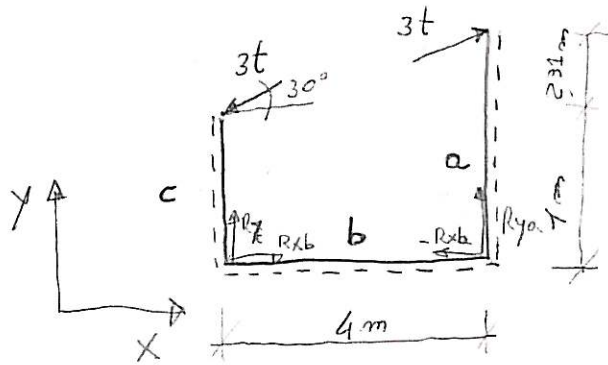


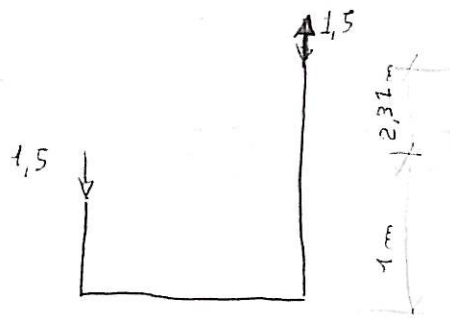
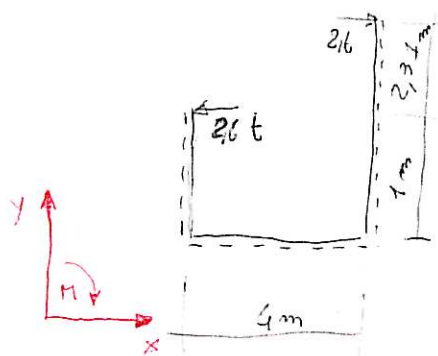


Struttura senza vincoli al suolo

$$\begin{cases} \sum M = 0 \\ \sum R = 0 \end{cases}$$

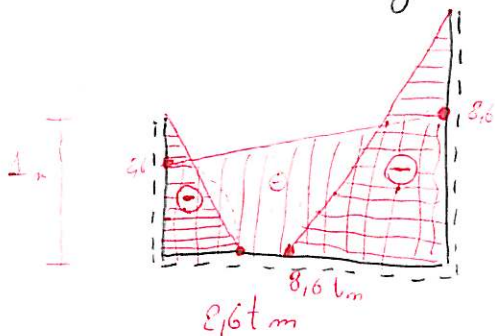
La struttura è in equilibrio perché la risultante dei momenti e delle reazioni è nulla.

Per trovare il diagramma dei momenti scompongo le forze lungo le componenti x e y.



convenzione: * quando le fibre inferiori sono tese il momento è positivo e si disegna dalla parte del tratteggio.

* Quando le fibre superiori sono tese il momento è negativo e si disegna dal lato opposto del tratteggio.



NOTA: in corrispondenza delle SALDATURE posso ribaltare il momento.

DIAGRAMMA DEI MOMENTI (M)

DIAGRAMMA DEGLI SFORZI NORMALI

- L'asta c è sottoposta a compressione quindi per convenzione M è negativo
- L'asta a è in trazione quindi lo sforzo è positivo
- L'asta b è in trazione con uno sforzo normale pari a 2.6t

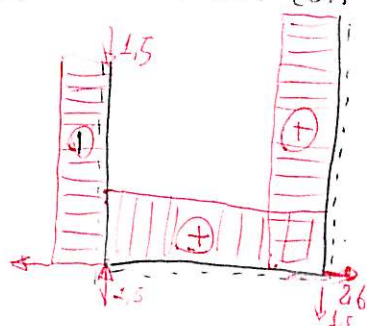


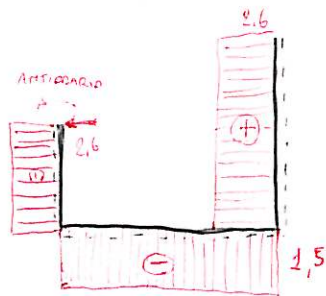
DIAGRAMMA N

CONVENZIONE PER IL DIAGRAMMA DEL TAGLIO T

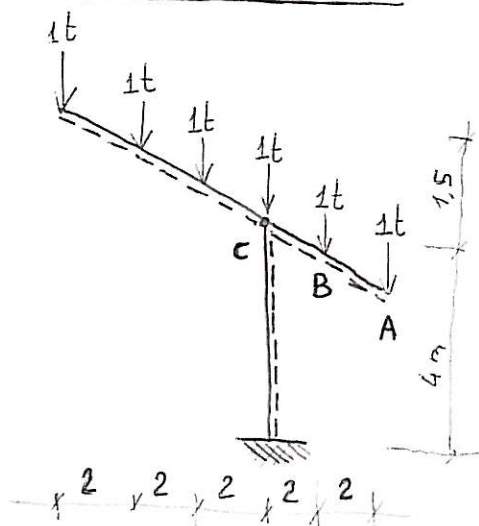
* Si considerano i versi delle ipotetiche rotazioni che verrebbero generate dai momenti

MOMENTO ORARIO → TAGLIO POSITIVO (disegnare sulle fibre superiori)

MOMENTO ANTIORARIO → TAGLIO NEGATIVO (disegnare sulle fibre inferiori)



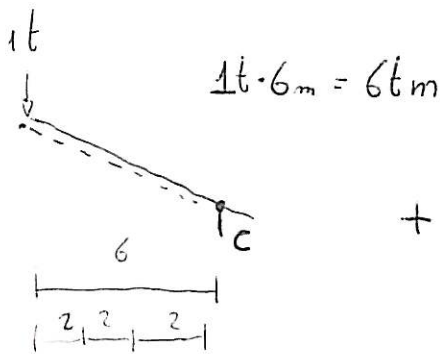
STRUTTURA N° 2



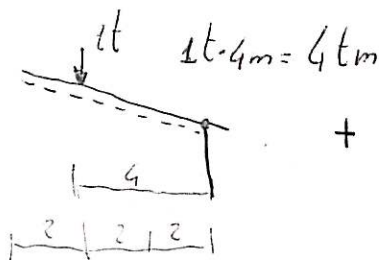
ATTENZIONE: NON SI TRATTA DI UN CARICO DISTRIBUITO MA DI UN CARICO CONCENTRATO MULTIPLO PER IL QUALE DEVO APPLICARE IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI.

Per quanto riguarda il lato più lungo dell'appendice isostatica si ha:

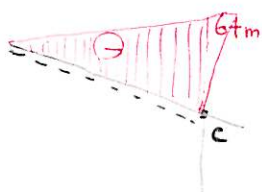
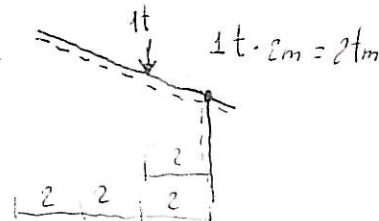
* I MOMENTI TENDONO LE FIBRE SUP. E QUINDI SONO NEGATIVI



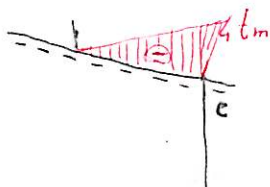
+



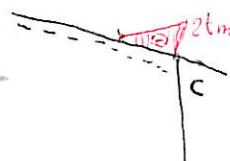
+



+

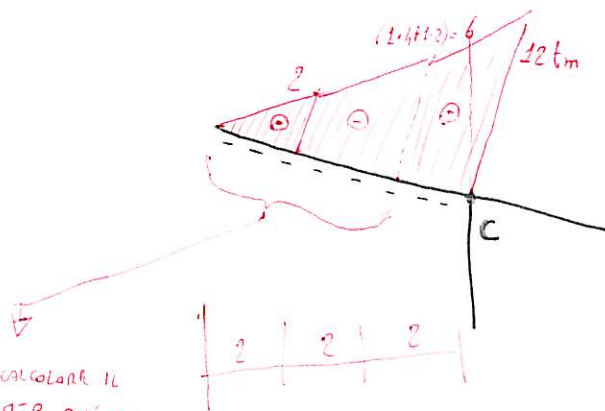


+



SI VEDE CHE IN CORRISPONDENZA DELLA SALDATURA "C" LA SOMMA DEI TRE EFFETTI DA ORIGINE AD UN MOMENTO PARI A $6tm + 4tm + 2tm = 12tm$

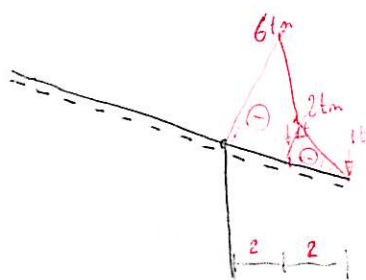
(si disegna perpendicolare all'asta)



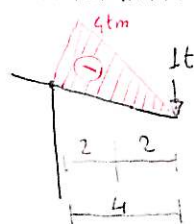
PER CALCOLARE IL MOMENTO QUI BISOGNA

SOMMARE IL MOMENTO DOVUTO ALLA FORZA PIU' ESTERNA PER IL BRACCIO FINO AL PUNTO INTERESSATO + L'EFFETTO DELLA FORZA SUCCESSIVA PER IL BRACCIO RIMANENTE FINO AL PROSSIMO PUNTO.

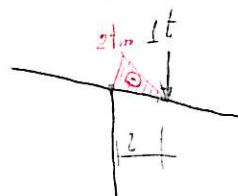
PROSEGUO ANALOGAMENTE PER L'APPENDICE ISOSTATICA A DESTRA.



ANCHE QUI RISULTANO TENSE LE FIBRE SOVRASTANTI.

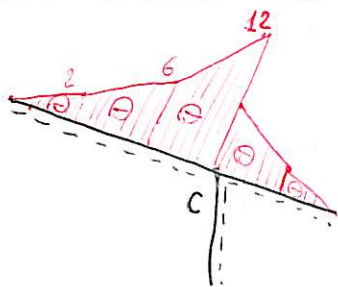


$$1 \cdot 4 = 4tm$$



$$1 \cdot 2 = 2tm$$

NELLA PARTE SUPERIORE DELLA STRUTTURA SI HA IL SEGUENTE ANDAMENTO DELLO STRUTTURA.



L'ASTA VERTICALE RISULTA SOTTOPOSTA AD UN MOMENTO CHE TIRDE LE FIBRE INFERIORI (QUINDI POSITIVO) DATO DALLA DIFFERENZA DEI DUE MOMENTI APPLICATI ALLA TRUSSA

MOMENTO ANTIORARIO $12 tm$

MOMENTO OARIO $6 tm$

MOMENTO TOTALE $12 - 6 = 6tm$ ANTIORARIO POSITIVO

QUINDI IL DIAGRAMMA TOTALE VALE:

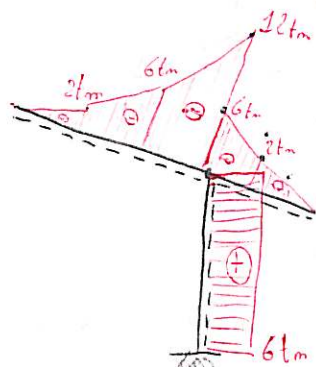
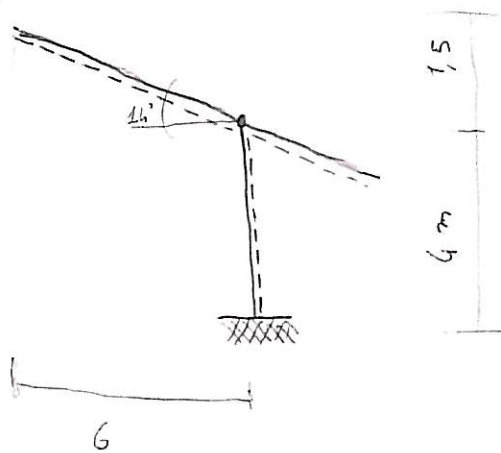


DIAGRAMMA M

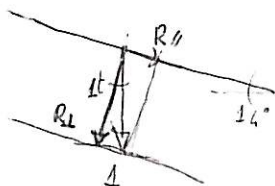
Per tracciare i diagrammi degli sforzi normali e del taglio bisogna scomporre le forze in modo da ottenere le componenti normali e delle reazioni vincolari.



con un sistema ricavare l'angolo di inclinazione della "mensola"

$$\begin{cases} X \sin \alpha = 1,5 \\ X \cos \alpha = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} X = \frac{1,5}{\sin \alpha} \\ \frac{1,5}{\sin \alpha} \cos \alpha = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} X = \frac{1,5}{\sin \alpha} \\ \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1,5}{6} \end{cases}$$

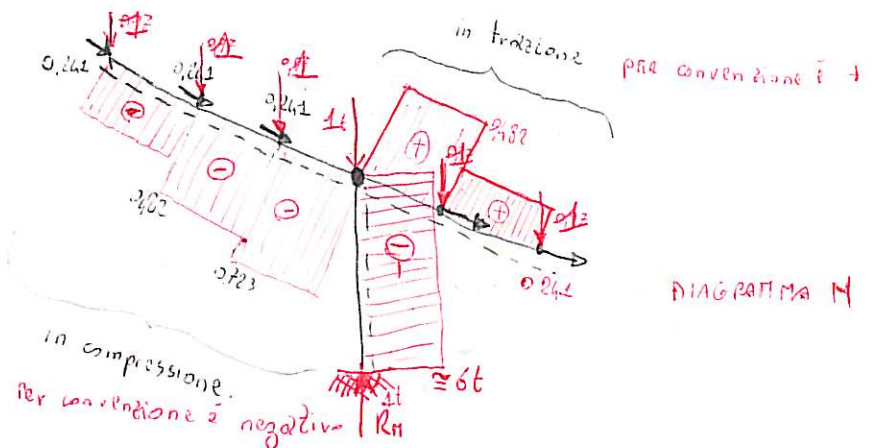
$$\tan \alpha = \frac{1,5}{6} \quad \tan \alpha = 0,25 \quad \alpha \approx 14^\circ$$



$$R_{\perp} = 1t \cos \alpha = 0,97t$$

$$R_{\parallel} = 1t \sin \alpha \approx 0,241t$$

trovati i valori per una singola forza
procedo sommandone gli effetti:
per quanto riguardano gli sforzi
normali si ha



H.B. L'ASTA VERTICALE SENTE LA SOMMA DI TUTTE LE COMPONENTI VERTICALI DELLE FORZE APPLICATE, VISTO CHE OGNIUNA DI ESSE VALE CIRCA 1t LA SOMMA È ~~1~~ 6t

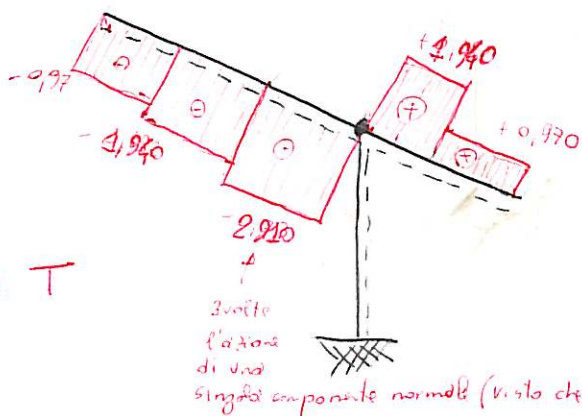
PER QUANTO RIGUARDA IL DIAGRAMMA DEL TAGLIO SI DEVE ANALIZZARE IL VERSO DEI MOMENTI PER DEFINIRNE IL VERSO

NOTA

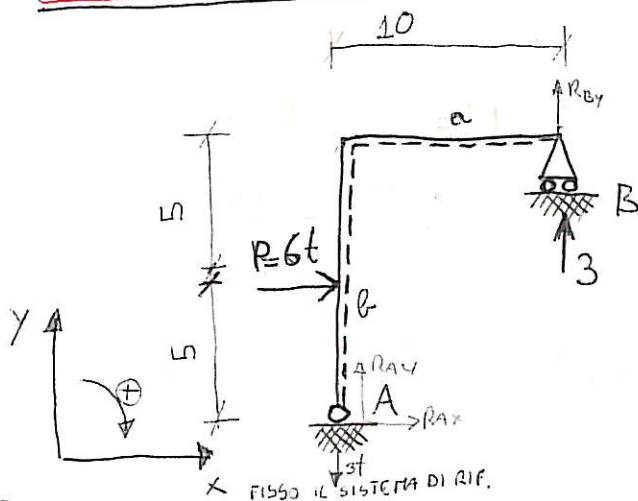
* QUANDO IL MOMENTO È ANTICORARIO
IL TAGLIO È NEGATIVO E SI
DISSEGNA DALLA PARTE DELLE
FIBRE DESTINATE

* QUANDO IL MOMENTO È ORARIO
IL TAGLIO È POSITIVO E SI
DISEGNA DALLA PARTE OPPOSTA
DELLE FIBRE SEGNALE

ДИАГРАММА T



STRUTTURA N° 3

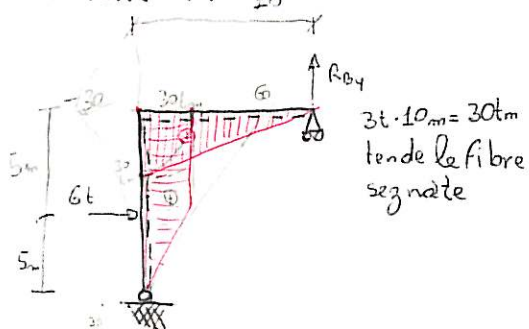


In questo caso bisogna operare scrivendo le eq. cardinali della statica.

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} P + R_{Ax} = 0 \\ R_{Ay} + R_{By} = 0 \\ P \cdot 5 + R_{By} \cdot 10 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} R_{Ax} = -6 \text{ t} \\ R_{By} = +3 \text{ t} \\ M_a = 30 \text{ t.m} \end{cases} \quad R_{Ay} = -3$$

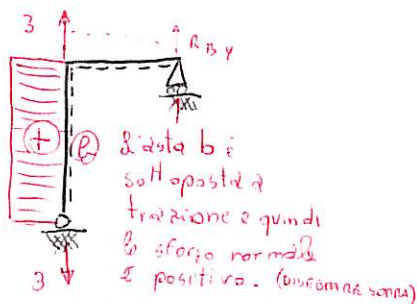
APPLICAZIONE DEL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE.

DIAGRAMMA M

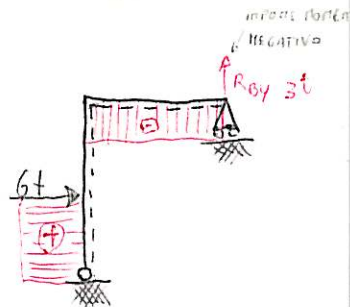


Presento $\leftarrow$
 Debito
 Alla Azione $\oplus$
 $R_{Ax} = -6 \cdot 10 = -60 \text{ t.m.}$

ДИАГРАММА N


$$6 \text{ t. } 5_{\text{m}} = 30 \text{ t. m}$$

DIAGNOSTIC T

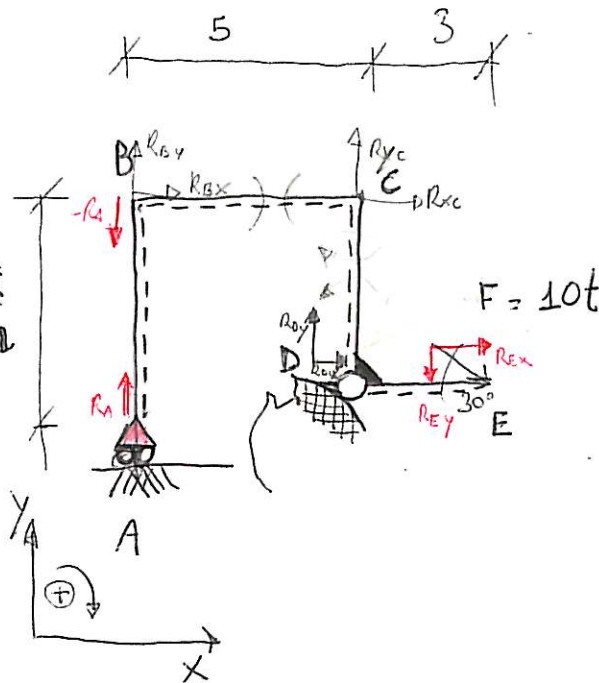


⑤

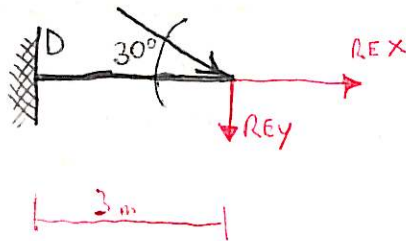
STRUTTURA N° 4

(+ DIFFICILE)

SIAMO IN PRESENZA
DI UNA APPENDICE
ISOSTATICA CHE
CONVIENE RISOLVERE
SUBITO SOSTITUENDOLA
CON IL SUO MOMENTO
E LA SUA FORZA
RISULTANTE PARALLELA
ALL'ASSE DELLA TRAVE
IN CUI È INCASTRATA.



Considero l'appendice come una mensola incastrata



$$M_D = 3 \cdot REY$$

Dove $REY = 10 \sin 30$
 $= 5t$

Quindi $M_D = 3 \cdot 5t = 15tm$

$REX = 10 \cos 30 = 8,66t$ (che uso nel diag. T)

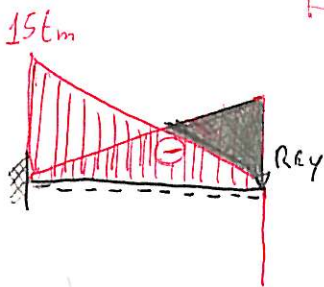
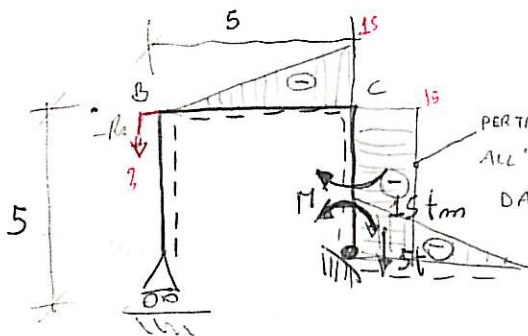
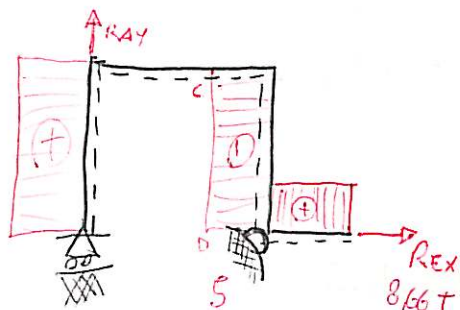


DIAGRAMMA M



PER TROVARE QUESTO MOMENTO DEVO PRIMA TROVARE QUELLO RELATIVO ALL'APPENDICE ISOSTATICA E QUELLO DELL'ASTA BC GENERATO DALLA REAZIONE VINCOLARE RA.
POI LO TRACCIO UNENDO I VALORI ESTREMI.

DIAGRAMMA M



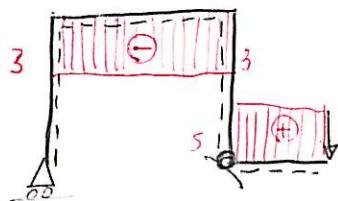
* L'ASTA ED È IN TRAZIONE QUINDI LO SFORZO NORMALE È POSITIVO $10 \cos 30 = 8,66 \text{ t}$

* L'ASTA DC È IN COMPRESSIONE

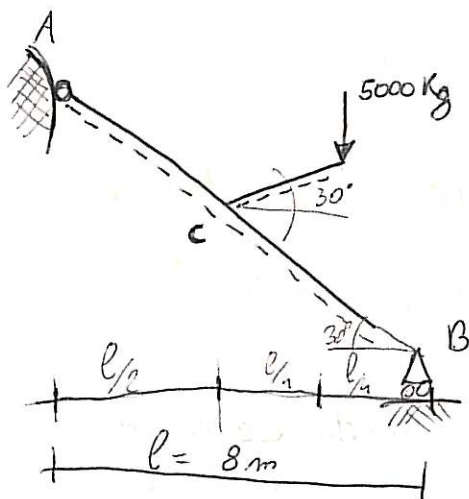
NOTA BENE: NON BISOGNA CONFONDERE I VINCOLI CON LE SALDATURE, IN B NON CI SONO VINCOLI E QUINDI LA REAZIONE VINCOLARE CHE È L'1 INDICATA NON È ALTRA CHE IL RISPETTO DI QUELLA PRESENTE IN A.

SOLO COSÌ CI SI RENDE CONTO CHE LA TRAVE È IN TRAZIONE.

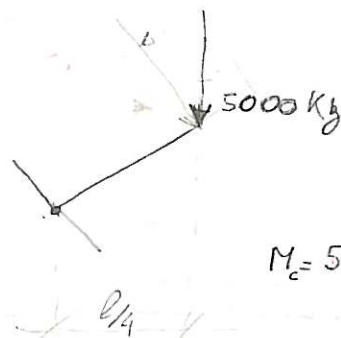
DIAGRAMMA T



STRUTTURA N°5



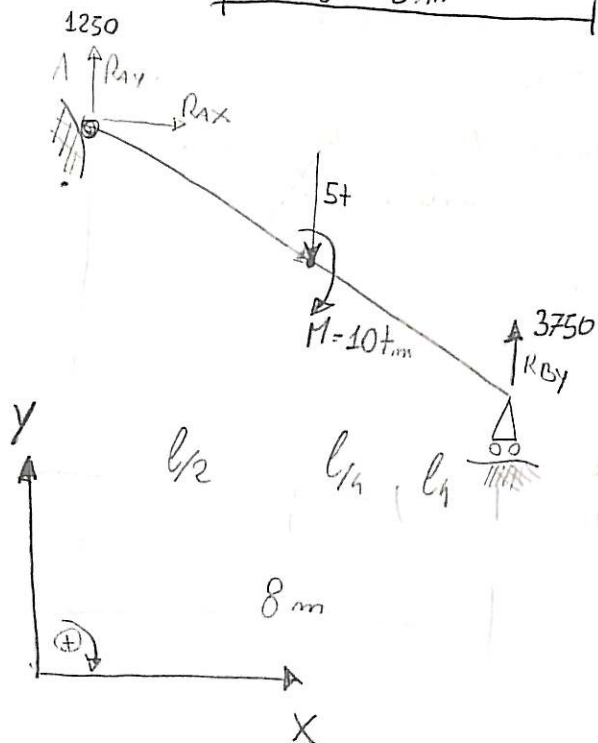
L'appendice isostatica può essere eliminata e sostituita con la forza applicata più il momento risultante.

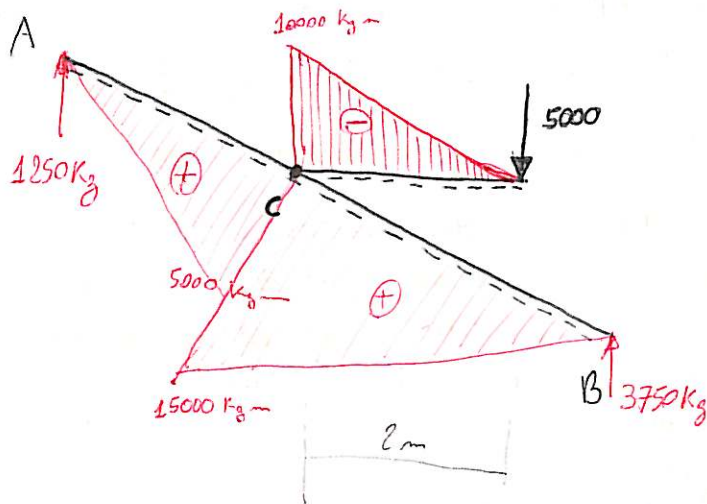


$$M_c = 5t \cdot 2 = 10t$$

Scrivo le equazioni cardinali della statica.

$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_x = 0 \end{cases} \begin{cases} M - R_{Ay} \cdot 8 = 0 & \frac{10 \cdot 1000}{8} = R_{Ay} = 1250 \\ -5000 + 1250 + R_{By} = 0 & 5000 - 1250 = R_{By} \\ R_{Ax} = 0 & R_{By} = 3750 \end{cases}$$





* IL MOMENTO SULL'APPENDICE ISOSTATICA VALE $5000 \text{ Kg} \cdot 2 = 10'000 \text{ Kg}_m$
LE FIBRE SUPERIORI SONO TENSE QUINDI IL MOMENTO E' NEGATIVO.

IMPORTANTE

IN QUESTI CASI E' BENE CONSIDERARE IL MODO C COME PUNTO DI INCASTRO BASE PER LE TRE MENSOLE DELLA STRUTTURA

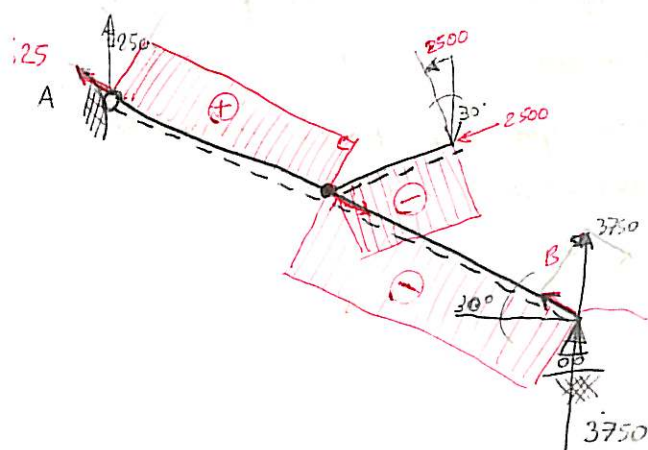
QUINDI

$$M_{B \rightarrow C} = 3750 \text{ Kg} \cdot l_n = 15000 \text{ Kg}_m$$

$$M_{A \rightarrow C} = 1250 \text{ Kg} \cdot l_n = 5000 \text{ Kg}_m$$

NOTA: SONO TENSE LE FIBRE INFERIORI E QUINDI IL MOMENTO E' POSITIVO.

Traccio il diagramma degli sforzi normali.



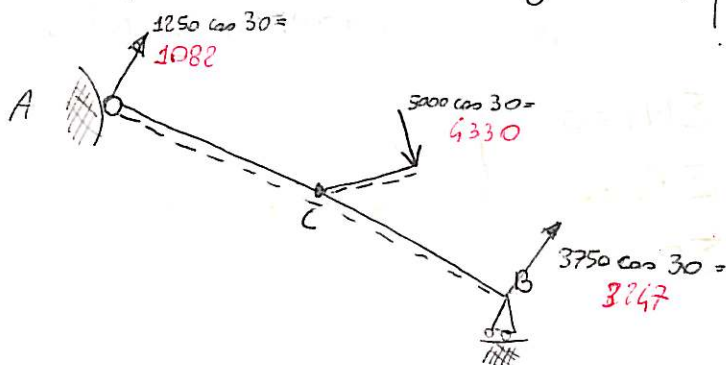
* L'appendice isostatica è compressa e quindi lo sforzo normale è negativo (lo disegno sotto)

* Il tratto CB risulta compresso quindi lo sforzo normale è negativo e vale 1875 Kg

* Se tratto AC risulta in trazione quindi lo sforzo normale è positivo

DIAGRAMMA N

concludiamo tracciando il diagramma T



NOTA: I VALORI DELLE FORZE NORMALI CORRISPONDONO AI VALORI DEI TAGLI, MENTRE I SEGNI DEI TAGLI DERIVANO DAI MOMENTI CON LA CONVENZIONE:

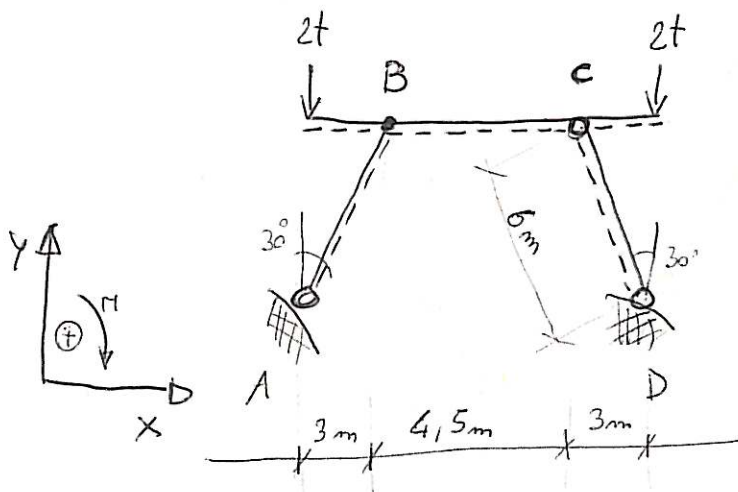
* MOMENTO OROLOGIO $\Rightarrow$ TAGLIO POSITIVO

* MOMENTO ANTIORARIO $\Rightarrow$ TAGLIO NEGATIVO

- I TAGLI NEGATIVI SI DISEGNANO SOTTO

- I TAGLI POSITIVI SI DISEGNANO SOPRA

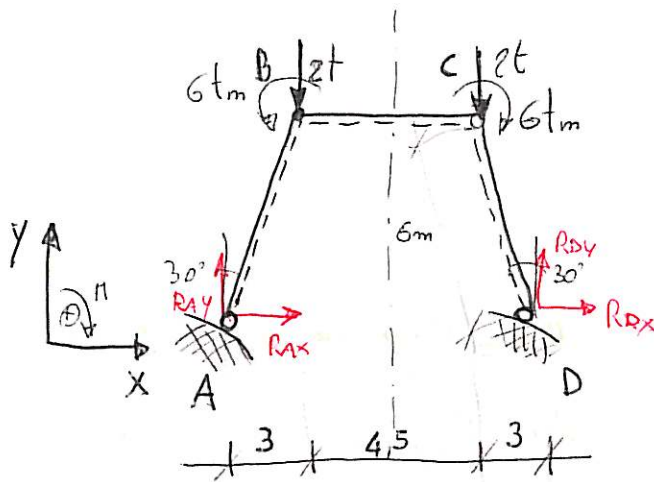
STRUTTURA N° 5



LA STRUTTURA PROPOSTA È
UNA VARIANTE DI UN ARCO
A TRE CERNIERE.

NOTIAMO CHE SONO PRESENTI
DUE APPENDICI ISOSTATICHE

La struttura privata delle appendici isostatiche diventa:



scrivo le reazioni vincolari
secondo il sistema di riferimento
prescelto.

Poi scrivo le equazioni cardinali
della statica.

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases}$$

NOTA IMPORTANTE

La reazione vincolare
Rdy viene calcolata
dall'equilibrio dei
momenti rispetto al
palo A (eq. cardinali
della statica).

$$\begin{cases} R_{Ax} + R_{Dx} = 0 \\ R_{Ay} - 2t - 2t + R_{Dy} = 0 \\ 2t \cdot 3m + 2 \cdot 7,5m - R_{Dy} \cdot 10,5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} R_{Ax} = -R_{Dx} \\ R_{Ay} = 2t \quad R_{Dy} = 2t \\ \frac{6 + 15}{10,5} = R_{Dy} \Rightarrow R_{Dy} = 2t \end{cases}$$

EQUILIBRIO DEI MOMENTI CON A USATO COME POLO

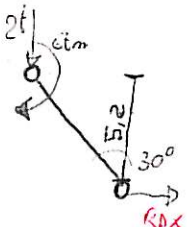
PER TROVARE R_{Dx} DEVO EQUILIBRARE I MOMENTI SULL'ASTA DC.
tenendo conto che l'appendice isostatica ha introdotto un momento
pari a 6tm e che la struttura non si muove, deve valere l'equazione...

$$6tm + 5,2 \cdot R_{Dx} = 0 \quad \text{dove } 5,2 = 6 \cos 30^\circ$$

$$\frac{6}{5,2} = -R_{Dx} \Rightarrow R_{Dx} = -1,155$$

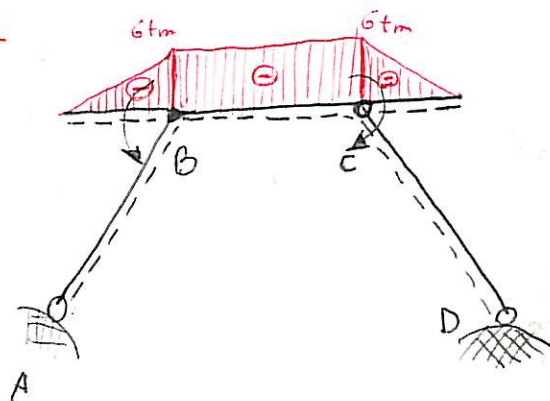
vista la simmetria della struttura si ha pure

$$R_{Ax} = 1,155 \quad \text{datti } \sum F_x = 0 \text{ (eq. della statica)} \quad \textcircled{9}$$



PASSO A TRACCIARE IL DIAGRAMMA DEI MOMENTI

DIAGRAMMA M



NOTA: * UN MOMENTO CHE TENDE LE FIBRE SUPERIORI È UN MOMENTO NEGATIVO

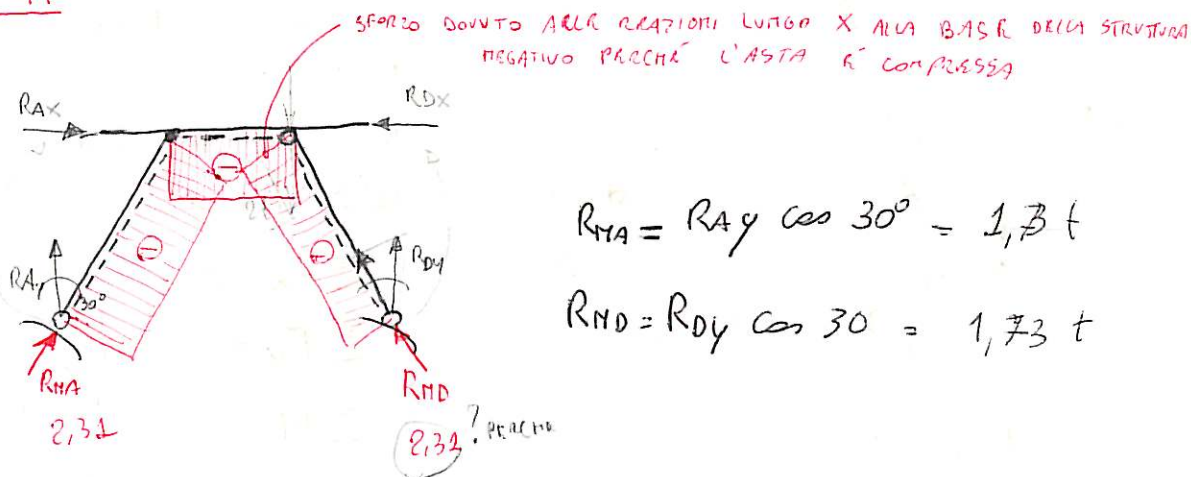
* UN MOMENTO CHE TENDE LE FIBRE INFERIORI È UN MOMENTO POSITIVO

OGNI MOMENTO SI DISEGNA DALLA PARTE DELLA FIBRE TESE

L'asta bc è sottoposta al medesimo momento da ambo i lati, perciò su di essa M è costante di tale valore.

Le aste AB e CD non sono soggette a momenti perché vincolate tramite bielle. (che consentono solo reazioni assiali)

DIAGRAMMA N



$$R_{NA} = R_{Ay} \cos 30^\circ = 1,73 \text{ t}$$

$$R_{ND} = R_{Dy} \cos 30^\circ = 1,73 \text{ t}$$

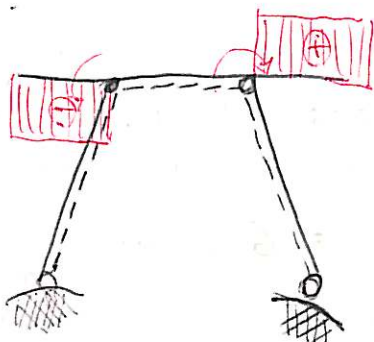
$$R_{Ay} = 2 \text{ t}$$

$$2,34$$

$$2,34$$

PERCHÉ

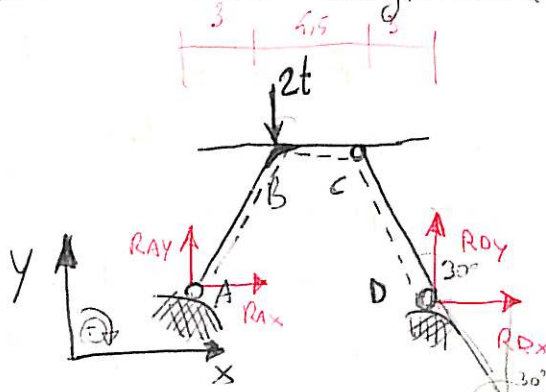
DIAGRAMMA T



I DIAGRAMMI DEL TAGLIO SI RILEVANO IN SEGNO DAL VERSO DEI MOMENTI E IN MODULO DALLE FORZE NORMALI O REAZIONI NORMALI APPLICATE ALLE ASTE.

- SE IL MOMENTO È ORARIO IL TAGLIO È POSITIVO.
- SE IL MOMENTO È ANTIDORARIO IL TAGLIO È NEGATIVO.

Sulla medesima struttura provo a spostare il carico per poi analizzare il nuovo diagramma M, N, T.



scrivo le equazioni cardinali della statica.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2t \cdot 3 - R_{Dy} \cdot 10,5 = 0 \\ 6 = R_{Dy} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} R_{Dy} = 0,571 \end{array} \right.$$

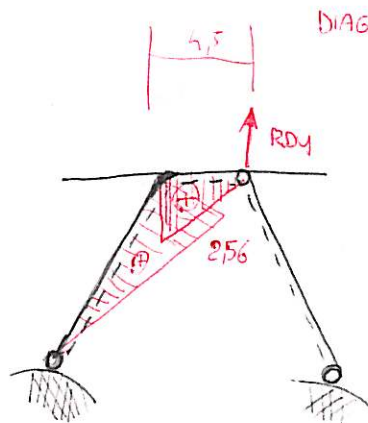
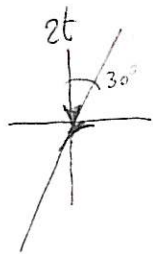


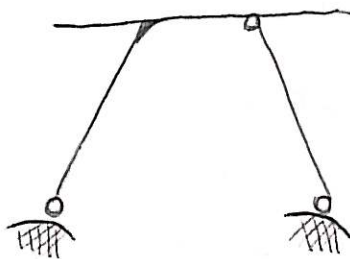
DIAGRAMMA M

$$R_{Dy} \cdot 4,5 \text{ m} = 0,571 \cdot 4,5 = 2,56 \text{ t·m}$$

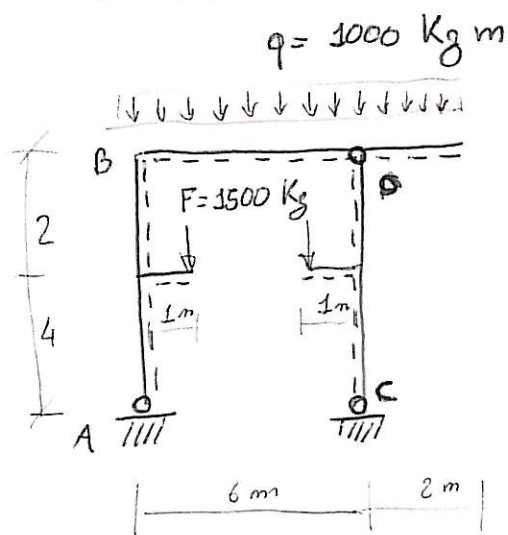
- è un momento che tende le fibre inferiori e quindi è positivo. Si disegna sotto.

- La salolatura consente il ribaltamento del momento massimo sull'asta contigua.

ovviamente la reazione R_{Ay} non comporta alcun momento rispetto al polo A (braccio nullo)



STRUTTURA N° 6



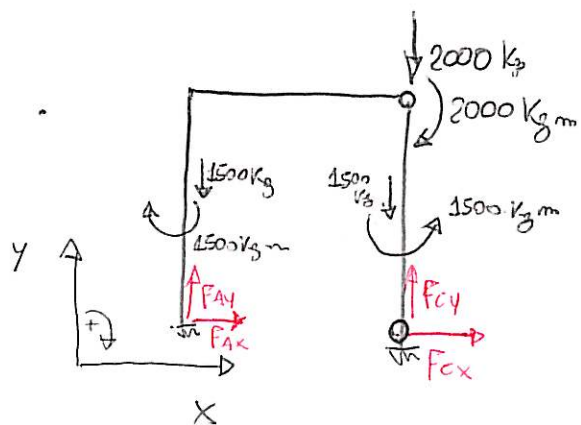
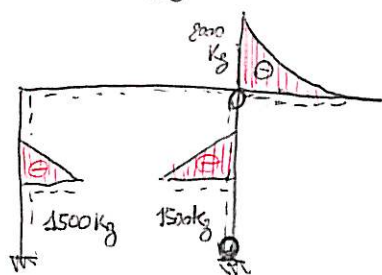
come primo passo si studiano le appendici isostatiche. Esse possono essere sostituite con i loro effetti nei loro punti di incastro perfetto.

NOTIAMO innanzitutto che il carico superiore non è concentrato ma distribuito, esso dà origine ad un ~~carico~~ momento parabolico.

$$1000 \text{ Kg} \cdot 2 \text{ m} = 2000 \text{ Kg m}$$

Mentre le altre due appendici isostatiche sono soggette ad un carico concentrato e quindi ad un momento lineare.

La struttura è soggetta per le appendici a:



sulla struttura risultante vale ad indicare le reazioni vincolari secondo un sistema di riferimento prescelto.

NELLA BIELLA SONO PRESENTI COMPONENTI NON ASSIALI (CASO PARTICOLARE, di fatti di solito essa trasmette solo componenti longitudinali).

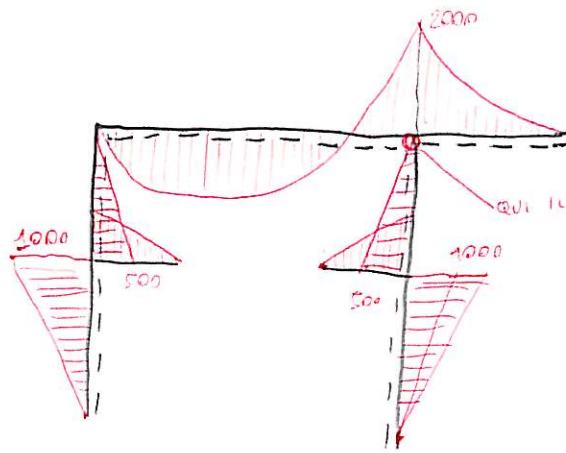
Scriviamo le equazioni che impongono le condizioni di stabilizzazio-

$$\sum M_A \Rightarrow \sum F_e + F_{cy} \times 6 = 0$$

$$\sum M_c \Rightarrow \sum F_e + F_{Ay} \times 6 = 0$$

$$\sum M_B \Rightarrow \sum F_e(BL) = 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \begin{aligned} F_{Cx} &= 250 \text{ K}_2 \\ F_{Ax} &= 250 \text{ K}_2 \end{aligned}$$



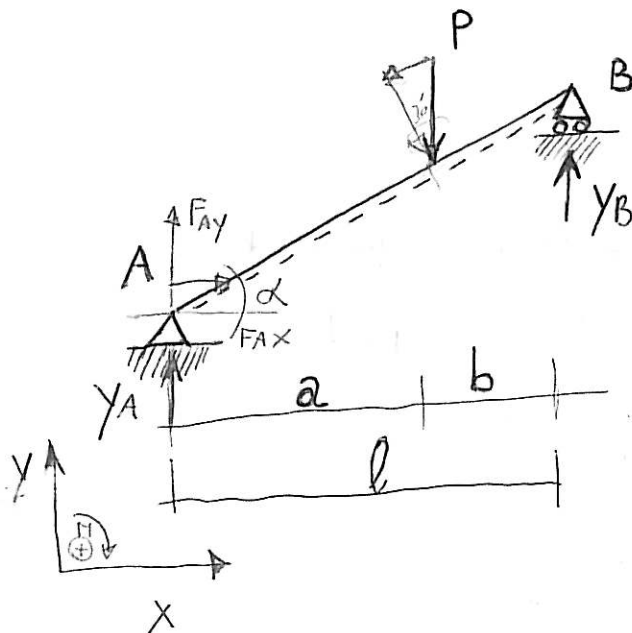
~~QUIL~~ IL MOMENTO È NULO PERCHÉ C'È UNA CERNIERA

STRUTTURA N° 7

EQUAZIONI CARDINALI DELLA STATICA

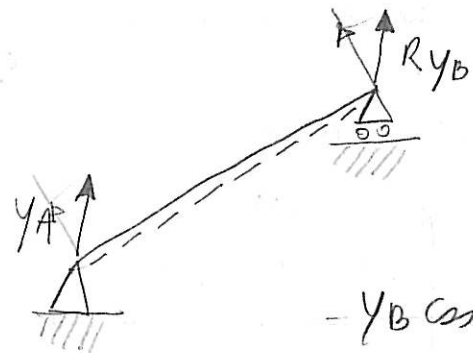
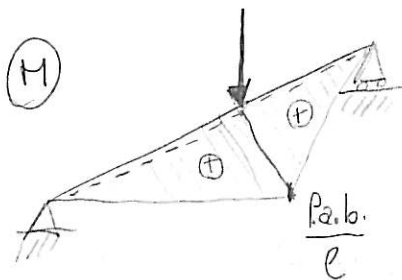
$$\begin{cases} \sum F_{Rx} = 0 \\ \sum M_B = 0 \Rightarrow -y_B \cdot l + Pa = 0 & y_B = \frac{Pa}{l} \\ \sum F_{Ry} = 0 \end{cases}$$

$$\sum M_a = 0 \Rightarrow y_A l + Pb = 0 \quad y_A = \frac{Pb}{l}$$



$$y_A + y_B = \frac{Pa}{l} + \frac{Pb}{l} = \frac{P(a+b)}{l}$$

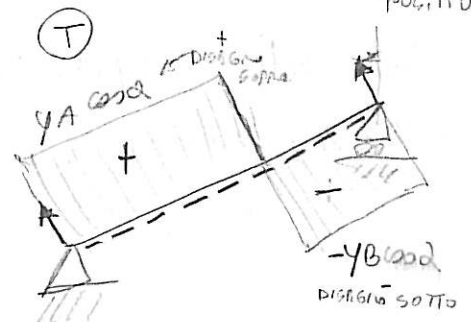
Punto di massimo



$-y_B \cos \alpha$ DA ORIGINI AD UN MOMENTO NEGATIVO

$y_A \cos \alpha$ DA ORIGINI AD UN MOMENTO POSITIVO

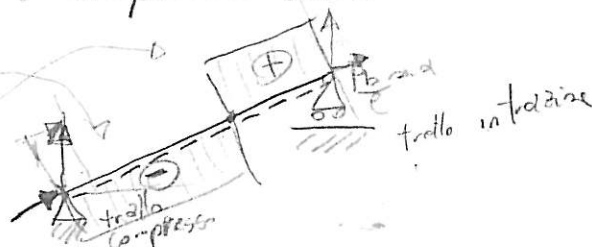
$$\begin{cases} y_B \cdot b = \frac{Pa \cdot b}{l} \text{ tende le fibre inferiori (positivo)} \\ y_A \cdot a = \frac{Pb \cdot a}{l} \text{ tende le fibre inf. (positivo)} \end{cases}$$



Per gli sforzi normali trova le componenti assiali

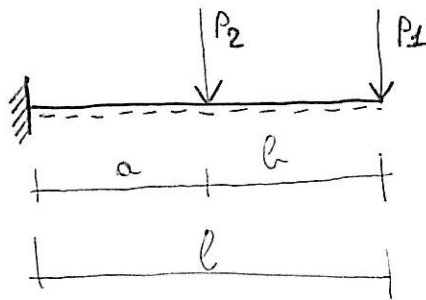
$$y_B \sin \alpha = \frac{Pa \sin \alpha}{l}$$

$$y_A \sin \alpha = \frac{Pb \sin \alpha}{l}$$



STRUTTURA N° 8

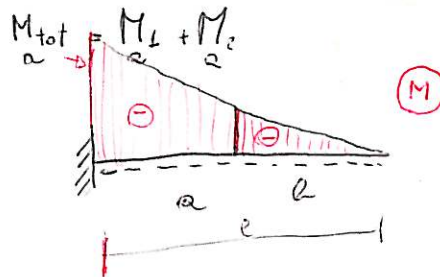
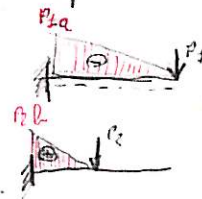
Questo è un esempio molto semplice ma significativo.
Si tratta di una mensola incastata con un doppio carico concentrato.



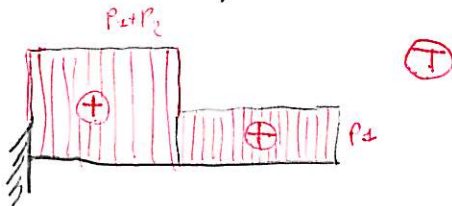
- Si usa il principio di sovrapposizione

$$1) M_1 = P_1 \cdot l$$

$$2) M_2 = P_2 \cdot a$$



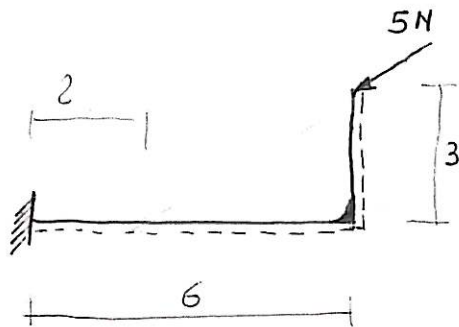
Per quanto riguarda il
Taglio: esso è positivo
per tutta la lunghezza
della mensola visto che le forze esterne applicate inducono un
momento orario, ma il diagramma avrà una discontinuità.



In questo caso non esistono sforzi normali perché le
forze esterne applicate non hanno componenti tangenti
alla mensola.

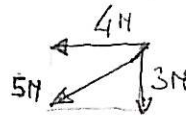
STRUTTURA 9

Caso semplice ma significativo con appendice isostatica.



si noti che la saldatura riporta il momento sull'asta adiacente, essa non è un vincolo.

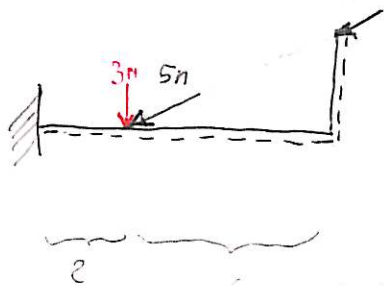
Di norma viene dato l'angolo con cui la forza agisce sulla appendice isostatica, qui invece si dà direttamente la scomposizione lungo x e y .



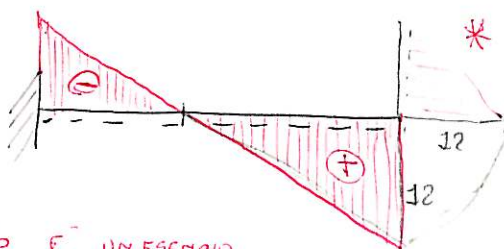
ovviamente sono state fatte semplici considerazioni trigonometriche.



È importante analizzare l'effetto della forza obliqua sulla trave orizzontale. Notiamo innanzitutto che essa incontra a due metri dall'incastro, punto in cui è come se vi fosse applicata perpendicolarmente e di valore 3.



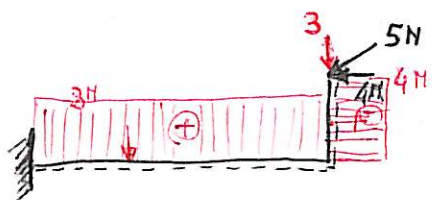
* Nel primo tratto si ha un momento pari a $3 \cdot 2 = 6$ orario, che quindi comprime le fibre ~~superiori~~ (per convenzione disegnato dalla parte delle fibre tese risulta negativo)



* QUESTO È UN ESEMPIO MOLTO IMPORTANTE.

* Nel secondo tratto si ha che bisogna riportare il momento dovuto all'asta verticale sull'estremo destro e lì applicare il P. di sovrapposizione con gli effetti della forza applicata all'asta orizzontale.

DIAGRAMMA T



- * Scomporre le forze esterne lungo le direttrici.
- * Considerare le forze normali alle aste (componenti delle forze esterne)
- * Per ogni asta controllare se è soggetta a momento.

- 1) Se un'asta è soggetta ad un momento orario in essa sarà applicato un taglio positivo che si disegna sopra rispetto alle fibre segnate.
- 2) Se un'asta è soggetta ad un momento antiorario in essa sarà applicato un taglio negativo che si disegna sotto ovvero dalla parte delle fibre segnate.
- 3) È importante notare che non c'è taglio se non c'è momento applicato.

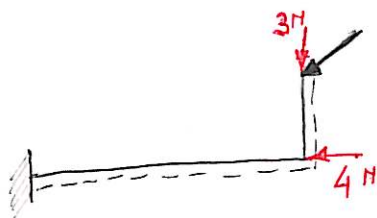
Se ne può in prima istanza dedurre che il taglio è legato al momento tramite un processo di derivazione. Lungo una direzione X si ha che

$$\frac{\partial M}{\partial X} = T$$

D'altro canto derivando il taglio lungo la medesima direzione si troverà la forza esterna agente cambiata di segno.

$$\frac{\partial T}{\partial X} = -P_n$$

Vediamo il diagramma degli sforzi normali.

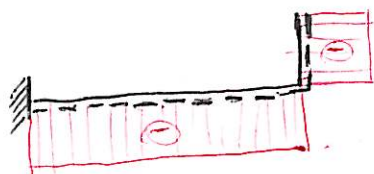


* L'asta orizzontale è compressa
quindi lo sforzo normale è negativo.

L'asta verticale è compressa

* quindi lo sforzo normale è negativo.

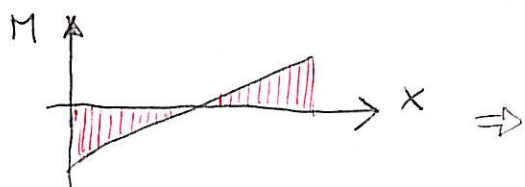
NOTA: lo sforzo normale negativo si disegna sotto (PARTE DELLE FIBRE SEGNATE) mentre quello positivo si disegna sopra.



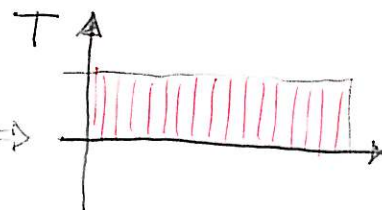
ATTENZIONE

Un'asta può essere sottoposta solo a momenti senza avere un carico p ad essa applicato.

In questo caso si può avere che:



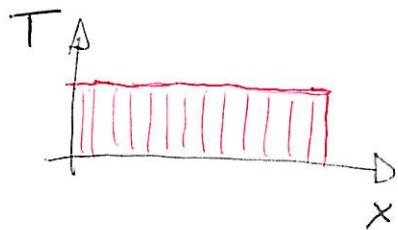
$$\frac{\partial M}{\partial x} = T = \text{cost} \Rightarrow$$



Dato un momento lineare

si ha un taglio costante (quadrato) che può essere positivo o negativo.

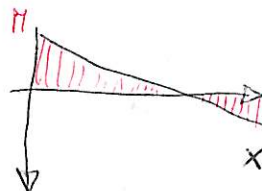
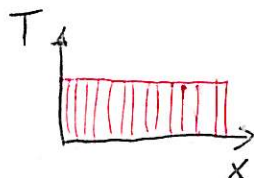
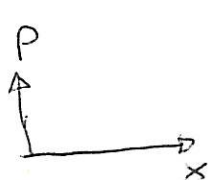
Da cui derivando ulteriormente si ha:



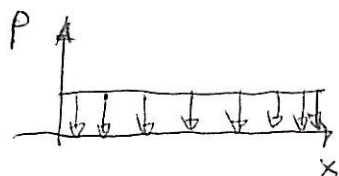
$$\frac{\partial T}{\partial x} = -P_n = (\text{nullo})$$



Quindi



Supponiamo ora di essere in presenza di uno ^{CARICO} sforzo applicato distribuito:



dalla relazione:

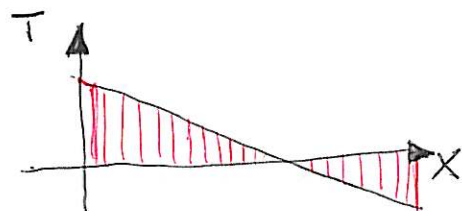
$$\frac{\partial T}{\partial x} = -P_n$$

si ottiene

$$T = -\int P_n dx -$$

e tenendo conto che l'integrale di una costante è una retta inclinata (rampa)

si ottiene:



e ancora da

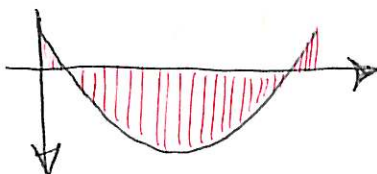
➔ dalla relazione

$$\frac{\partial M}{\partial x} = T$$

integrando ambo i membri:

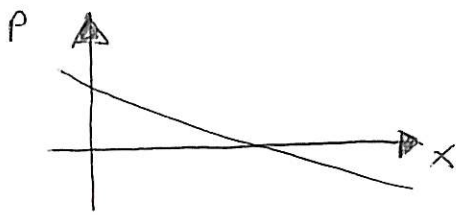
$$M = \int T dx$$

tenendo presente che l'integrale di una rampa è una parabola:

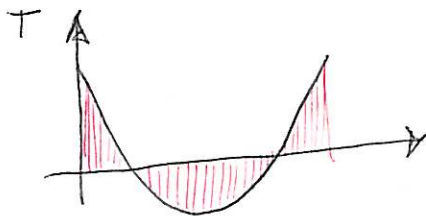


consideriamo ora il caso in cui il carico aumenti linearmente:

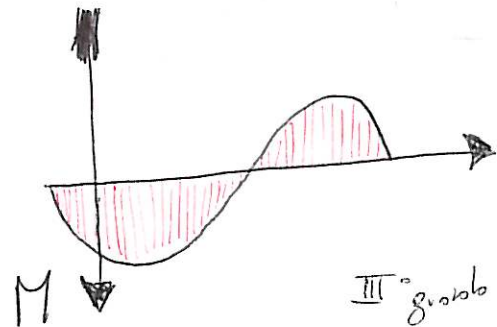
$$P = k \cdot x$$



$$-\int P dx = -\int kx dx = -k \frac{x^2}{2} \quad \text{PARABOLA}$$



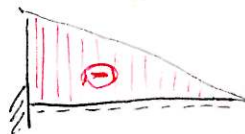
integrando ulteriormente si ottiene



Nel caso più classico "di carico concentrato" si ha:



$$M = P \cdot x$$

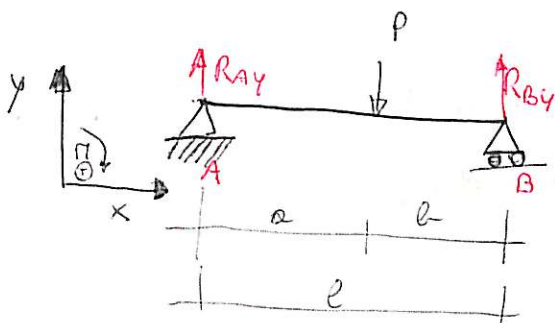


$$T = -P$$



ABBIAMO GIÀ VISTO CHE CAMBIANDO LE CONDIZIONI AL CONTORNO (cioè cambiando il sistema dei vincoli) LO STUDIO DI M, N, T ,

PUÒ PARTIRE DA PUNTI DIVERSI (AD ESEMPIO DALLE REAZIONI VINCOLARI). Perciò nel caso di trave sospesa tra due vincoli è opportuno ricercarsi le reazioni vincolari e studiare i momenti generati da essi.



$$\begin{cases} \sum M_A = 0 & R_{By} \cdot l - P \cdot a = 0 \Rightarrow R_{By} = \frac{P \cdot a}{l} \\ \sum M_B = 0 & R_{Ay} \cdot l - P \cdot b = 0 \Rightarrow R_{Ay} = \frac{P \cdot b}{l} \end{cases}$$

CONSIDERATO ORA IL PUNTO DI APPLICAZIONE DI P come il braccio per le due forze si ha:

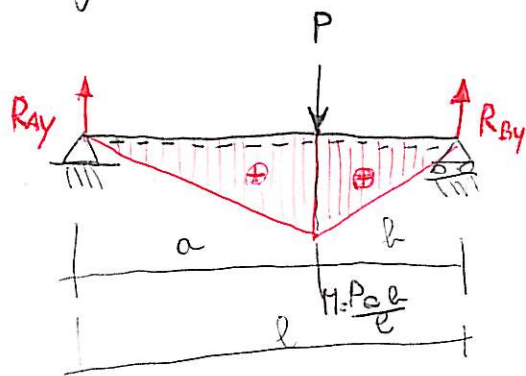
$$M_A = R_{By} \cdot a = \frac{P \cdot b \cdot a}{l} \quad M_B = R_{Ay} \cdot b = \frac{P \cdot a \cdot b}{l} \quad (2)$$

ne consegue che:

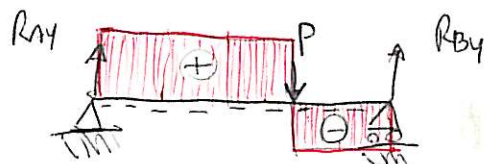
20/07/99

8:10

USCITA PONTE DELLA ALPI BELLUNO



Il diagramma del Taglio dovuto alle reazioni vincolari vale:



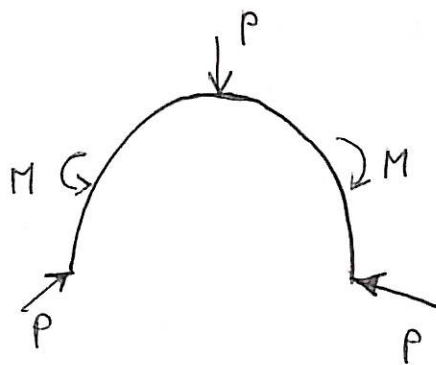
convenzione: 1) Il taglio è positivo e

si disegna sopra se è originato da un momento orario

2) Il taglio è negativo e si disegna sotto se è originato da un momento antiorario.

non essendoci componenti longitudinali rispetto alle aste non vi è sforzo normale. (comparare se il sistema fosse inclinato o se fosse inclinata la forza applicata).

STRUTTURE AD ARCO

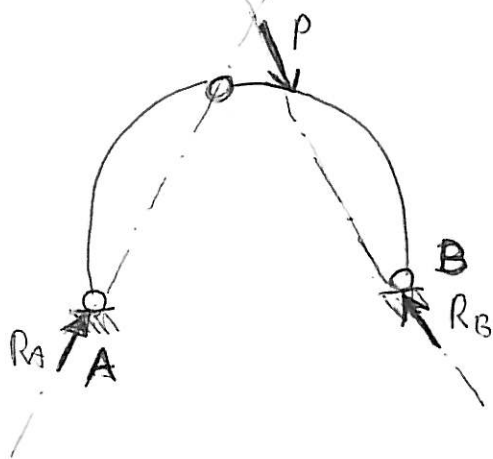


Si definisce arco una struttura di curvatura limitata non trascurabile per la quale vale

$$\begin{cases} \sum F_i = 0 \\ \sum M_i = 0 \end{cases}$$

* Può esserci un arco anche senza vincoli. (almeno teoricamente)

➡ Se si suppone l'arco vincolato per esempio tramite un incastro un qualsiasi sistema di forze è equilibrabile.



ARCO A 3 CERNIERE

Siccome i momenti devono essere nulli le reazioni devono avere braccio nullo, quindi le direzioni su cui agiscono possono essere ricavate abbastanza intuitivamente.

Lo sforzo è allineato con le cerniere visto che il braccio deve essere nullo.

Il ragionamento sopra disegnato è stato possibile perché mezzo arco era scarico.

BELLUNO 20/07/99

Ma 10 → 12

Me pom 16 → 19

Gi 9 → 12

Ve 9 → 12

Lunedì - giovedì corso

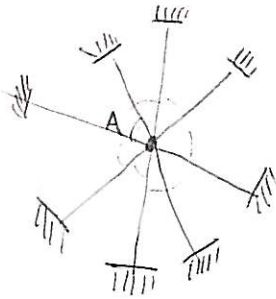
• Venerdì prova scritta in mattinata.

CROSS A MODI SPOSTABILI (1 PORTANTE POI SONO DUE) NOTA Se rotazioni sono 0 ignote

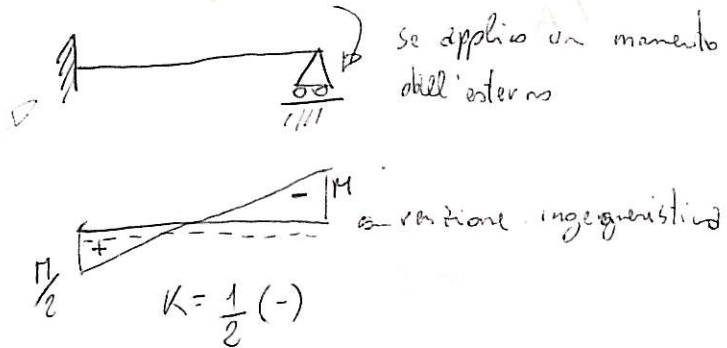
- Partiamo dal presupposto che ci sia congruenza e trovati la condizione equilibrata.

Si applica al sistema ad alto grado di iperstaticità.

φ_A = rotazione di A



①



cerchiamo di riportare la rotazione in momenti

RIGIDEZZA

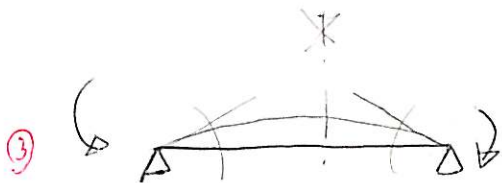
$$W_B = \left(\frac{M}{\varphi} \right)_B = \frac{4R}{e} = R = EJ \quad \text{il 4 è dovuto all'incastro}$$

Se invece avessi



il 3 è dovuto alla presenza della cerniera.

$$W_B = \frac{3R}{e}$$

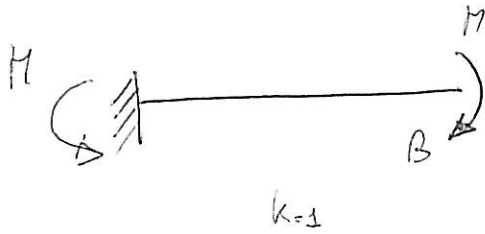


S (simmetria) $W = \frac{2R}{e}$



A (antisimmetria) $W = \frac{6R}{e}$

⑤ caso della mensola



$$W_B = \frac{R}{E}$$

RIGIDEZZA
TERMINALE

NOTA: con questi 5 casi di rigidezza risolviamo tutti i telai

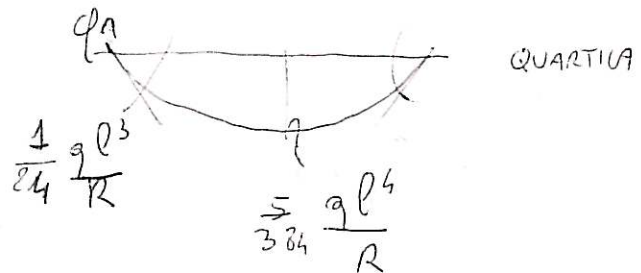
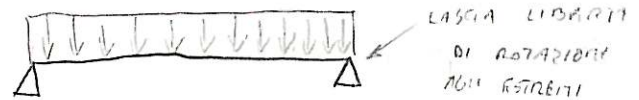
METODO D. SPOSTAMENTI

MOM DI INCASTRO PERFETTO

Si tratta di studiare gli estremi delle aste ovvero studiamo la

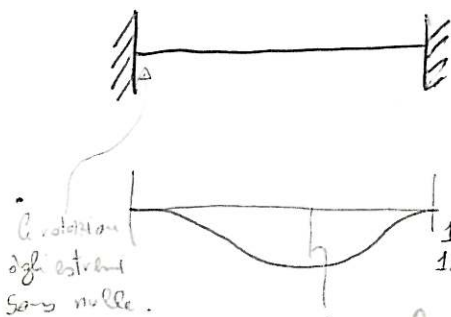
ROTAZIONE ASSOLUTA DEI MODI E GLI SPOSTAMENTI

Da qui possiamo conoscere il problema ad infiniti gradi di libertà all'interno delle aste.



Validiamo un caso con doppio incastro.

GLI INCASTRI PERFETTI ANNULLANO LA ROTAZIONE AGLI ESTREMI (ovvero sono applicati dei momenti dai vincoli che si chiamano MOMENTI DI



INCASTRO PERFETTO)

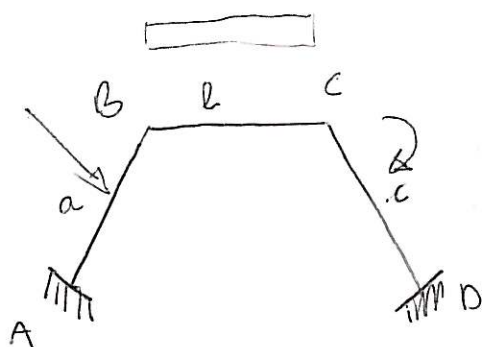
$\frac{1}{5}$ del precedente calcolato con i vincoli non di incastro perfetto

Dal concetto di RIGIDEZZA bisogna riportarsi ai MOMENTI OTTENENDO UN SISTEMA MATRICIALE.

ESEMPIO CROSS A MODI SPOSTABILI

(QUANTO SEGUIRSI FA SOLO SUI PORTANTI)

Supponiamo che non ci sia simmetria
(le aste sono messe a caso)

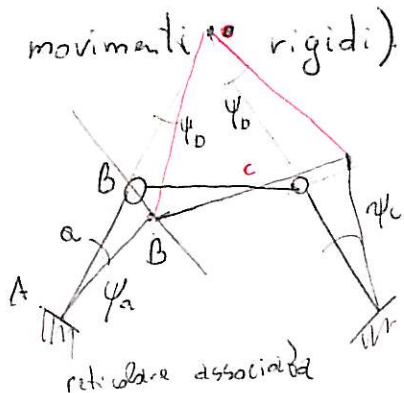


* Bisogna definire la geometria,
esempio coordinate dei nodi e
lunghezza aste.

* Assegnare i carichi e, moment

Come posso dire se i nodi sono fissi o spostabili?

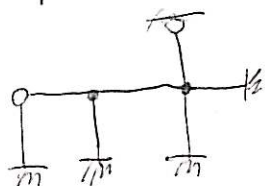
sostituisco i nodi con cerniere e vedo se la struttura
che nasce è labile (ovvero può fare delle rotazioni o
movimenti rigidi).



L'asta c alla fine ruota attorno al punto O

ψ_n sono le rotazioni delle aste che garantiscono
alla fine che il telaio sia a nodi
spostabili.

un esempio di nodi fissi è



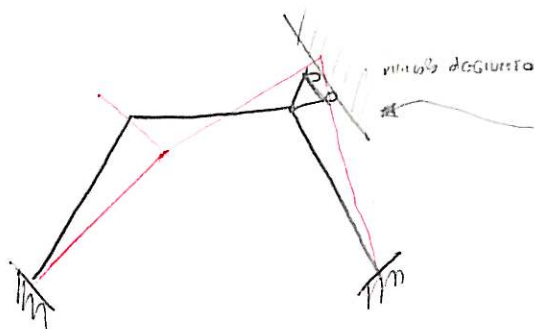
non ci possono essere spostamenti dei
nodi, al massimo rotazioni.

si usa il metodo dei vincoli ausiliari (vedi Pozzati) nelle strutture
a nodi spostabili (si passa attraverso ai nodi fissi)

Se la struttura è a nodi fissi è sufficiente il CROSS.

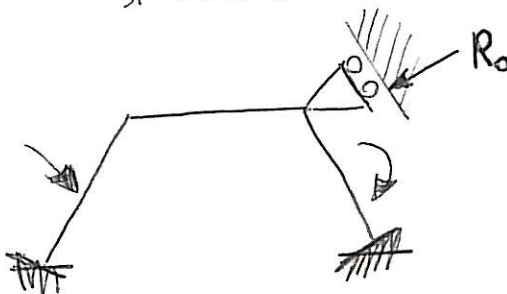
EQUAZIONE DI CATENA

METODO VINC. AUSIL. (cross anche più applicazioni)
eq. di catena



ci si "inventano" dei vincoli che bloccano la cedevolezza della struttura.
si chiamano vincoli ausiliari che restituiranno i momenti agli estremi delle aste

SI OTTIENEA



parametri dei nodi interni $\Rightarrow$ TEOREMA dei Lavori virtuali

$$\sum (m_{p_r} + m_{q_r}) \psi_r + \mathcal{L}_{est} + \mathcal{L}_{R_0} = 0$$

lavoro compiuto dalle f. est.

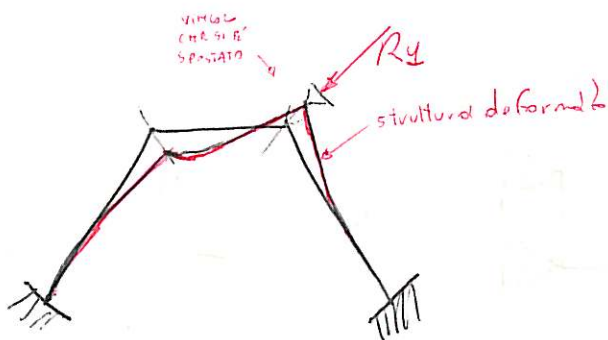
NOTA IMPORTANTE

se tutte le quantità di quanto sopra scritto fossero forze "ESTERNE" potrebbe essere un'applicazione del PRINCIPIO DEI LAVORI VIRTUALI

$$\mathcal{L}_i = \mathcal{L}_e \quad \mathcal{L}_e = 0$$

CHIAMIAMOLO EQUAZIONE DI CATENA

Lo scopo è quello di rendere nullo $\mathcal{L}_i$ o R_0



La R_1 nasce quando deforma la struttura.

se $R_1 = R_0$ il

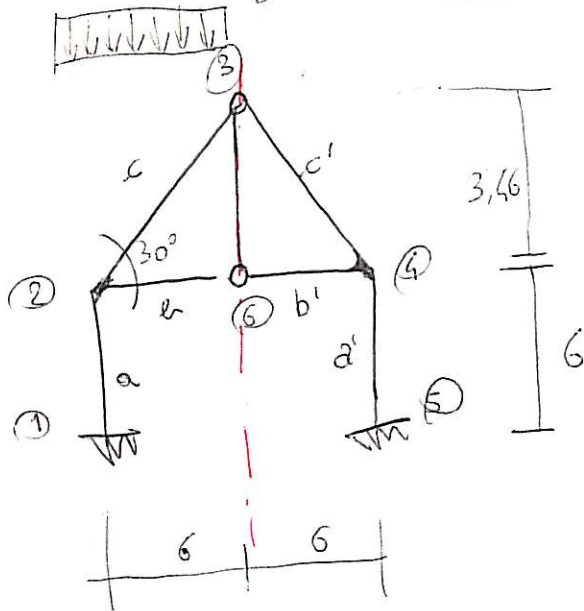
vincolo è scarico (difatti sulla struttura originaria non c'era).

Scrivo un'equazione lineare $R_0 + \alpha R_1 = 0$ (posto = a zero) $\Rightarrow \alpha = -\frac{R_0}{R_1}$
notare che per scrivere l'equazione con il + dobbiamo orientarli nella
struttura R_0 e R_1 nella stessa direzione.

4000 kg/m

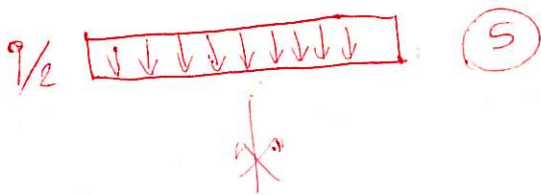
ESERCIZIO

(vedi fotocopie)

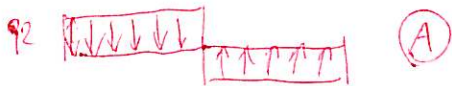


In 4 e 2 c'è incastro quindi nessuna rotazione relativa.
Le aste sono saldate.

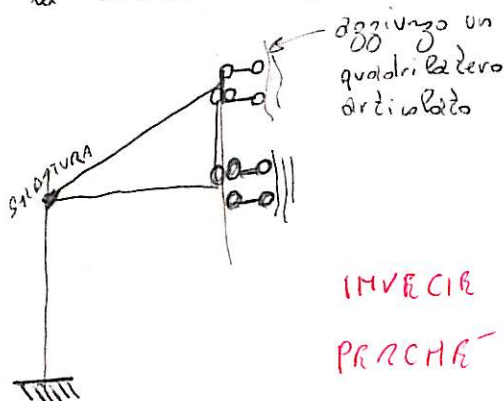
- La simmetria è data ANCHE dai vincoli non solo dalla forma.
- Il carico può essere dato simmetrico oppure no come in questo caso (carico generale o generico) con una parte antisimmetrica e una simmetrica.



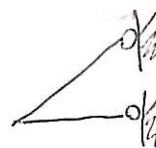
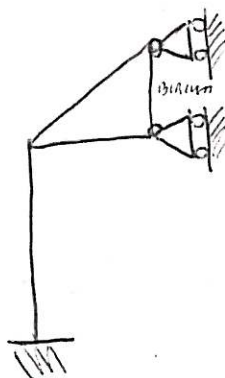
e successivamente sovrapporre gli effetti



1) studio la simmetria (si dovrebbe fare così per la simmetria)

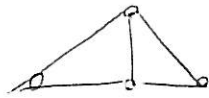


INVECE NON CI VANNO I QUADRILATERI
PERCHÉ IL TESTO VIENE DATO COME
IN GRADO DI ASSORBIRE MOMENTO
La struttura allora è:

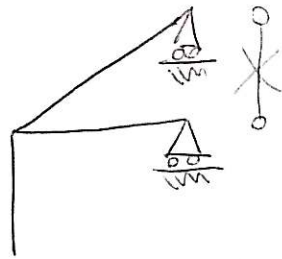


come se
fossero due
corni e si
sposta perché
i nodi
non si possono
spostare.

quindi il triangolo è rigido e la bilia ha lo scopo solo di non far deformare la base.



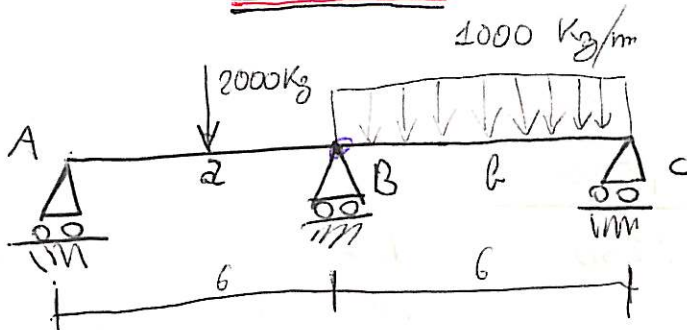
La parte antisimmetrica è a nodi spostabili ed è più semplice



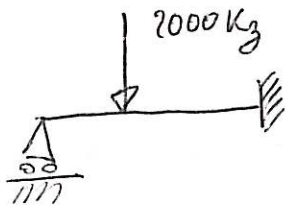
La bilia si può eledere.

ESERCIZIO

Trave continua su tre appoggi



studio la trave in due parti
obbligando i vincoli



$R = \text{cost}$ rigidità a flessione costante

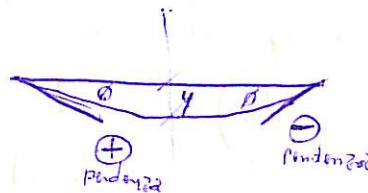
dove la rigidità deriva dal rapporto

$$R = \frac{M}{\phi} \quad \begin{matrix} \text{momento} \\ \text{rotazione} \end{matrix}$$

$$W_2 = R_2$$

NOTA

Una trave solloposta da una forza da una deformata.



$$\phi = \frac{dy}{dx} \quad \text{rotazione}$$

$$\kappa = \frac{d^2y}{dx^2} \quad \text{curvatura}$$

IPOTESI

Le analogie sono

$$\begin{matrix} P^* \Rightarrow T^* \Rightarrow M^* \\ \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \\ \phi \rightarrow \phi \rightarrow y \\ \frac{dy}{dx} \quad \frac{dx}{dx} \quad y \end{matrix}$$



$$\frac{3}{16} p l$$

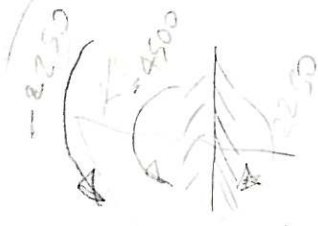
MOMENTO DI INCASSO PERFETTO
(E NOTAZIONE PRIMA)

RIGIDEZZA ROTAZIONALE

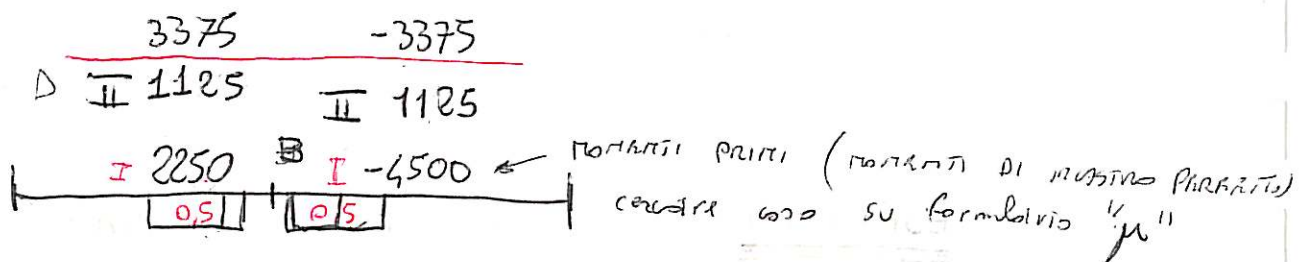
$$R_a = \frac{W_a}{W_a + W_b} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ coefficiente di ripartizione}$$

$$R_b = \frac{W_b}{W_b + W_a} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$R_b = \frac{W_b}{W_b + W_a} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} = 0,5$$



$$K_2 R_2 = R_2$$



* SOMMA I MOMENTI PRIMI

$$2250 + (-4500) =$$

= 2250 che devo riportare secondo i coefficienti di ripartizione (in questo caso diviso per due)

MULTIPLICO PER I COEFFICIENTI DI RIPARTIZIONE

$$- 2250 : 2 = -1125$$

* Lo cambio di segno e lo metto al livello II chiedere a Majorano

* poi per concludere l'anno e vedo se sono uguali e opposti

se sono uguali e opposti mi fermo altrimenti itero (metodo del rilassamento) se il valori differiscono di molto poco allora mi fermo ugualmente (tolleranza)

Possio ora disegnare il diagramma dei momenti.

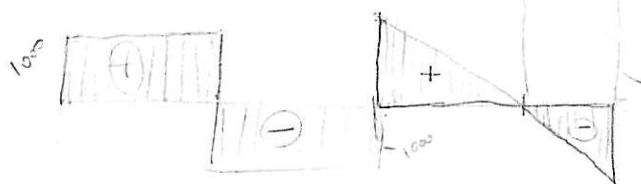
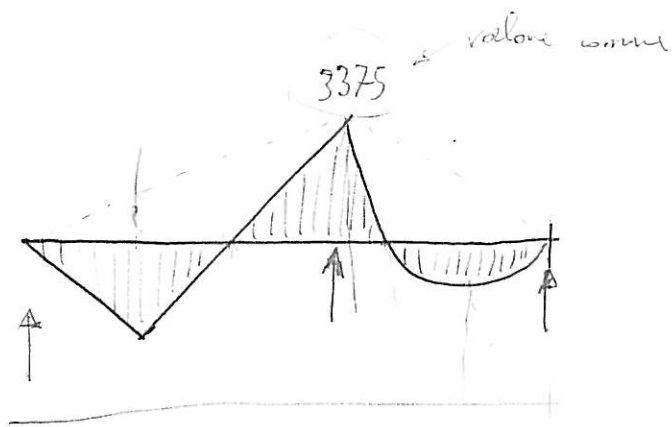
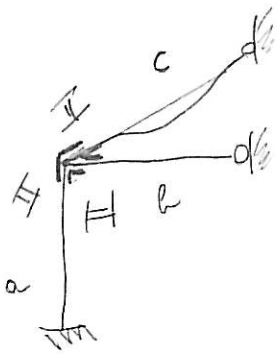


DIAGRAMMA DEL TAGLIO

Su dispensa gialla da pag. 68 a pag. 78 → metodo dei pezzi dal 78 in poi in dettaglio.

22/07/99 MR.

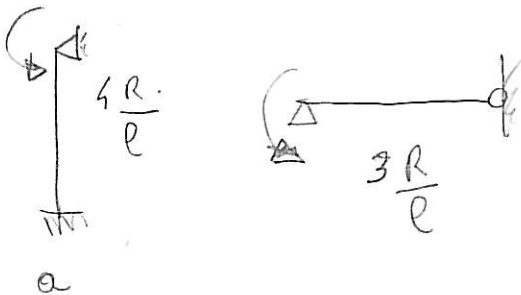


trasferire un momento da una parte all'altra della struttura significa cambiare segno
Voliamo come si ripartisce in questo caso tutte le aste sono date una R uguale

$$W_a = \left(4 \frac{R}{l}\right) a \quad R_a = \frac{W_a}{\sum W}$$

$$W_b = \left(3 \frac{R}{l}\right) b$$

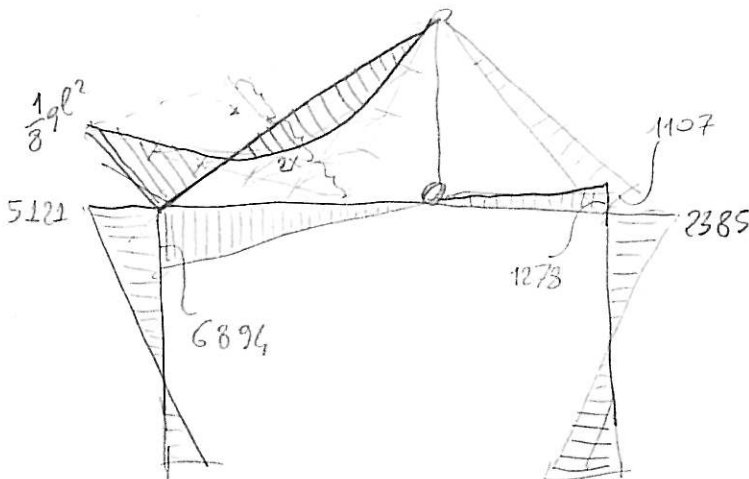
$$W_c = \left(3 \frac{R}{l}\right) c$$



Per l'antimetria



Per tracciare la parabola

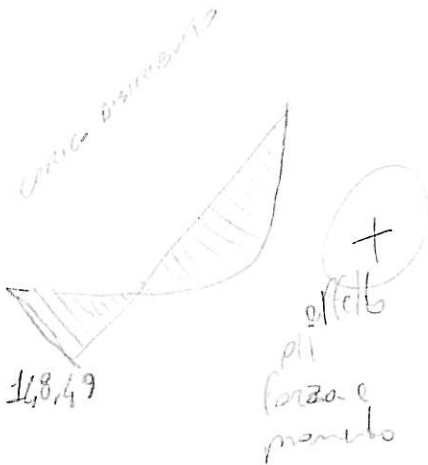
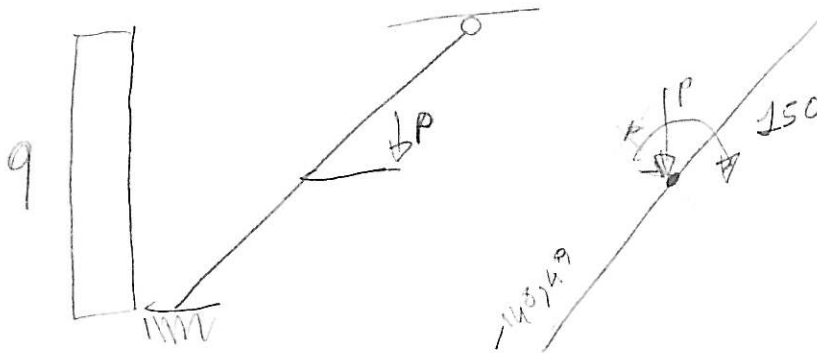


SUI 11001 LA SOMMA DEI MOMENTI
VALG O PAR OGNI 1000

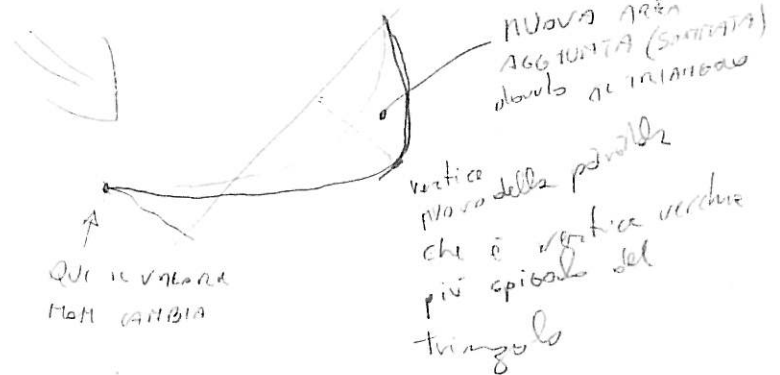
nel metodo delle forze le soluzioni sono sempre equilibrate e tra di esse si trova quella congruente.
 Cross invece lavora al rovescio, tra le soluzioni congruenti si cerca quella equilibrata.

ESEMPLO DI ASTA CON APPENDICE

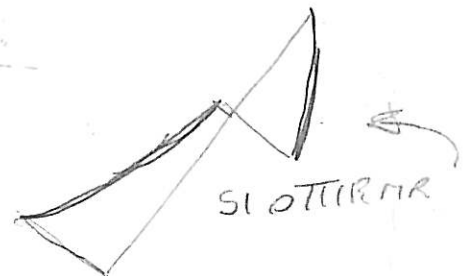
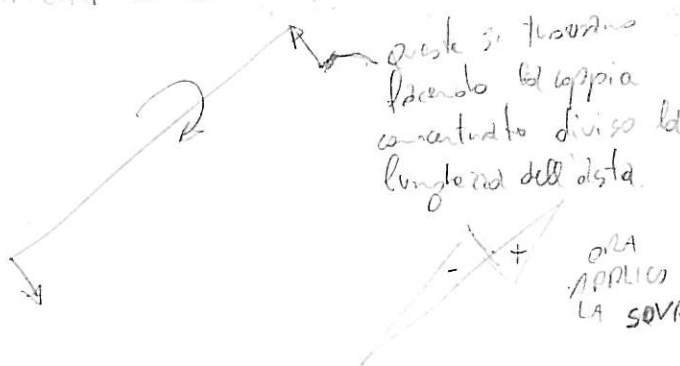
Si usa il Princ. di Sovrapposizione.



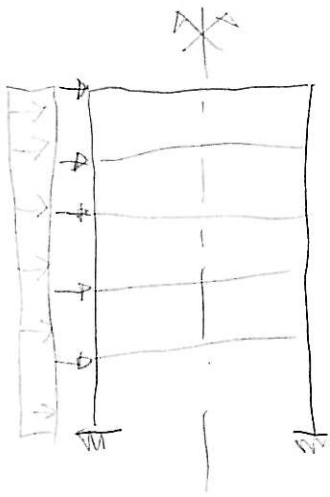
BISOGNA SOVRAPPORRE
 IL TRIANGOLO ALLA PARABOLA
 * SI SPOSTA IL VERTICE DELLA
 PARABOLA



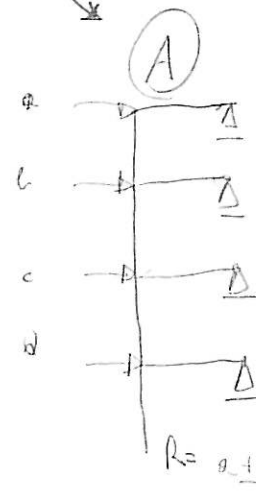
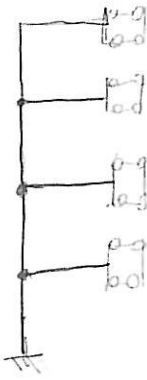
ORA BISOGNA AGGIUNGERE
 ANCHE LA COPPIA concentrata



ORA
 APPLICHO ANCORA
 LA SOVRAPPOSIZIONE



(S)

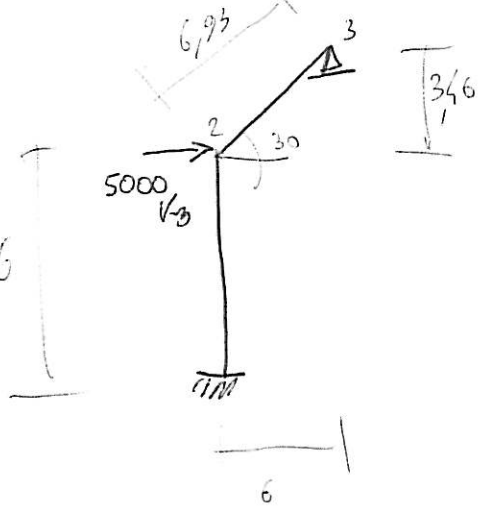


nel p. le antinomie
le forze sono equiverse

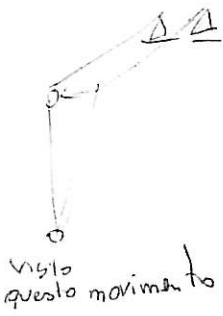
Poi si sovrappongono gli effetti dei risultati di cross sulla
simmetria e del Portati sull'antinomia.

ESERCIZIO

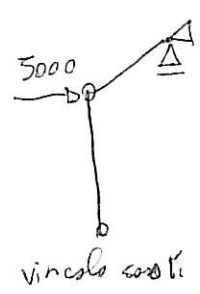
CROSS - PORTATI



vincoli ausiliari
(metto il vincolo che
impedisca lo spostamento sulla reticolare associata)



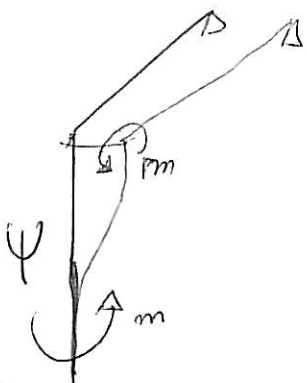
=>



1° caso
nella struttura
SI applica
CROSS
su questo
struttura o
nodi fissi

il diagramma
dei momenti è
tutto nullo

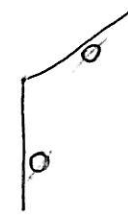
nel secondo studio di cross si ha



$$-\frac{6R}{e}$$



$$-\frac{3R}{e} \psi$$

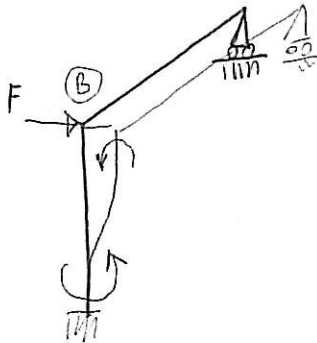


$\delta_{ell} = \Delta b =$ equazione di piano che può in questi casi sostituire l'equazione di catena.

GIOVEDÌ 22/07/99

ALVA POZZATI

* SI APPLICA SE CI SONO SPOSTAMENTI PRIVI DI ROTAZIONI SUI NODI



SI IMPOSTA UNA EQUAZIONE DI CONGRUENZA

$$\frac{\delta}{R} = 0$$

equazione di congruenza indica non rotazione o spostamento

$$\frac{F \cdot l^2}{2R} - \frac{Ml}{R} = 0 \quad M = \frac{Fl}{2}$$

APPLICAZIONE GRADUALE DI FORZA



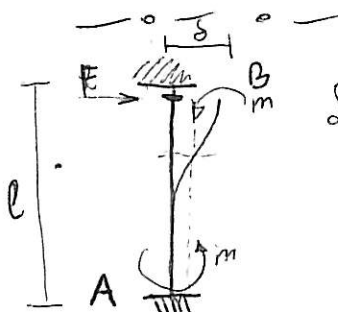
$$\frac{Fl^2}{2R}$$

$$\frac{Fl^3}{3R}$$



$$\frac{Ml}{R}$$

$$\frac{Ml^2}{2R}$$

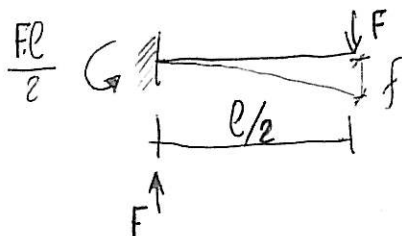


La situazione è antisimmetrica

$$\delta = \psi \cdot l$$

$$F \cdot l = 2m \quad F = 2m \cdot l$$

Esaminando la metà superiore della trave, si osserva che si comporta come una mensola.



$$f = \frac{1}{3} \frac{F \cdot (l/2)^3}{R} = \frac{Fl}{24R}$$

valore della freccia per il calcolo di Mthore.

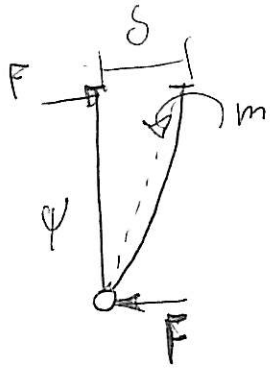
$$f = \frac{Fl}{24R}$$

$$\delta = \frac{Fl^3}{12R} = \frac{2m \cdot l^2}{12R} \quad (35) \quad 6 \rightarrow$$

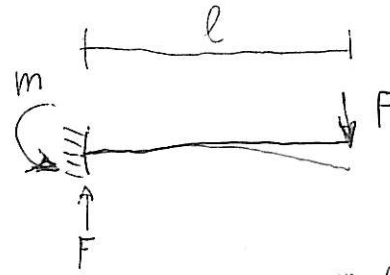
$$\psi \cdot l = \frac{m l^2}{6R}$$

$$m = \frac{6R}{l} \psi \Rightarrow m_I = -\frac{6R}{l} \psi$$

invece con la cerniera si ha:



$$F \cdot l = m$$

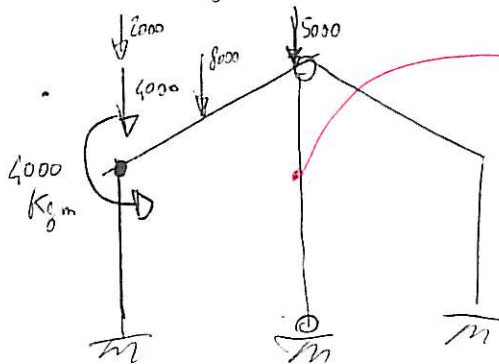
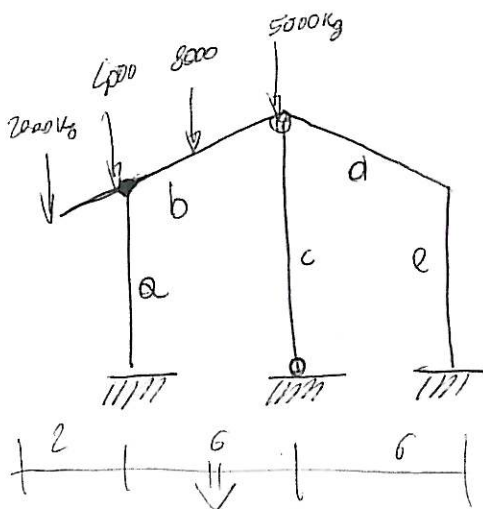


$$F = \frac{1}{3} \frac{F l^3}{R} = \delta$$

$$\psi \cdot l = \frac{m l^2}{3R}$$

$$m = \frac{3R}{l} \psi$$

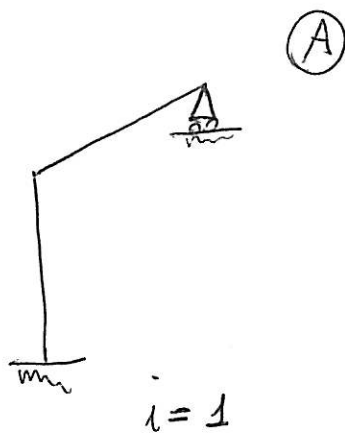
$$m_I = -\frac{3R}{l} \psi$$



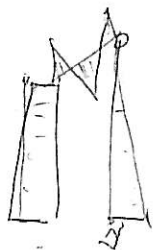
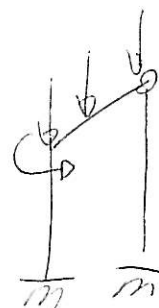
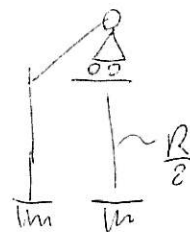
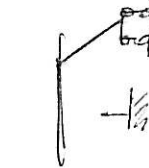
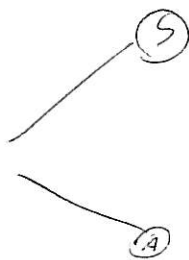
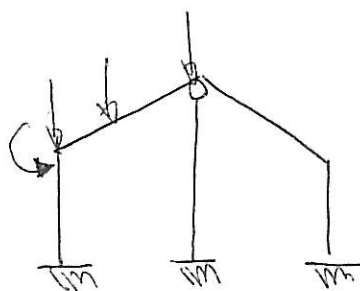
5

IL CARRELLO SOSTITUISCE
LA BIELLA SULL'ASSE
MA IL SUO SFORZO
RAGGIUNGE I PUNTI
A MATR DI QUELLO
DALLA BIELLA

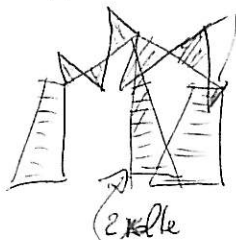
$\lambda = 3$



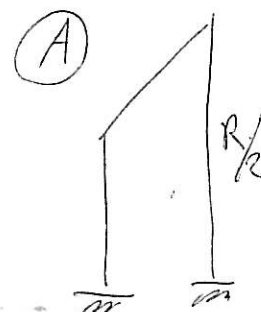
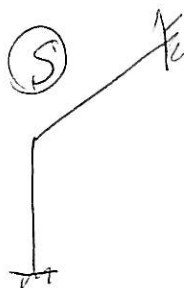
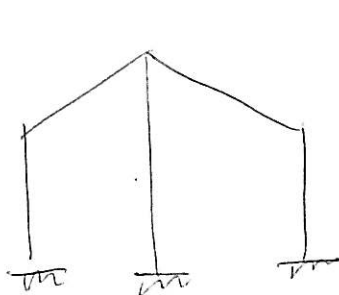
Se invece della biella ci fosse stata un'asta incastrata al suolo



Per disegnare il diagramma M completo
si raddoppia il momento sull'asta sull'asse



Se nella incastro sia sopra che sotto nell'asta entrel si ha:



Momenti nodali (dove convergono più aste)



Il momento esterno va considerato nel momento in cui si esegue lo sbalzo alla Cross

Regole

Prendere la somma dei momenti primi, cambiarla del segno
Sommare il numero del nodo e ripartire per i coefficienti di ripartizione.

$$\left(\sum M_i + M \right) \rightarrow \frac{I}{I_n}$$

> 0 se

< 0 se

M non va nell'equazione di Galena

MAU HAI
UN BUON RAFFORTO
CON LE DONNE!

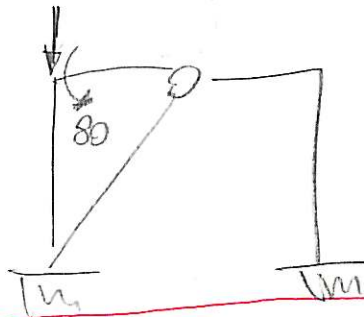
SOLO CON QUELLA
GELOSE!!!



CROSS



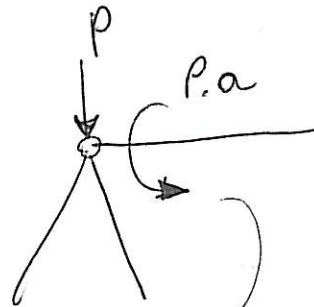
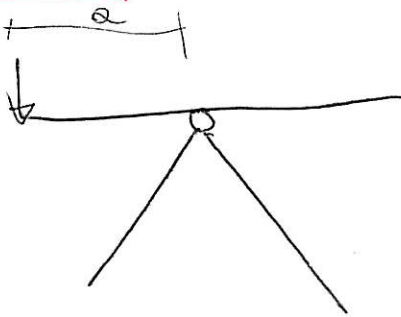
prova la simmetria e la divisione nel 2



IMPORTANTE

Quanto i momenti delle appendenze isostatiche entrano nelle equazioni di bilancio?

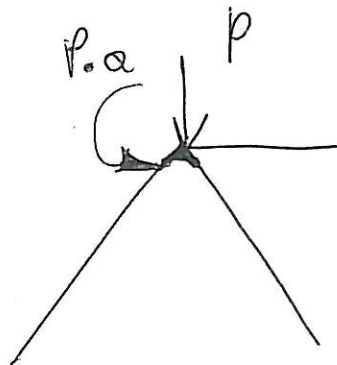
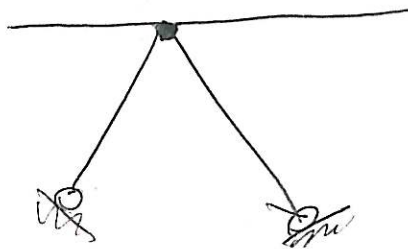
Caso Si



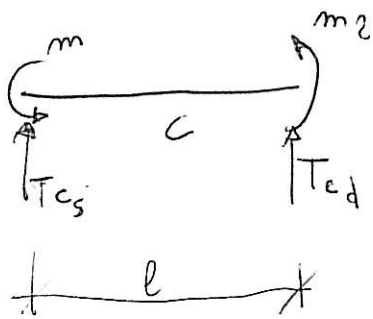
Poché è una coppia applicata ad una estremità dell'asta.

$$\sum_r (m_{pr} + m_{gr}) (\psi + \psi_e + \psi_{B^2})$$

Caso No



non va in
equilibrio
calend.
ma si ripartisce



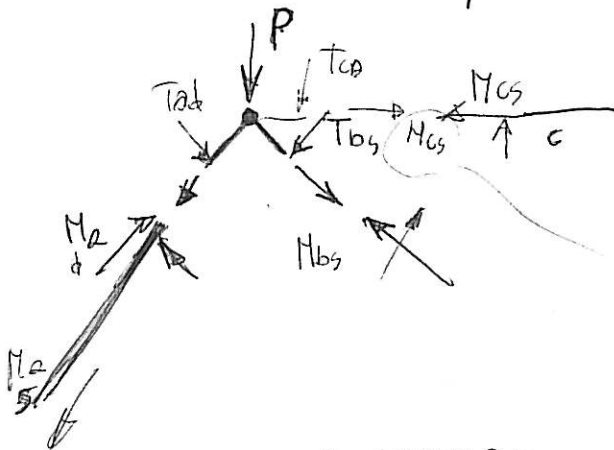
$$T_{cs} \cdot l - m_1 - m_2 = 0$$

$$T_{cs} = \frac{m_1 + m_2}{l}$$

$$T_{cd} = - \frac{m_1 + m_2}{l}$$

un nodo è una sottostruttura

se una struttura è complessivamente in equilibrio ogni sua sottostruttura è in equilibrio.



sopra di ci si è ingegnere

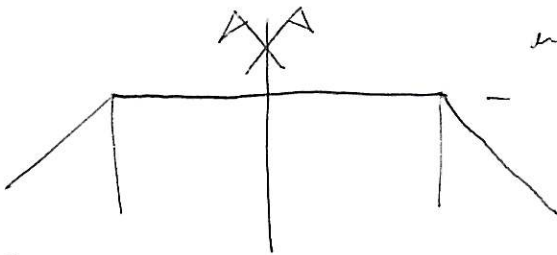
$$\sum X = 0$$

$$\sum T = 0$$

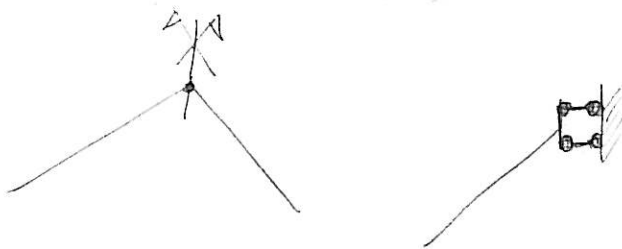
SOPRA DI CI SI È INGEGNERE

COME SOSTITUIRE I VINCOLI AUSILIARI

per una struttura attraversata da un asse di simmetria

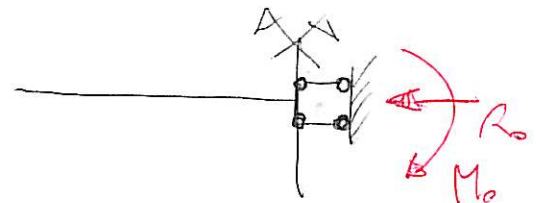


anche con aste inclinate



5

sempre in il quadrilatero deformabile



Le forze si comportano al contrario, cioè qui hanno un'azione sull'antimembrano e nell'antimembrano sono verticali.

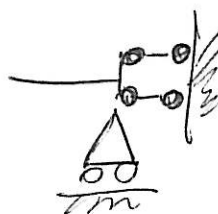
vediamo l'antisimmetria

che sono possibili i movimenti che prima rovinavano la simmetria.

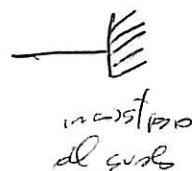
(A)



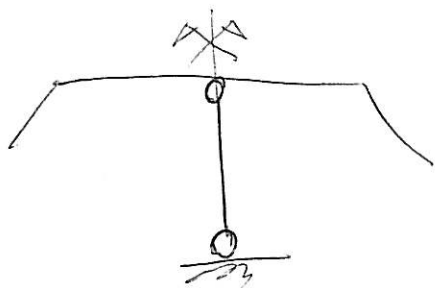
* L'asta sull'asse divide



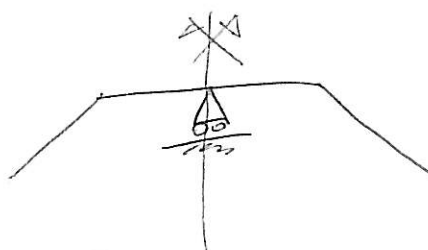
che corrisponde



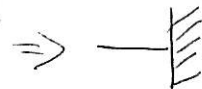
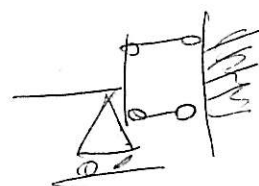
* la biella corrisponde al carrello.



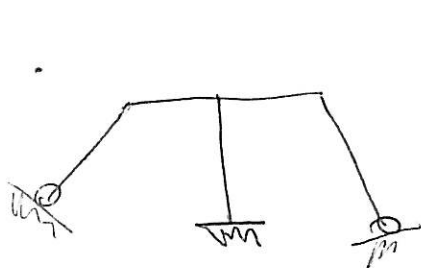
≡



(S)

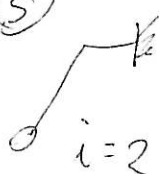


(A)



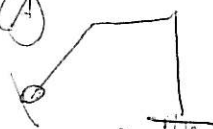
$i=4$

(S)



$i=2$

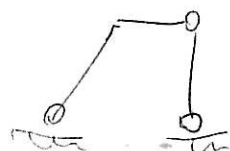
(A)



$i=2$

$(S)+(A)=i=4$

all'ora si tre elementi si può fare →



≡

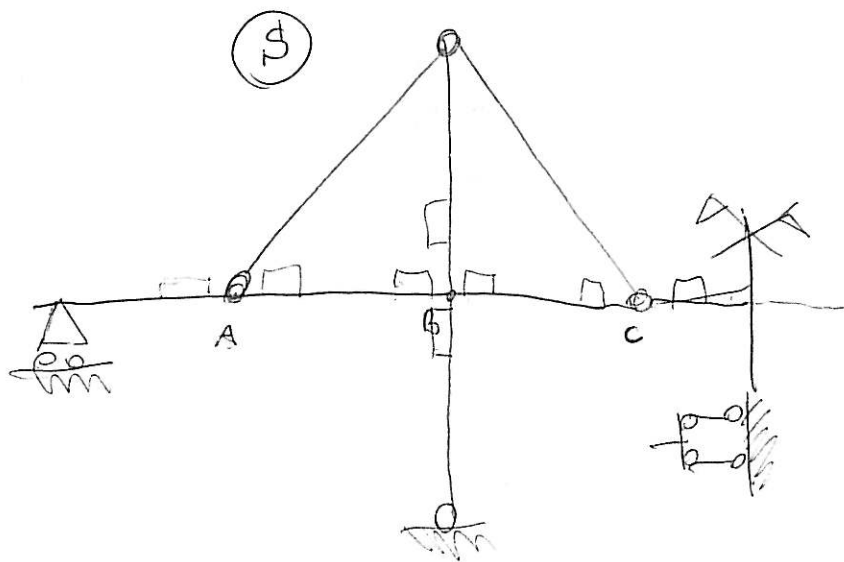
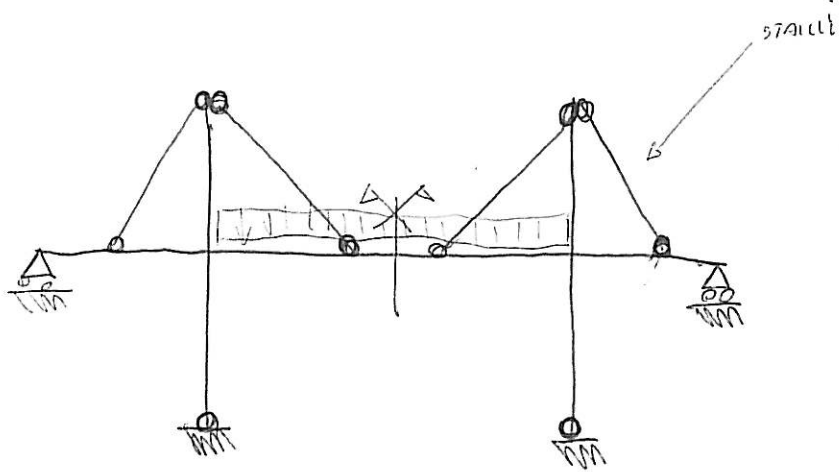


(43)

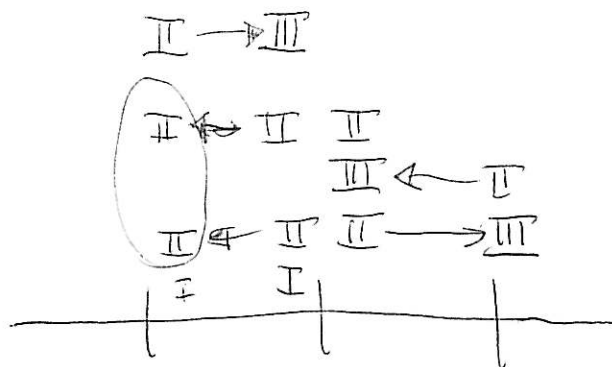
SOLO SE LA BIELLA È SUFFICIENTE

ESERCIZIO

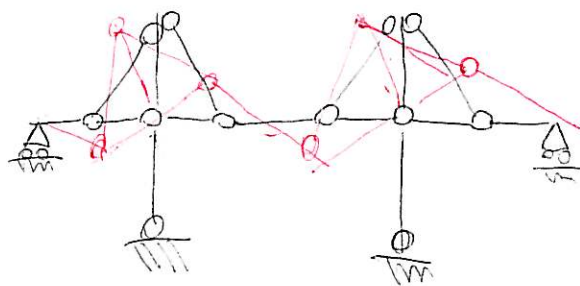
PONTE STALATO



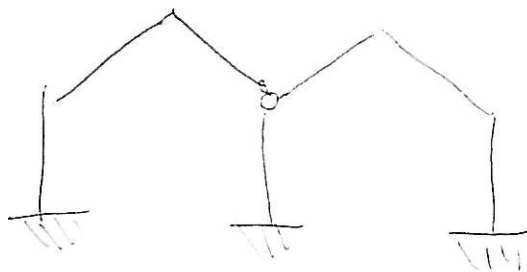
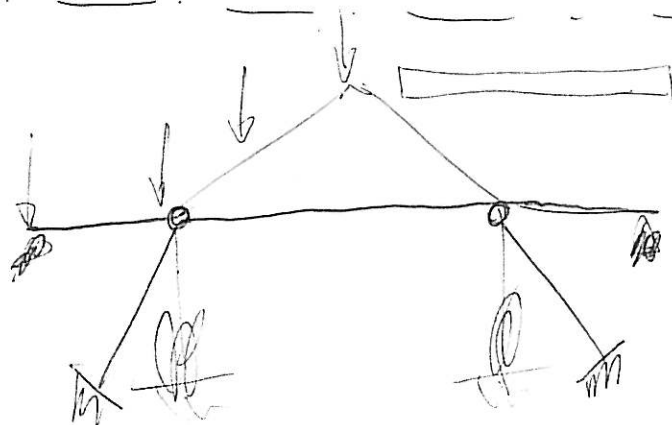
Le interazioni alla cross si fanno sui nodi A, B, C



La reticolare associata è:



$R_0 + \alpha R_1 = 0$ diventa un sistema
in 4 classi e
due eq. di
criterio.



Lu pom. 1600

Me pom. 1660 13,30

Me Mat. 900

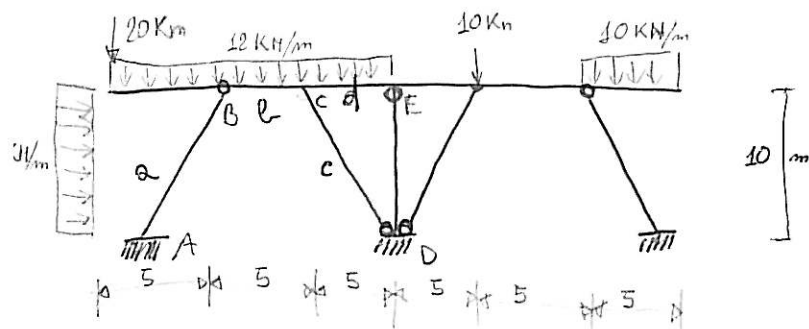
Giov. pom. 1600

Ven mat. 900 scritto.

Sabato 24/07/99

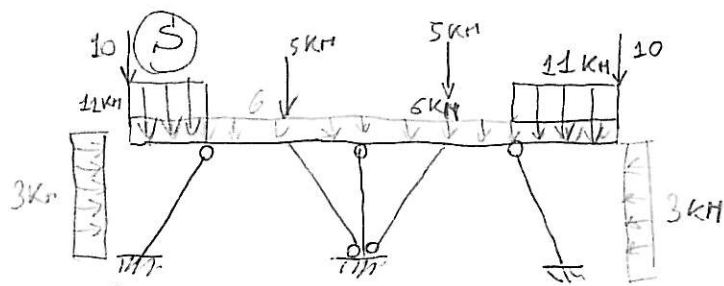
Tema d'esame

Tracciare M, N, T.

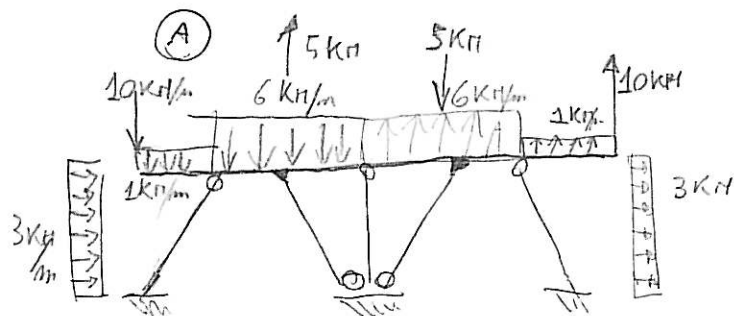


$$R_F = \text{cost} = 10^{10} \text{ KM} \cdot \text{cm}^2 \text{ ogni trave}$$

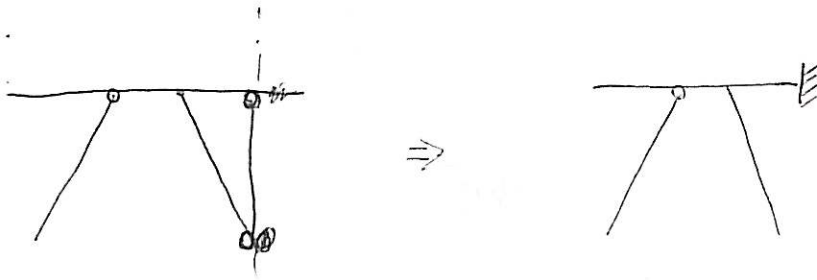
vedo che la struttura presenta simmetria, quindi proseguo studiando la simmetrica e l'antisimmetrica. (distribuisco il carico)



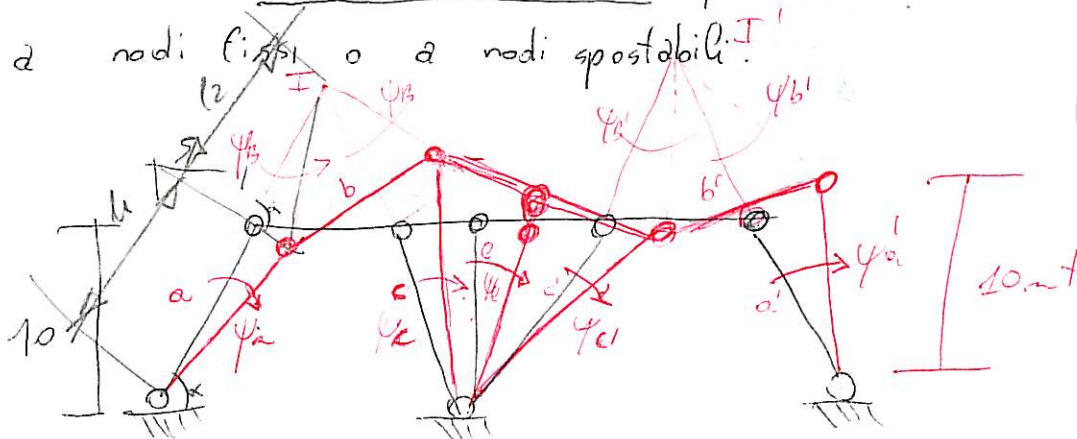
(S) + (A) = STRUTTURA CON CONDIZIONI DI CARICO D'ORIGINE



Procedo con lo studio della struttura simmetrica con carico simmetrico (solo mezza)



analizzo la reticolare associata per vedere se la simmetria è a nodi fissi o a nodi spostabili.

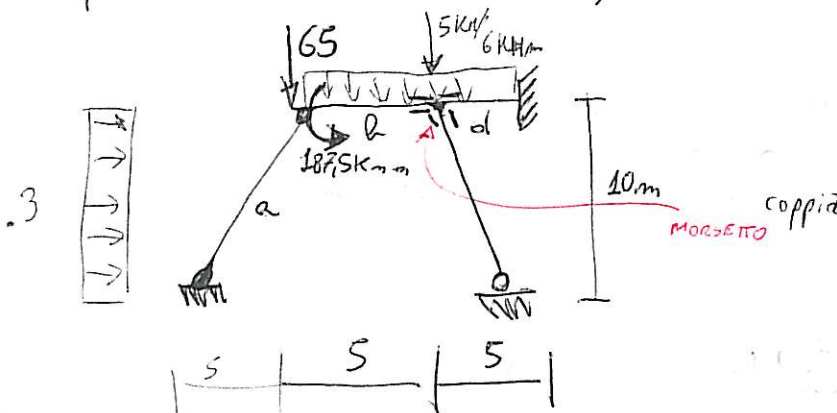


$$l_1 \cdot \psi_a = -l_2 \psi_b$$

$$\psi_a = -2 \psi_b$$

$$l_2 = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} = \sqrt{5^2 \cdot 5} = 5\sqrt{5}$$

Dal cinematicismo si deduce che la simmetria è a nodi fissi (spostamento incompatibile con la simmetria) quindi studio la ridotta.



per l'appendice sostituisce si ha:

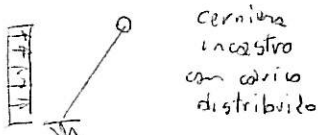
$$10 \cdot 5 = 50 \text{ kN/m per la forza concentrata}$$

$$11 \cdot 5 \cdot 2,5 = 137,5 \text{ kN/m}$$

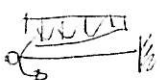
$$187,5 \text{ kN/m}$$

$$10 \cdot 0 + 11 \cdot 5 = 65$$

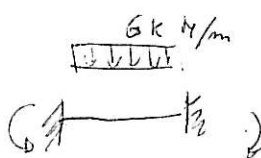
studio le componenti per risolvere il sollecito



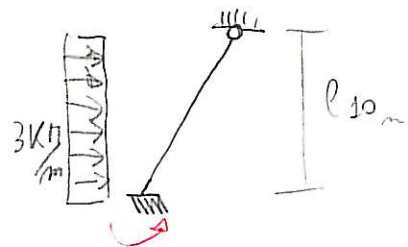
cerniera incastrolata con carico distribuito



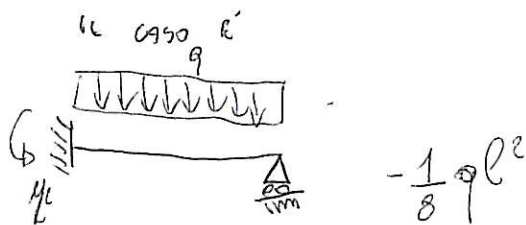
cerniera incastrolata con coppia applicata + carico distribuito



forza



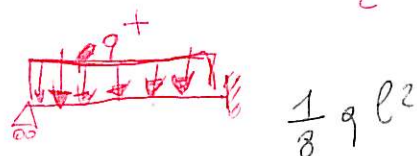
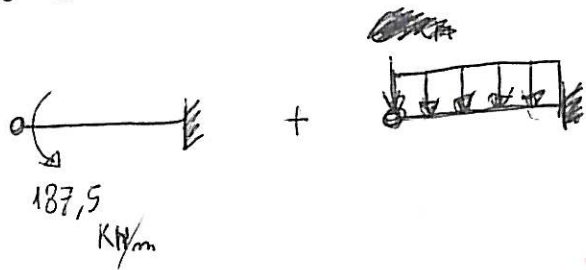
CERCA IL
CASO CORRISPONDENTE
SULLA DISPRISA DOVE
È GIÀ STATO IL CALCOLO
PU COM LA ANALOGIA
DI HÖRNER



La lunghezza dell'asta è stata calcolata $5\sqrt{5}$ ma conviene lavorare sulla proiezione pari a metri 10.

$$-\frac{1}{8} 3 \cdot 100 = -37,5 \text{ KHM} \quad \mu e$$

La terza b vale



$$\frac{1}{8} 6 \cdot 25 + \left(-\frac{187,5}{c} \right) = -75$$

18,75 - 93,75 KHM

La terza asta è il caso

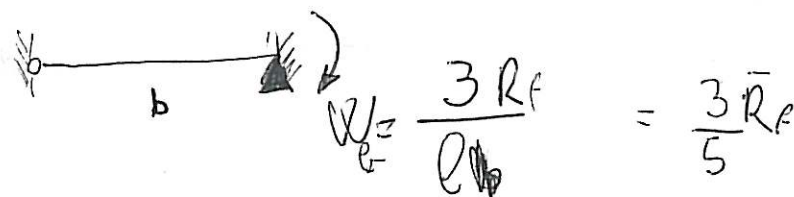


$$M = \pm \frac{1}{12} q l^2 = \pm \frac{1}{12} \cdot 6 \cdot 25 = \pm 12,5$$

FIG. studio SOTTOSTATO 1

ora devo trovare le rigidezze di estremità che utilizzo per ricavare i coefficienti di ripartizione.

Se trovi dai studiare sono quelle che confluiscono al nodo di cross.



$$\begin{array}{c} d \\ \text{---} \end{array} \quad \frac{4}{5} \frac{RF}{l} = \frac{4}{5} RF$$

una volta trovato le rigidezze di estremità e utilizzo per trovare i coefficienti di ripartizione utili per iniziare il metodo del rilassamento.

COEFFICIENTI DI RIPARTIZIONE RELATIVAMENTE AL PUNTO "C"

$$\frac{W_b}{W_b + W_c + W_d} = \frac{\frac{3}{5} RF}{\frac{3}{5} RF + \frac{3}{5\sqrt{5}} RF + \frac{4}{5} RF} = \frac{\frac{3}{5}}{3\sqrt{5} + 3 + 4\sqrt{5}}$$

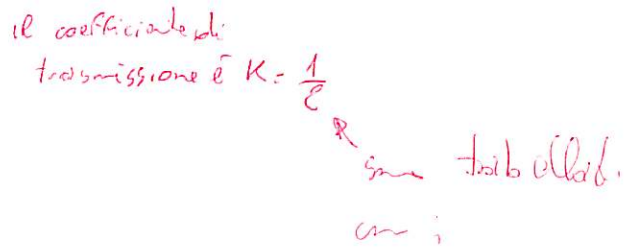
$$\frac{3}{3\sqrt{5} + 3 + 4\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{3\sqrt{5} + 3 + 4\sqrt{5}} = \frac{6,70}{\Sigma R} = \boxed{0,36}$$

$$\frac{W_c}{W_b + W_c + W_d} = \frac{\frac{3}{5\sqrt{5}} RF}{\left(\frac{3}{5} + \frac{3}{5\sqrt{5}} + \frac{4}{5}\right) RF} = \frac{\frac{3}{5\sqrt{5}}}{3\sqrt{5} + 3 + 4\sqrt{5}} = \frac{3}{3\sqrt{5} + 3 + 4\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = 0,16}$$

$$\frac{W_d}{W_b + W_c + W_d} = \frac{\frac{4}{5} RF}{\left(\frac{3}{5} + \frac{3}{5\sqrt{5}} + \frac{4}{5}\right) RF} = \frac{\frac{4}{5}}{3\sqrt{5} + 3 + 4\sqrt{5}}$$

$$\frac{4\sqrt{5}}{3\sqrt{5} + 3 + 4\sqrt{5}} = \frac{8,94}{\Sigma R} = \boxed{0,48}$$



Indice	Cinghera	$\frac{W_i}{R_F}$	$\frac{W_i}{\sum \sum_i}$	$\mu \cdot KH_m$	
		Rigidizzo Rotazionale d'estrazione	coefficienti di ripartizione rispetto C	L	R
a	$5\sqrt{2}$			-37,5	
b	5	$\frac{3}{5} R_F$	0,36		-75
c	$5\sqrt{5}$	$\frac{3}{5\sqrt{5}} R_F$	0,16		
d	5	$\frac{4}{5} R_F$	0,48	-12,5	+12,5
				...	...

move B

→ Cambio
Segno

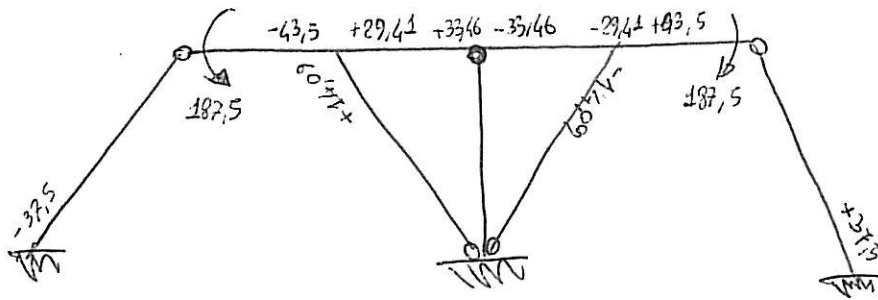
MULTIPLICI
~~linee~~
per il
coefficiente
di ripartizione

87

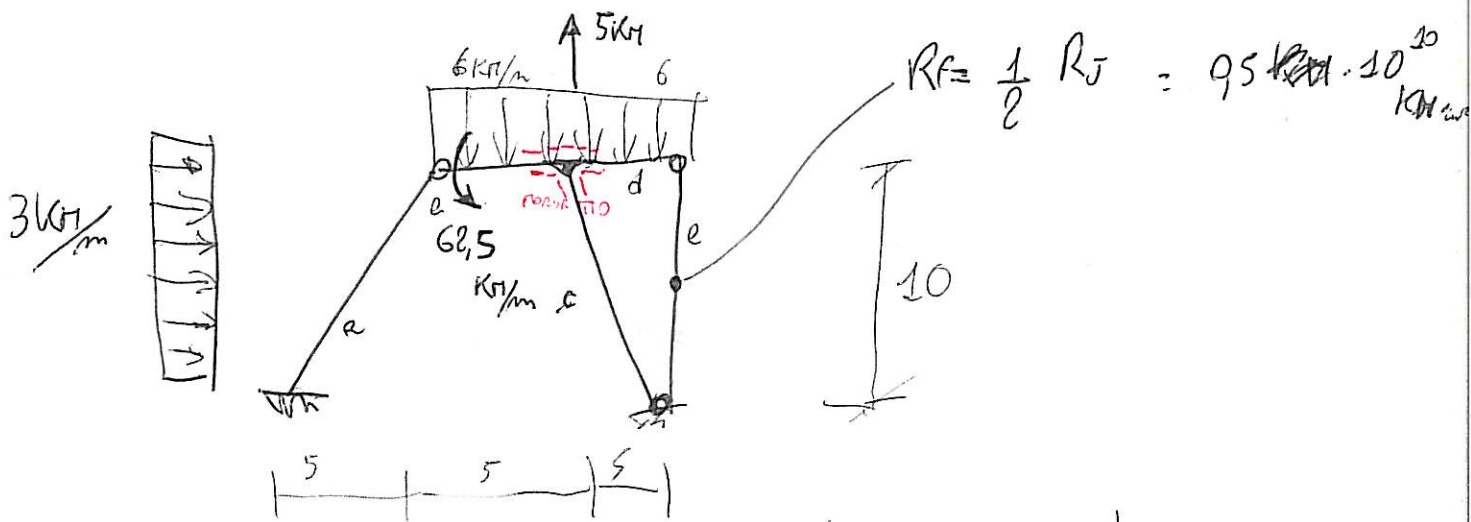
$$87,5 \cdot 0,36 = 31,5$$

Probe $\hookrightarrow 87,5 \cdot 0,16 = 14$

There is $87,5\% \cdot 48 = 42$



Procedo con lo studio dell'antimetria.



calcolo: momenti di incastro per l'antimetria.

trave a

$$-\frac{1}{8} q l^2 = -\frac{1}{8} 3 \cdot (10)^2 = -37,5 \text{ m}$$

b.

$$-\frac{1}{8} q l^2 - \frac{11}{2} = -\frac{1}{8} 6 \cdot 25 - \frac{62,5}{2} = -12,75 \text{ m}$$

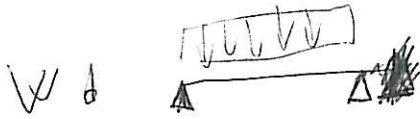
c

$$-\frac{1}{8} q l^2 = -\frac{1}{8} 6 \cdot 25 = -18,75 \text{ m}$$

calcolo i coefficienti di rigidezza d'estremità come ho fatto per la simmetria (quelli che confluiscono al nodo bloccato di cross)



$$W_b \quad \frac{3 R_F}{l} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{5}$$



$$W_d \quad \frac{3 R_F}{l} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{5}$$



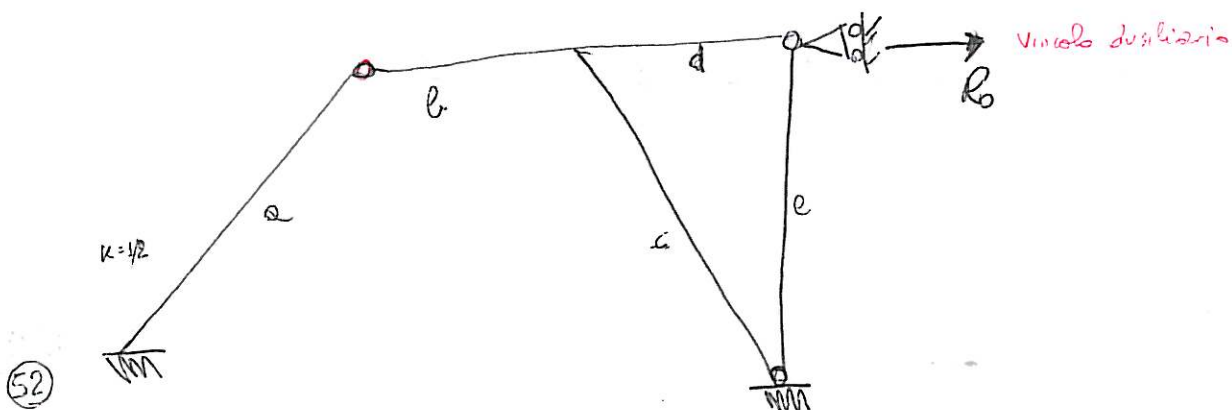
$$W_c \quad \frac{3 R_F}{5\sqrt{5}}$$

Trovo i coefficienti di ripartizione dell'antimetria.

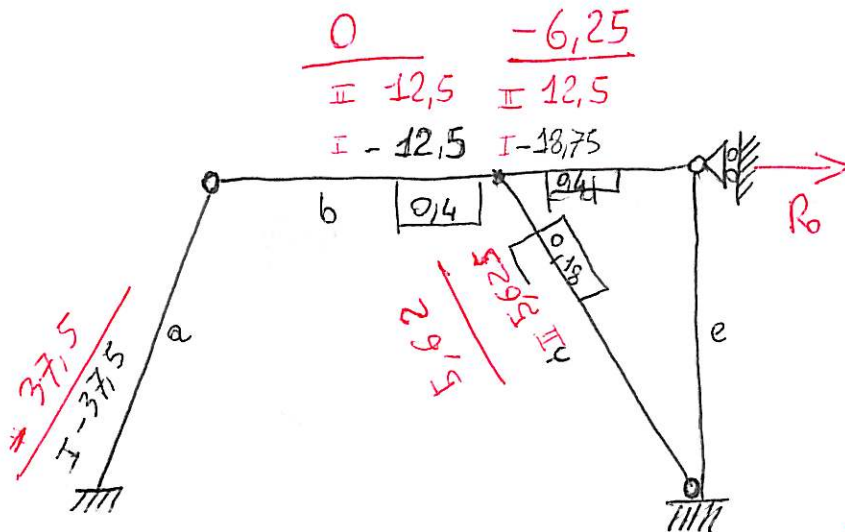
$$\frac{W_b}{W_d + W_b + W_c} = \frac{\frac{3}{5} R_F}{\left(\frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5\sqrt{5}}\right) R_F} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 3}{5\sqrt{5}}} = \frac{3\sqrt{5}}{3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 3} = 0,4$$

$$\frac{W_d}{W_d + W_b + W_c} = \frac{\frac{3}{5} (R_F)}{\left(\frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5\sqrt{5}}\right) R_F} = 0,4$$

$$\frac{W_c}{W_d + W_b + W_c} = \frac{\frac{3}{5\sqrt{5}}}{\frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5\sqrt{5}}} = \frac{\frac{3}{5\sqrt{5}}}{\frac{3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 3}{5\sqrt{5}}} = \frac{3}{3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 3} = 0,18$$



Trave	l	K	$\frac{W_i}{L_i}$ 10.10.19	$\frac{W_i}{\Sigma W_i}$ 10.10.19	M_i KN/m	L	R
Q	$5\sqrt{5}$	1	—	—	—	—	—
Q	5	1	$3/5$	0.4	—	—	—
C	$5\sqrt{5}$	1	$3/5\sqrt{5}$	0.18	—	—	—
d	5	1	$3/5$	0.4	—	—	—
e	10	$1/2$	—	—	—	—	—


$$\Sigma \mu_i = 31,25$$

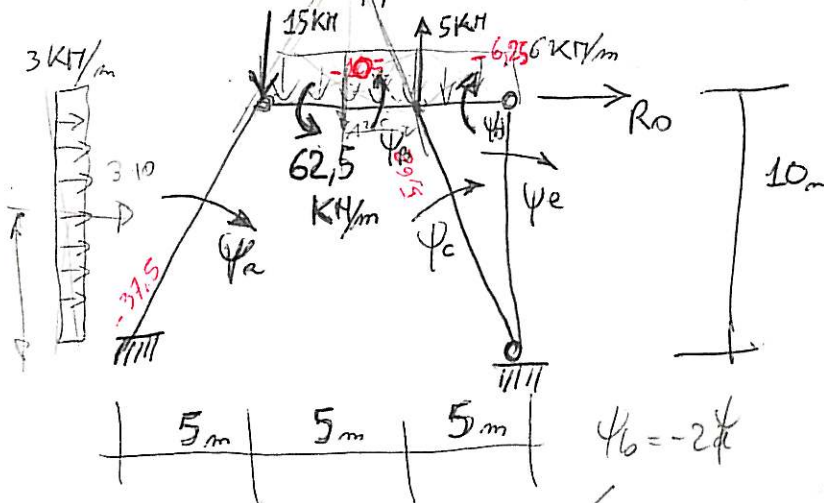
$$\mu_{II} b = 31 \cdot 94 = 12,5$$

$$\mu_{II d} = 31,5 \cdot 0,4 = 12,5$$

$$\mu_{II, \mu} = 31,25 \cdot 0,18 = 5,625$$

CATEGORIA $\left[\sum_i (M_{iL} + M_{iR}) \cdot \psi_i + L_e + R_o \cdot \psi = 0 \right]$

intesa come applicazione del Teorema dei lavori virtuali.



L: 11.4

$$\sum L = 0$$

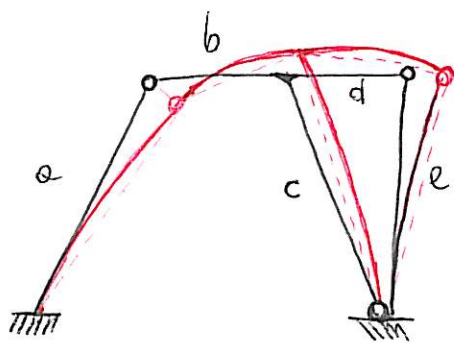
$$-37,5 \cdot \psi_a + 3 \cdot 10 \cdot 5 \cdot \psi_a - 15 \cdot 5 \cdot \psi_a - 62,5 \cdot \psi_b - 6 \cdot 5 \cdot \psi_b + 5 \cdot 5 \cdot \psi_d - 6 \cdot 5 \cdot 2,5 \cdot \psi_d - 6,25 \cdot \psi_d$$

$$+ R_0 \cdot 10 \psi_a + 59,4 \psi_c = 0$$

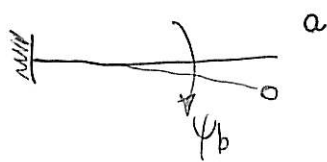
$$-37,5 \cdot \psi_a + 3 \cdot 10 \cdot 5 \psi_a + 15 \cdot 5 \psi_a + 62,5 \cdot 2 \psi_a + 25 \psi_a - 30 \cdot 2,5 \psi_a - 6,25 \psi_d$$

$$+ 5,94 \psi_a + R_0 \cdot 10 \psi_a = 0 \text{ or } R_0 = -26,166 \quad (53)$$

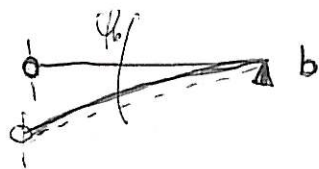
Proseguo imponendo uno spostamento nella direzione impedita nel vincolo.



trovo i momenti di incastro perfetto:



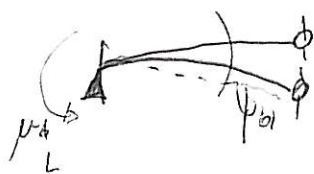
$$\mu_a = -3 \frac{R_{fa}}{l} \psi_b = -\frac{3}{5\sqrt{5}} R_f \psi_a$$



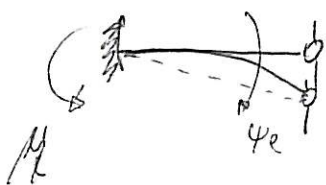
$$\mu_b = -3 \frac{R_{fb}}{l} \psi_c = -\frac{3}{5} R_f \psi_b$$



$$-3 \frac{R_{fc}}{l_c} \psi_d = -\frac{3}{5\sqrt{5}} R_f \psi_c$$



$$-3 \frac{R_{fd}}{l_d} \psi_e = -\frac{3}{5} R_f \psi_d$$

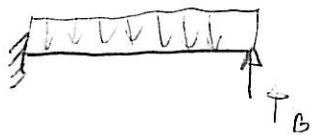


$$-3 \frac{R_{fe}}{l} \psi_e = -\frac{3}{10} \frac{R_f}{l} \psi_e$$

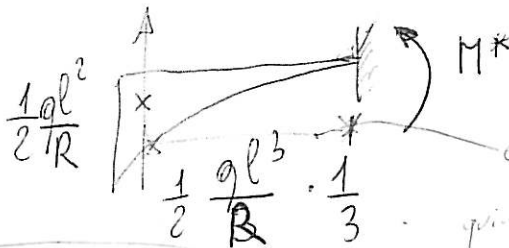
LMRD

Equazioni di congruenza

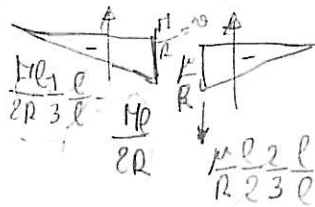
BANCIERMO PARABOLICO



$$\eta_B = 0$$



questa distanza vale $\frac{3}{4}l$
quindi il momento $M^* = \frac{ql^4}{8R}$



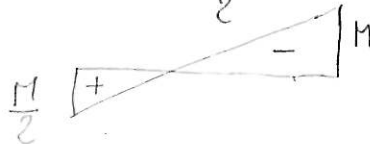
che ci posso scrivere la parte
di equazione di congruenza

$$\eta_B^{(0)} + \eta_B^{(x)} = 0$$

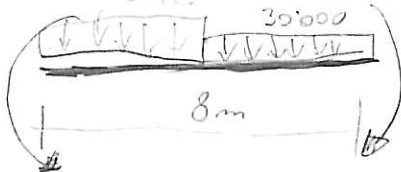
$$\frac{ql^4}{8R} - \frac{1/8 \cdot l^3}{3R} = 0$$

$$1/8 = \frac{3}{8} ql$$

$$\mu = -\frac{M}{2}$$



210751



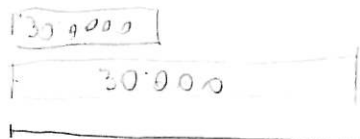
232.978

$$-60000 \cdot 4 \cdot 6 - 30000 \cdot 4 \cdot 2 - 210751 + 232.978 + Y_A \cdot 8 = 0$$

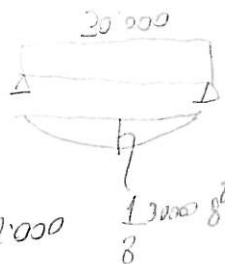
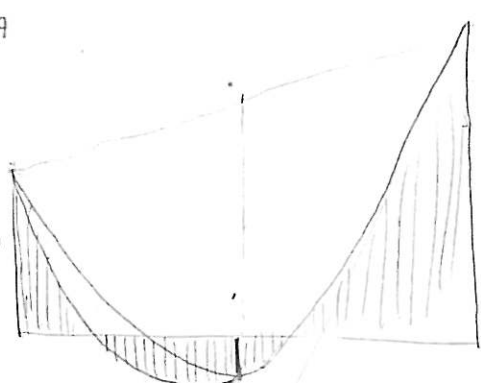
$$Y_B = 60000 \cdot 4 + 30000 \cdot 4 - Y_A$$

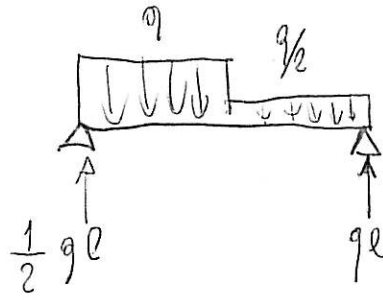
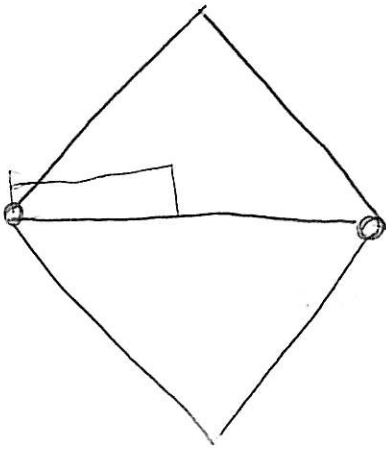
$$= 152778$$

Adesso procedo a



240000





$$q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{3}{4} l + \frac{q}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{2}$$

$$\left(\frac{3}{8} + \frac{1}{16} \right) ql^2$$

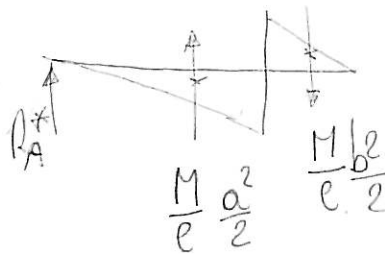
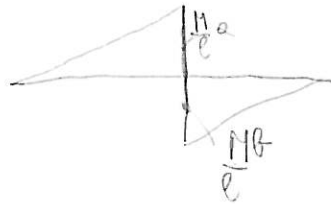
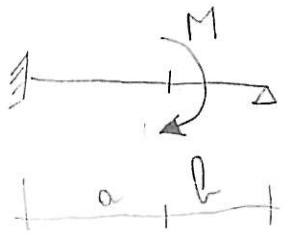
$$\frac{7}{16} ql - q \cdot \frac{l}{2} = -\frac{1}{16}$$

$$\frac{ql}{2} + \frac{q}{2} \frac{l}{2}$$

$$\frac{3}{4} ql \rightarrow \frac{12}{16}$$

$$\frac{5}{16} ql - \frac{q}{2} \cdot \frac{l}{2}$$

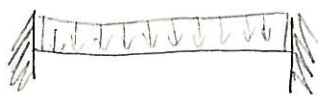
$$\frac{5}{16} - \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$



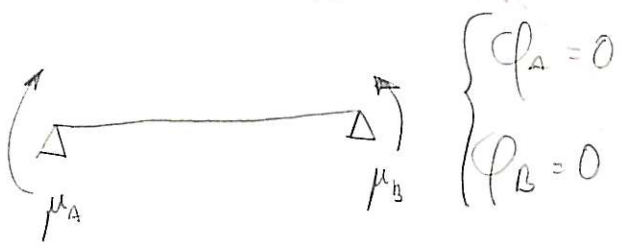
$$R_A^* \cdot l + \frac{M a^2}{l \cdot 2} \left(\frac{a}{3} + b \right) - \frac{M}{l} \frac{b^2}{2} \frac{2}{3} b = 0$$

$$R_A = \frac{M}{2l^3} (3a^2b + a^3 - 2b^3)$$

Doppio vincolo



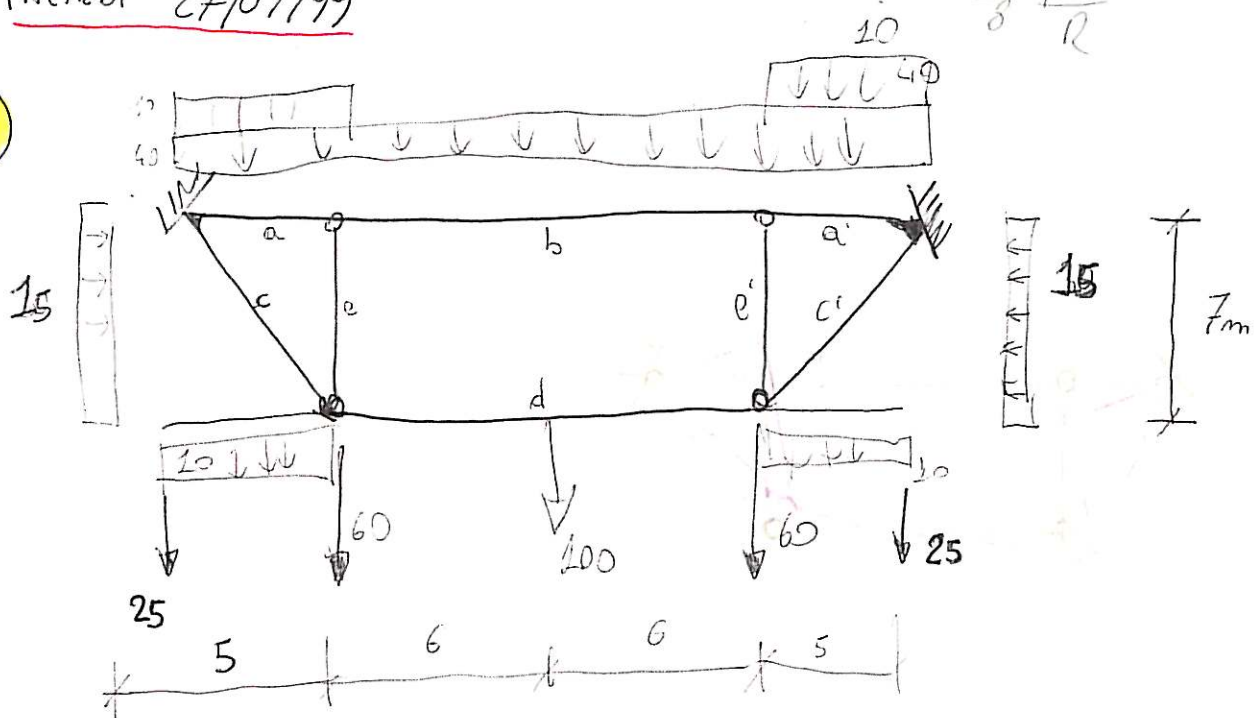
516!!!



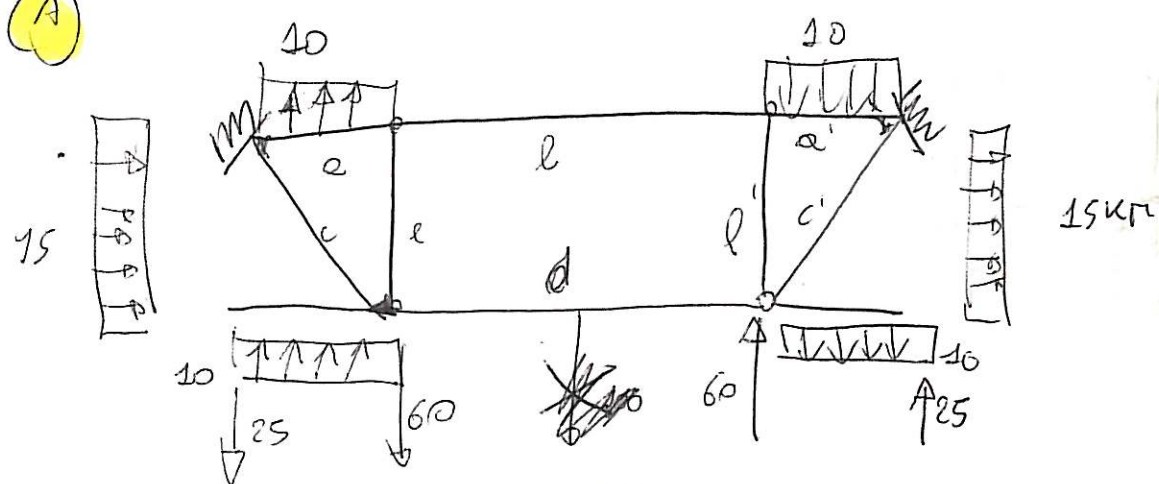
MARTEDI 27/07/99

$$\frac{1}{8} \frac{q l^2}{R}$$

5

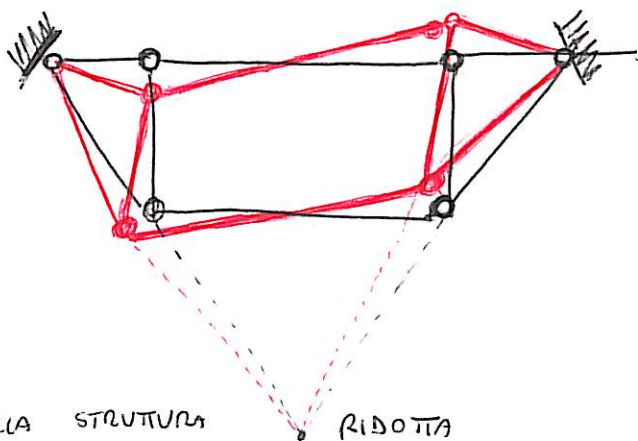
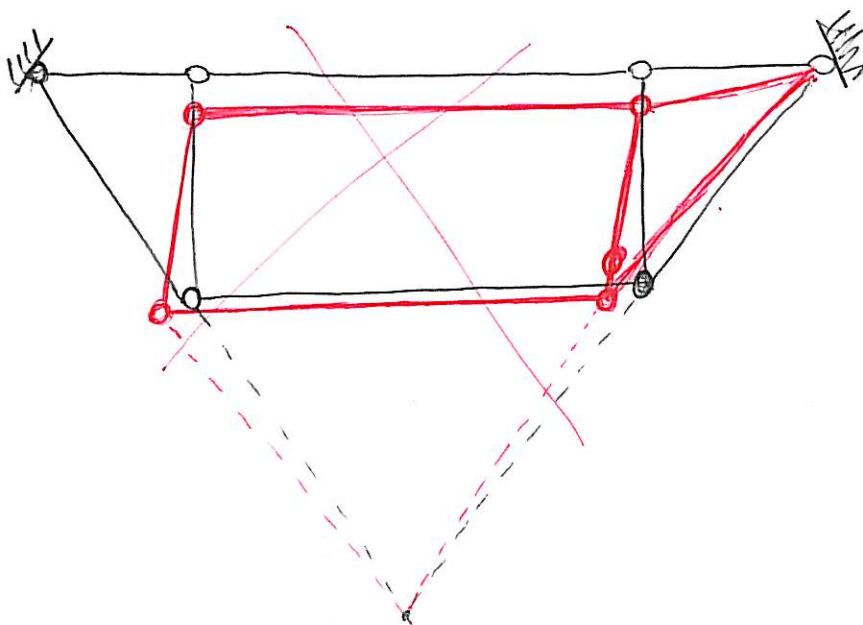


A



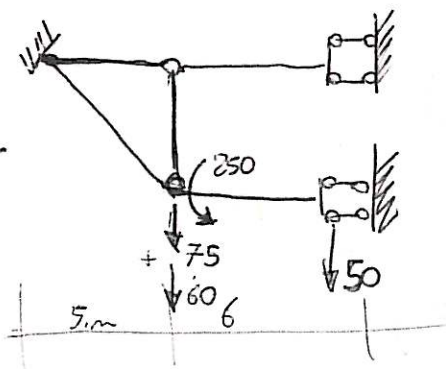
(A) + (5) = STRUTTURA INIZIALE

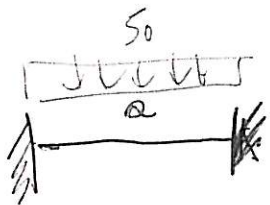
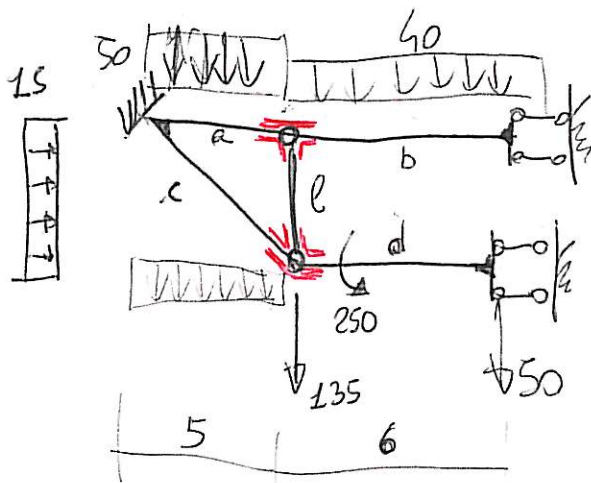
analizziamo la reticolare associata.



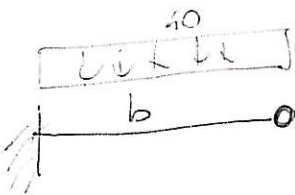
IL CEMENTISMO È INCOMPATIBILE
CON LA SIMMETRIA.
PERCIÒ LA STRUTTURA È A MODI
PISSA

PASSO ALLA STRUTTURA RIDOTTA

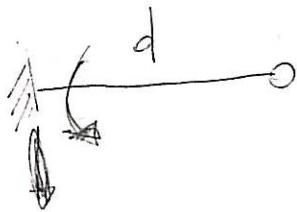




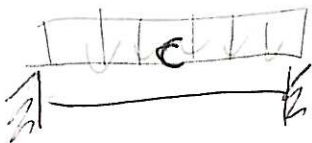
$$+ \frac{1}{12} q l^2 = \frac{1}{12} \cdot 50 \cdot 25 = \boxed{104,16} \quad \text{OK}$$



$$- \frac{1}{8} q l^2 = - \frac{1}{8} \cdot 40 \cdot 36 = -180 \quad \text{NO SBALEGGIO}$$

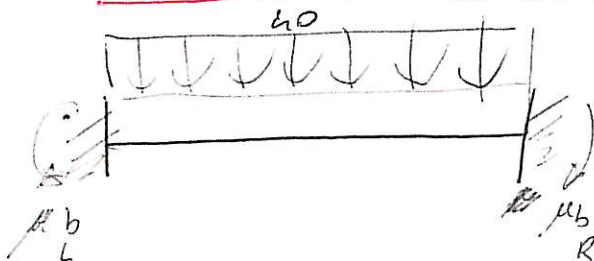


$$- \frac{11}{8} = -31,25 \quad \text{NO SBALEGGIO}$$

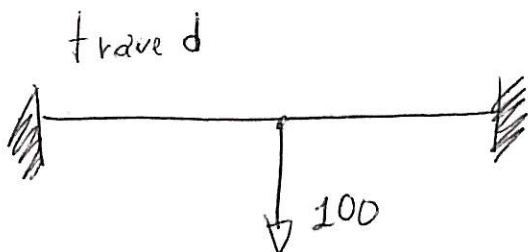


$$+ \frac{1}{12} q l^2 = \boxed{61,25} \quad \text{OK}$$

ATTENZIONE: Le aste orizzontali vanno considerate interne



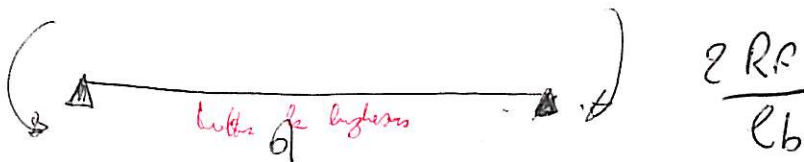
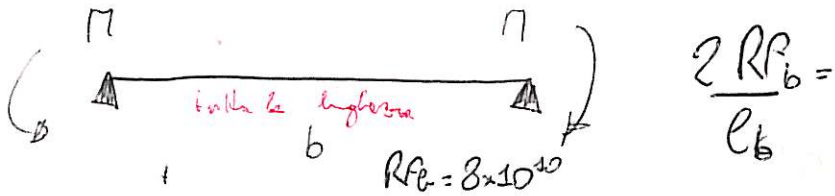
$$\text{trave b} \quad - \frac{1}{12} q l^2 = \frac{1}{12} \cdot 40 \cdot 12^2 = \boxed{480} \quad \text{OK}$$

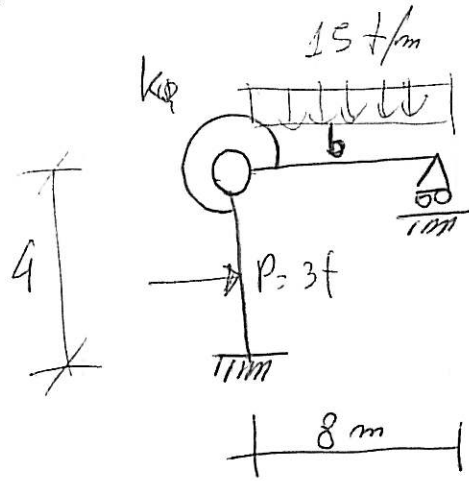
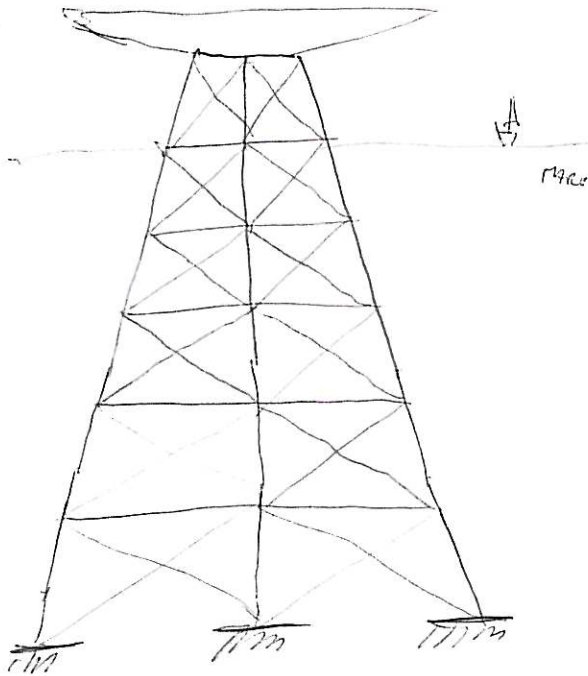


$$\frac{1}{8} P l = \frac{100 \cdot 12}{8} = \boxed{150} \quad \text{OK}$$

ORA CALCOLO LA RIGIDezza ROTAZIONALE D'ESTREMITA per b
travi che confluiscono ai mazzetti e che hanno ragione di essere
cariche.

a, b, c pl.





$$K\phi = 10^6 \text{ Kg/m}$$

$$\frac{\pi}{9}$$

$$R_f = 8 \cdot 10^9 \text{ Kg/cm}^2$$

Bisogna impostare un'eq. di congruenza.

$$\Delta \phi = \phi_{\text{molla}}$$

$$\cos \phi_a^d = \phi_{\text{molla}}$$

$$-\frac{\mu}{K_4}$$

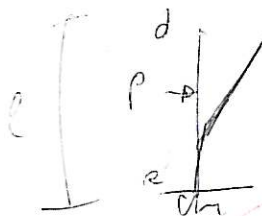
$$\cos \phi_a^d = \phi_{\text{molla}}$$



$$\phi_b^{(q)} = + \frac{ql^3}{243}$$



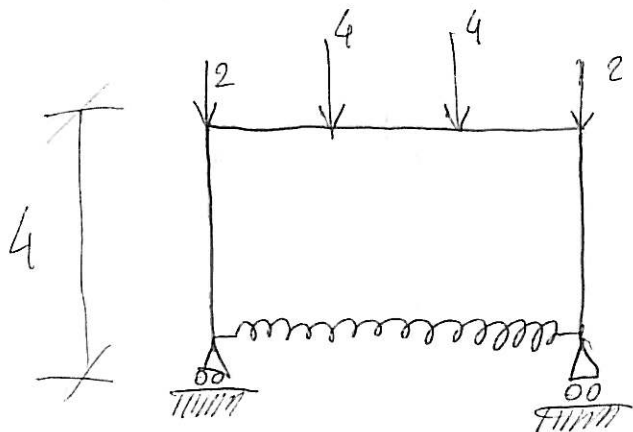
$$\phi_b^{(P)} = \frac{\mu l}{3R}$$



$$\phi_a^{(P)} = + \frac{(P l^2 / 2)^2}{2R}$$

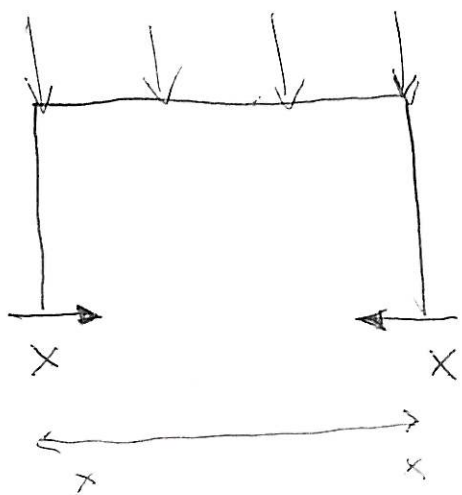


$$\phi_a^{(P)} = - \frac{\mu k}{R}$$



$$k = \frac{F}{\delta} = 10^5 \text{ t/cm}$$

$$R_f = 2 \cdot 10^{-2} \text{ t.m}^2$$

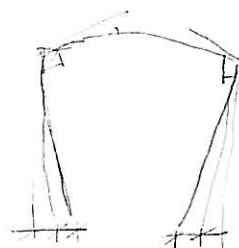
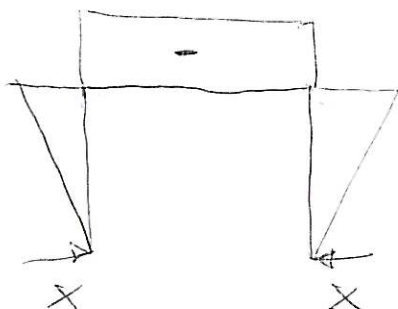
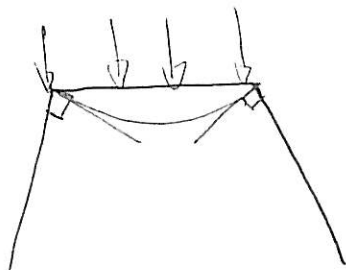


$\xi = \text{scorciatoia}$



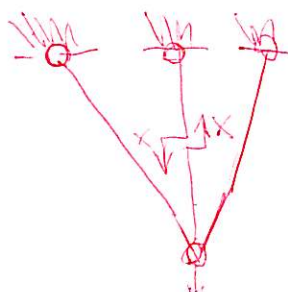
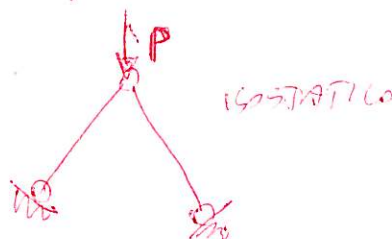
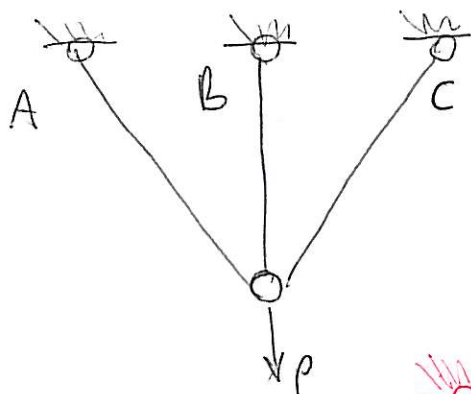
$$\Delta \xi = \xi_{\text{molto}}$$

$$\downarrow \frac{x}{K}$$



SE VI È RICHIESTA UNA RATTORAZIONE IPERSTATICA con i gradi di libertà

ORALE!!!



La x associata a una reazione di ingiunzione per l'istante di tempo spostamento relativo delle due forze separate dal taglio deve essere nulla.

$$\delta \downarrow \frac{1}{2} \quad \delta_2 - \delta_1 = 0 \Rightarrow \delta_{rel} = 0$$

Equazioni di
congruenza
che si può risolvere con
il metodo di lavoro virtuale
oppure il V.L.

IPOTESI DEL PROBLEMA

Congruenza
 $\delta_{rel} \leftrightarrow \Delta l_i$
sul sistema reale

$F^* \leftrightarrow S_i^*$ auxil.

$$\Delta l_i = \frac{M_i l_i}{R_{oi}} \quad \frac{l}{R_{oi}} = \Delta$$

$$F^* \delta_{rel} = \sum_i S_i^* \Delta l_i$$

Sollecitazione
per deformazioni
(non ha senso fisico)

Sollecitazione isola
a causa della R_{oi}

$$M_i l_i = (S_{oi} + \alpha_i) l_i$$

$$S_i^* = \alpha_i F^*$$

$$x = \frac{\sum \alpha S l}{\sum \alpha^2 l}$$

$$F^* \delta_{rel} = \sum_i \alpha_i F^* \Delta l_i = 0$$

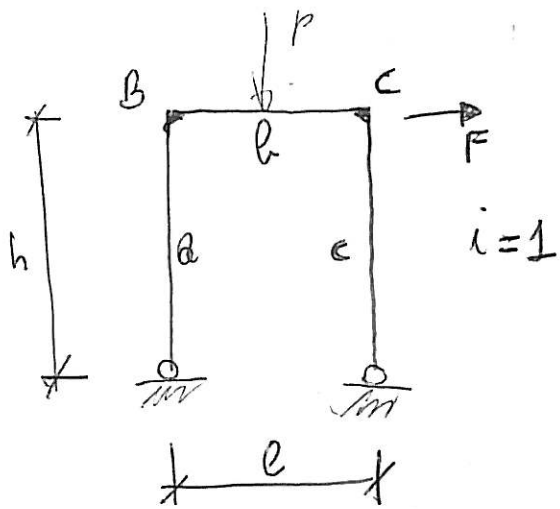
$$\delta_{rel} = 0 \quad \sum_i \alpha_i \Delta l_i = 0$$

VEDI PAG 86 per caso pratico su disp. ROSSA

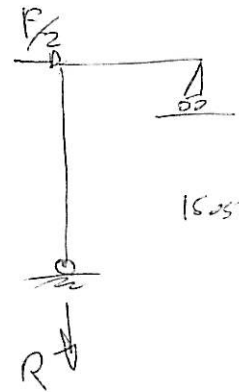
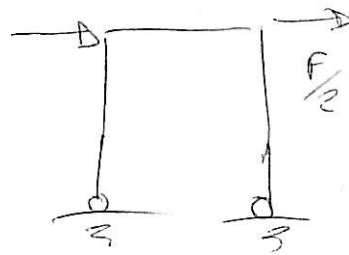
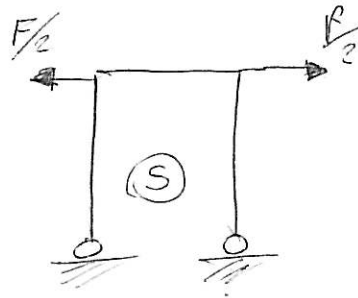
RISPOSTA FINALE

Siccome R_o R₁ quando ~~non~~ si guastano il
cinematismo mi accorgo di avere una struttura a nodi
spostabili

PROBLEMA A 2 CROMIATURE



con il metodo delle forze

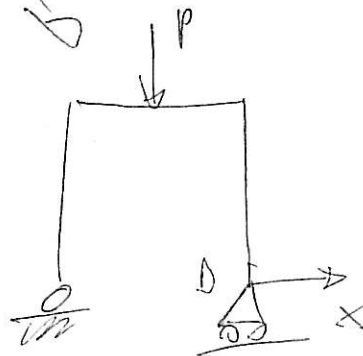
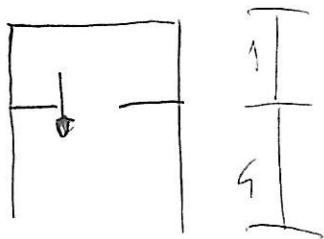
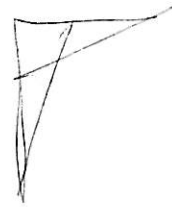


Isostatico

$$R \frac{l}{2} = \frac{F}{2} h$$

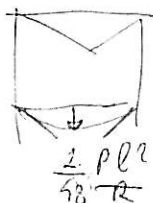
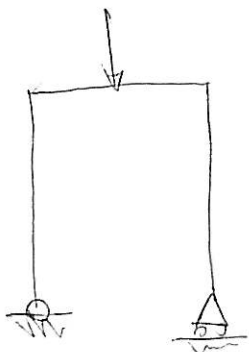
$$R = \frac{F}{2} \cdot h \cdot \frac{2}{l}$$

$$F_2 = h$$



$$\sum D = 0$$

$$\left\{ \begin{matrix} \alpha \\ 0 \end{matrix} \right\} = ?$$



$$\frac{1}{48} \frac{P l^2}{R}$$

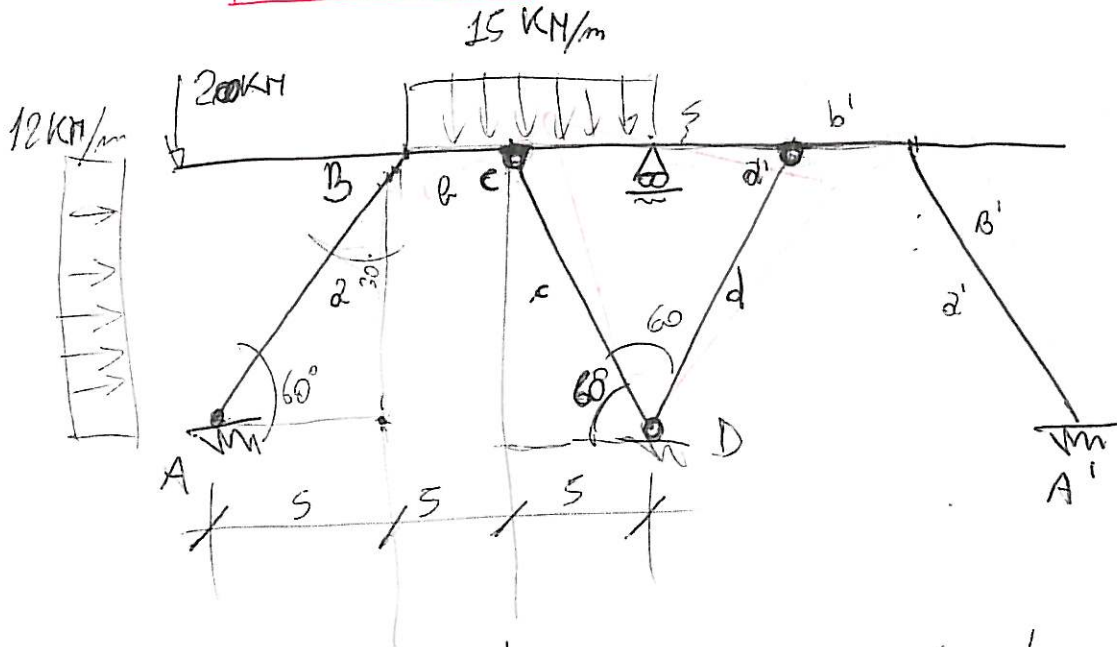
$$\frac{1}{16} \frac{P l^2}{R}$$

$$\left\{ \begin{matrix} \alpha \\ 0 \end{matrix} \right\} = ?$$

(64)

SIMULAZIONE

15:40

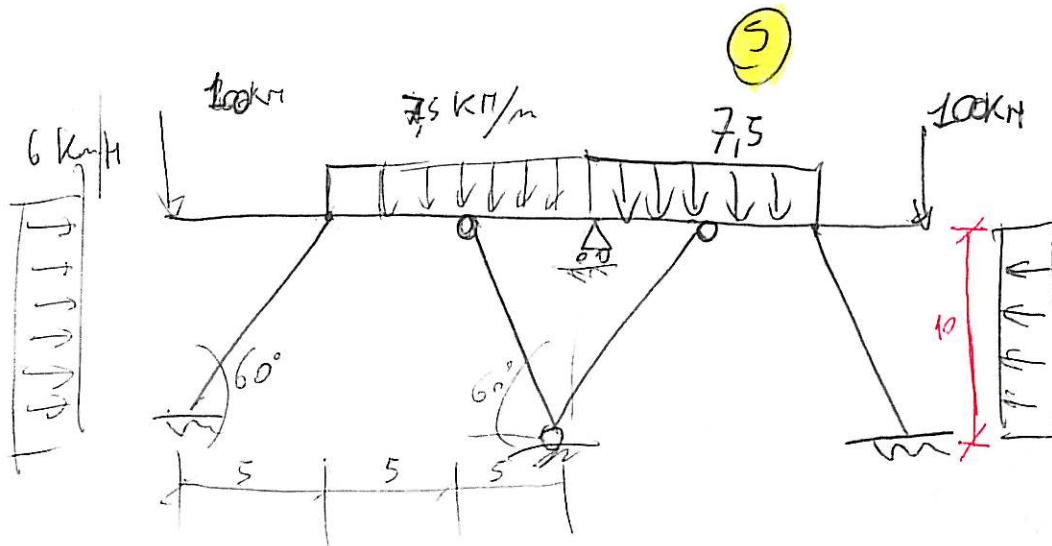


$$R_2 = 10^{10} \text{ daN/m}^2$$

MPT

$$S_B \quad S_B \quad \mu_B$$

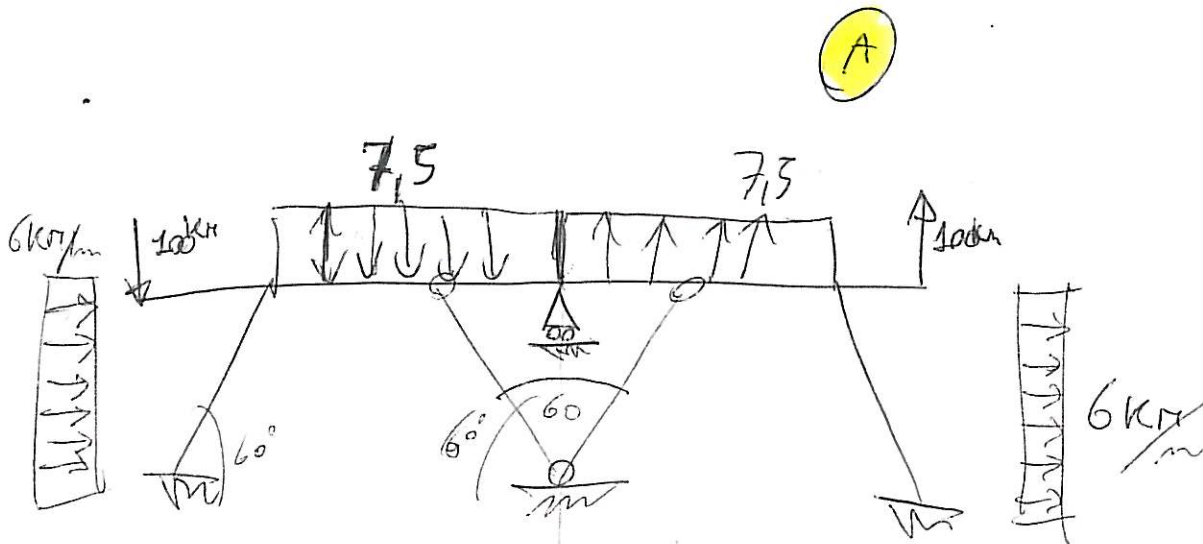
La struttura è simmetrica con carico antineutro, quindi sviluppa lo spostamento in senso o antineutro

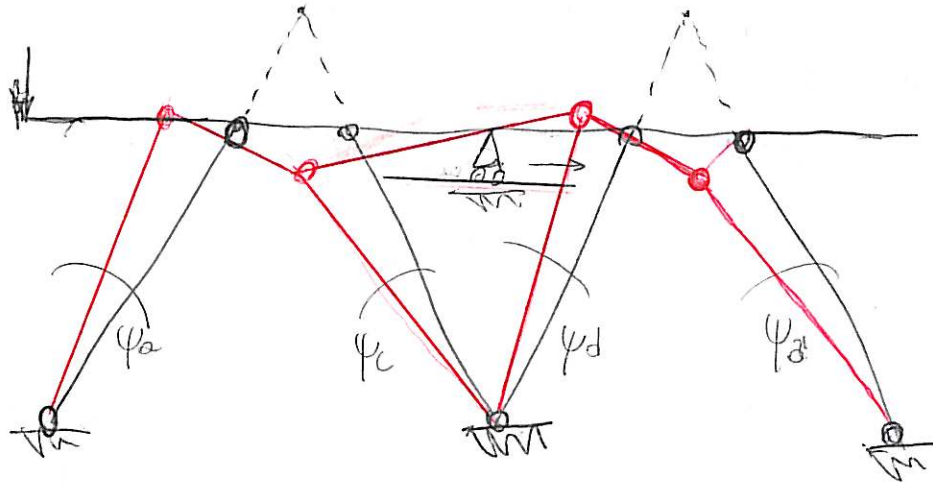


$$X \sin 60 = 5$$

$$X = \frac{5}{\sin 30}$$

$$6 \text{ kN/m} \quad X = 10$$



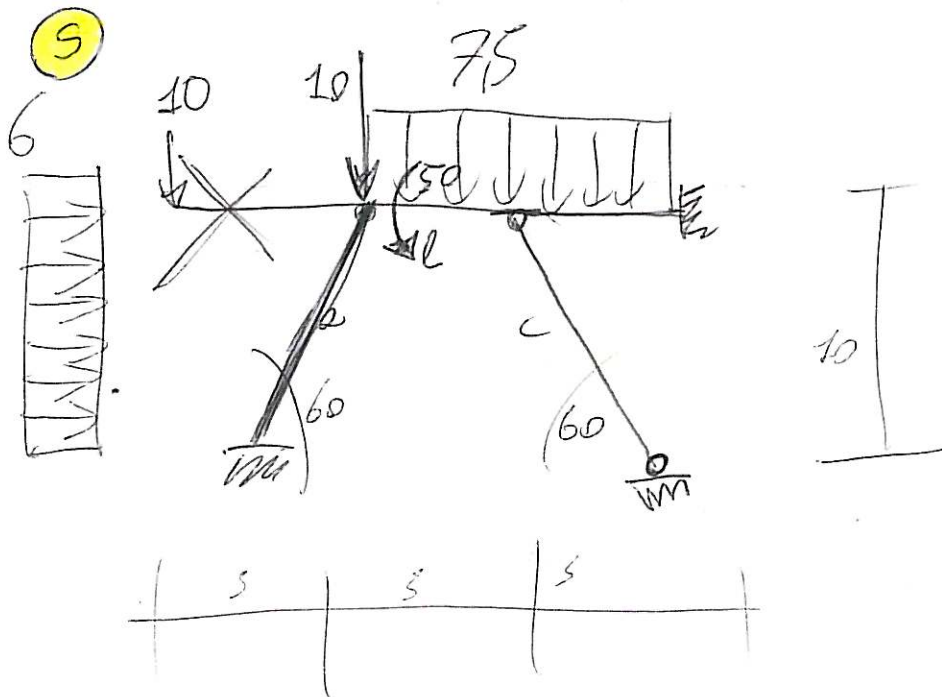


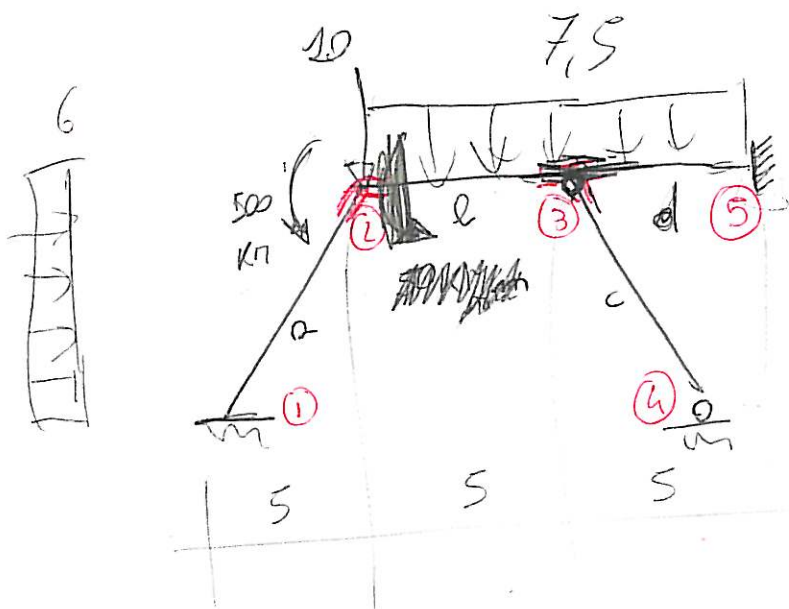
Cinematismo della reticolare associata è incompatibile con la simmetria, quindi la simmetria è a nodi fissi

(S) nodi fissi

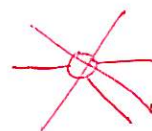
(A) nodi spostabili (se cinematismo è compatibile con l'antisimmetria).

Analisi la simmetrica.





$$l_a = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11,18$$



calcolo i momenti primi

asta A

$$+ \frac{1}{12} q l^2 = 50 \text{ kNm}$$

b 7,5

$$+ \frac{1}{12} q l^2$$

(+)

$$\frac{M l}{5} (2 - 3) = -M \cdot 1 = M = 50 \text{ kNm}$$

$$= \frac{1}{12} \cdot 7,5 \cdot 25 = 15,625$$

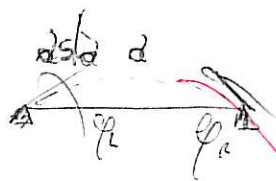
50 + 15,625

65,625 kNm

7,5

$$= \frac{1}{12} 7,5 \cdot 100 = 62,5 \text{ kNm}$$

calcolo la rigidità relative di estremità



$$\frac{2 R_{fa}}{l_a} = \frac{2 \cdot 10^{10}}{11,18}$$

$$\frac{2 R_{fb}}{l_b} =$$

$$\frac{2 R_{f1}}{l_1} =$$

a

$$w_a = 4 \frac{R_f}{l_a}$$

$$w_b = 3 \frac{R_f}{l_b}$$

$$\frac{2}{5} \quad (67)$$

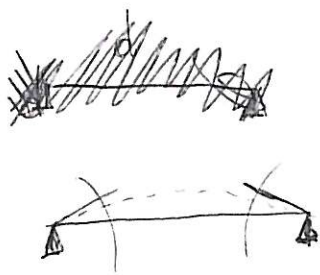
coefficient de répartition

$$R_a = \frac{W_a}{W_a + W_b} = \frac{\frac{4}{11,18}}{\frac{4}{11,18} + \frac{3}{5}} = \frac{4}{20 + 3 \cdot 11,18} = \frac{4}{50} = 0,08$$

$\boxed{0,375}$

$$R_b = \frac{W_b}{W_a + W_b} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{5} + \frac{4}{11,18}} = \frac{3}{3 \cdot 11,18 + 4 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 11,18}{3 \cdot 11,18 + 4 \cdot 5} = \frac{33,54}{33,54 + 20} = \frac{33,54}{53,54} = 0,626$$

$\boxed{0,626}$

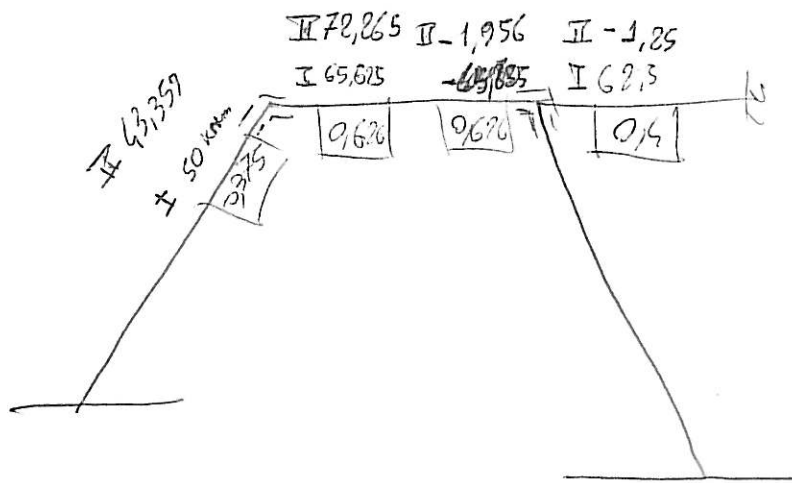


$$\frac{W_d}{l_2} = \frac{4}{10} \quad R_{fd} = \frac{4}{10}$$

$\boxed{0,4}$

$$R_d = \frac{W_d}{W_b + W_d} = \frac{\frac{4}{10}}{\frac{4}{10} + \frac{3}{5}} = \frac{\frac{4}{10}}{\frac{20 + 30}{50}} = \frac{20}{50} = 0,4$$

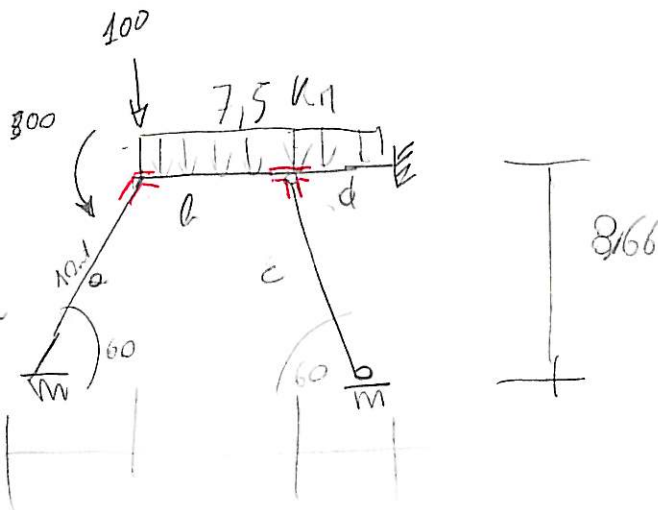
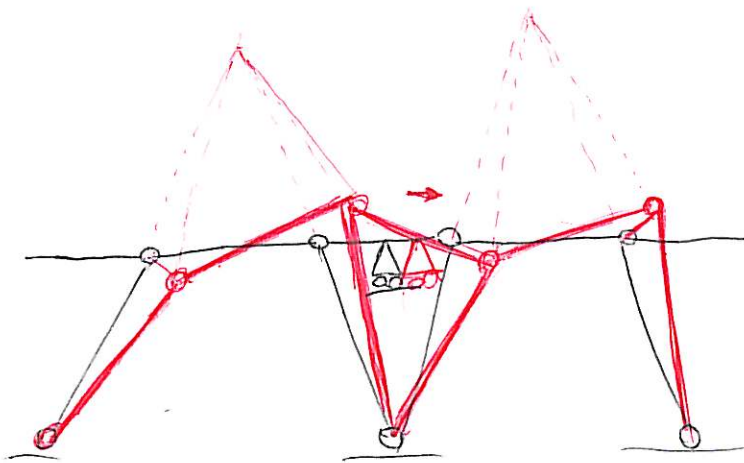
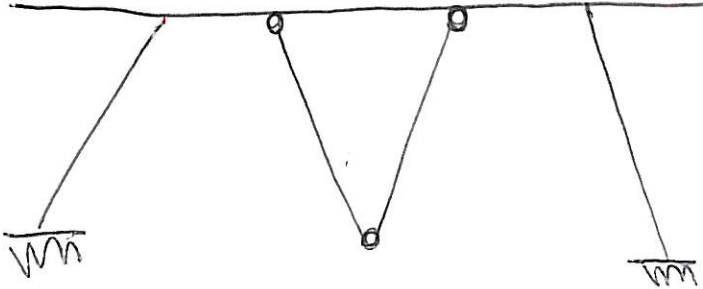
$\boxed{0,4}$



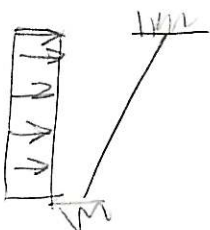
SIMULAZI 011

VADO TASSIO PAG. PRAC.

12km



ASTA A

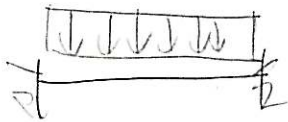


$h = 8,66$

$$M_L = -\frac{1}{12} q l^2 = -\frac{1}{12} \cdot 6 \cdot 8,66^2 = -37,498$$

MA

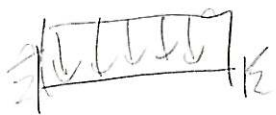
ASTA B



$$-\frac{1}{12} q l^2 = -\frac{1}{12} \cdot 7,5 \cdot 25 = -15,625$$

$$\mu_2 = -15,625$$

ASTA D



$$-\frac{1}{12} q l^2 = -15,625 \text{ uguale ad } b$$

l'asta C è scarica

RIGIDOREZZA

modo A

ASTA A

$$W_a = \frac{4}{l} R_a = \frac{4}{10} R_a = 0,4 R_a$$

ASTA B

$$W_b = \frac{4}{5} R_b = 0,8 \text{ i manichi si bloccano uno alla volta}$$

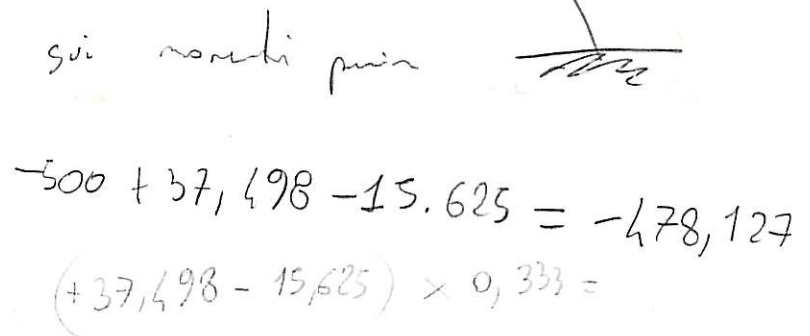
ASTA D

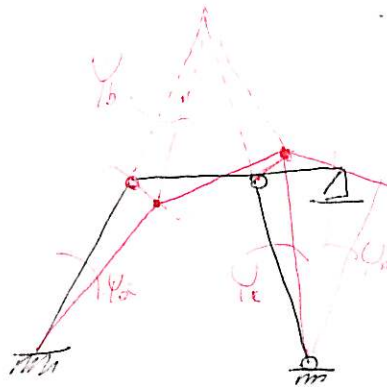
$$W_d = \frac{4}{5} R_d = 0,8$$

$$R_a = \frac{\frac{4}{10}}{\frac{4}{10} + \frac{4}{5}} = \frac{\frac{4}{10}}{\frac{20 + 40}{10 \cdot 5}} = \frac{20}{60} = \frac{R_a}{3}$$

$$R_D = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{4}{5} + \frac{4}{5}} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{8}{5}} = \frac{4}{8} = 0,5 = R_D$$

$$R_{B_R} = 0,5$$





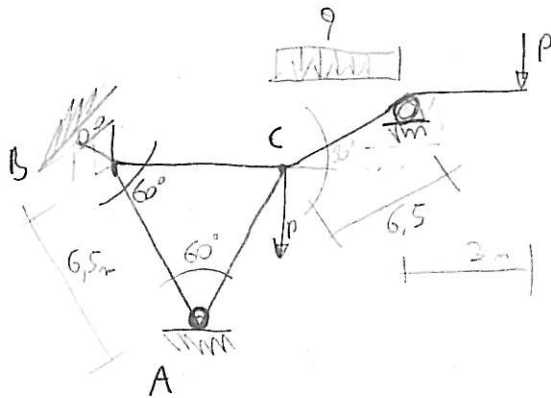
The diagram shows a truss structure with the following details:

- Nodes:** A, B, C, D, E, G', A'.
- Members:**
 - AB: Length 2
 - BC: Length b
 - CD: Length c
 - DE: Length d
 - EG': Length c'
 - GA': Length a'
- Supports:**
 - Pin support at node A.
 - Roller support at node C.
 - Roller support at node E.
 - Roller support at node G'.
 - Pin support at node A'.
- Dimensions:**
 - Horizontal distance between A and C: 4.5 m
 - Horizontal distance between C and E: 4.5 m
 - Horizontal distance between E and G': $=$
 - Horizontal distance between G' and A': $=$
 - Vertical height of node B above node C: 6 m
 - Vertical height of node D above node E: 6 m
- Other Features:**
 - A rectangular area at the top left is crossed out with a large 'X' and labeled q .
 - A vertical member is shown between nodes D and E, with a point load P applied horizontally at node D.
 - A diagram on the far right shows a cross-section of a beam with a parabolic load distribution labeled q^0 .

$$q_1 = 80 \text{ kM/m}$$

$$R_f \cdot l_d \cdot b' = 9.6 \cdot 10^{11} \text{ daM} \cdot \text{cm}^2$$

Un esercizio senza simmetrie, (Non si divide in simmetrica e antisimmetrica ma subito nodi fissi, nodi spostabili).



$$P = 250 \text{ KN}$$

$$q = 15 \text{ KN/m}$$

$$R = 2.4 \cdot 10^{10} \text{ da N} \cdot \text{cm}^2$$

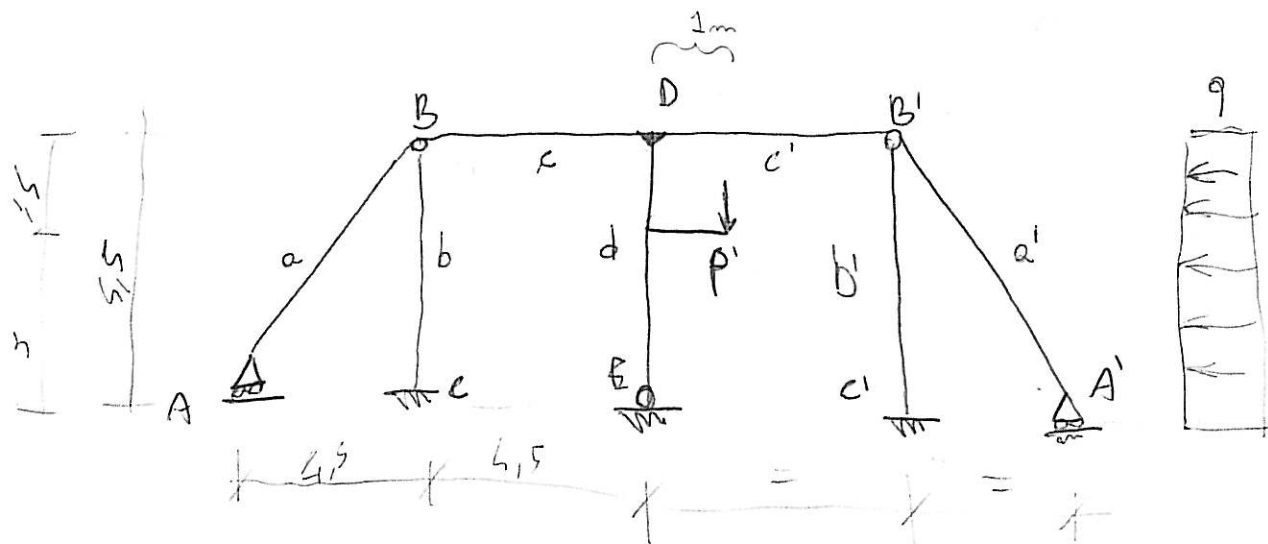
M, T, N ?

$$R_c = a, c, c', a' = 4,8 \cdot 10^{11} \text{ daN/m}^2$$

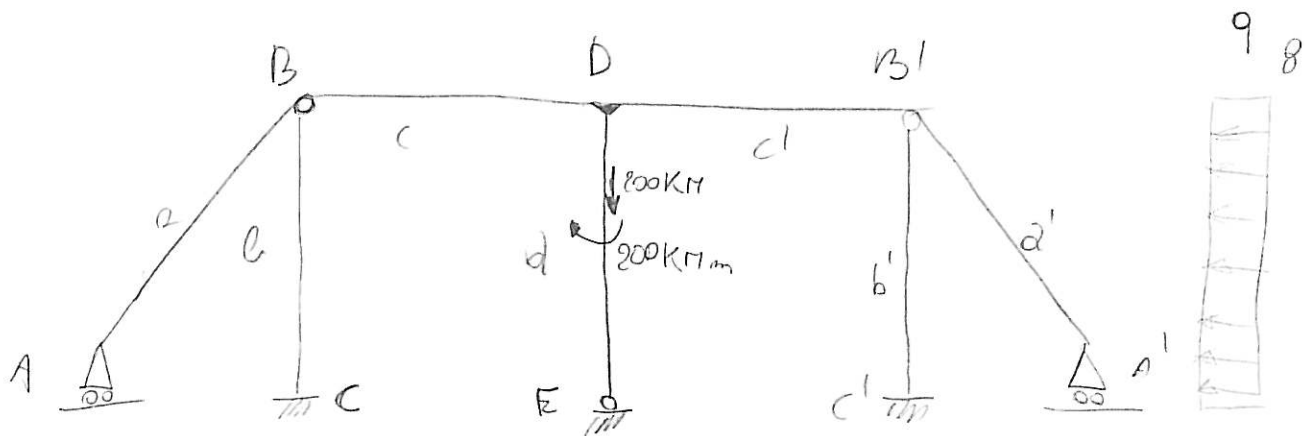
$$R_f = b, d, b' = 9,6 \cdot 10^{11} \text{ daN/m}^2$$

$$P = 200 \text{ KN}$$

$$q = 8 \text{ daN/m}$$



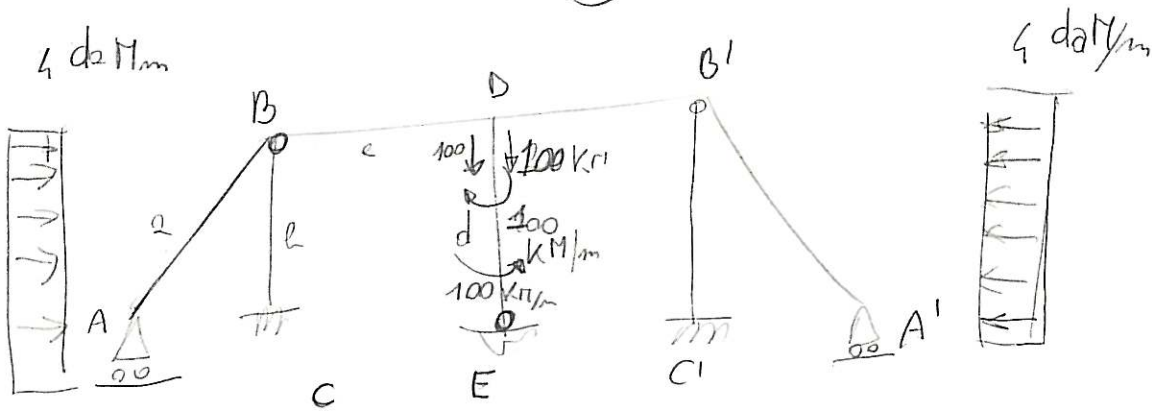
La struttura è simmetrica con carico antineutro solo dopo aver eliminato le appendici isostatiche.



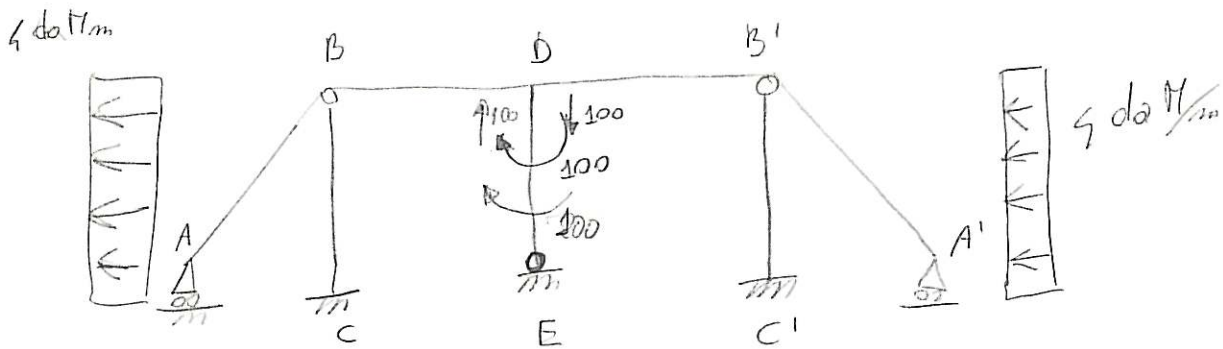
lunghezza della $a = \sqrt{4,5^2 + 4,5^2} = 6,36$

struttura simmetrica

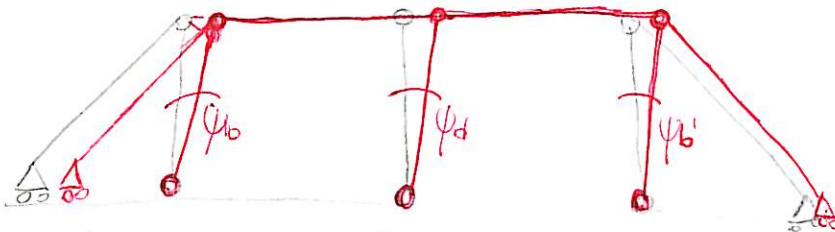
(S)



(A)



STUDIO DEL CINEMATISMO



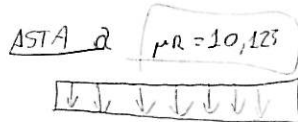
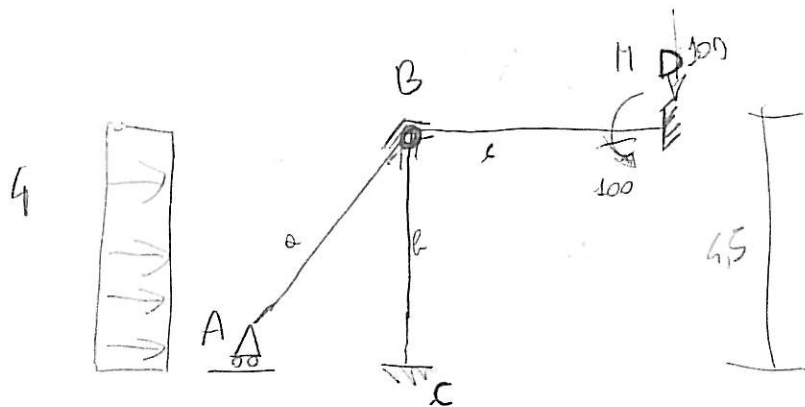
il cinematismo della reticolare associato è incompatibile con la simmetria
perché (S) è a nodi fissi (cinematismo incompatibile con la simmetria)
(A) è a nodi spostabili (cinematismo compatibile con l'antisimmetria).

studio Caricatura della simmetrica.

(5)

ERRORE prima BISOGNA TRASPORTARE I CARICAMENTI in K, H, M, T, A, I

tra i momenti primi

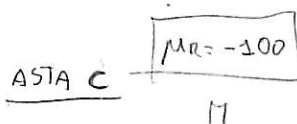


$M_R = 10,125$

$$M_R = \frac{1}{8} q l^2$$

$$= \frac{1}{8} 4 \cdot 20,25$$

$$= 10,125$$



$M_R = -100$

$$M_R = -\frac{M l}{e} \left(2 - \frac{3l}{e}\right)$$

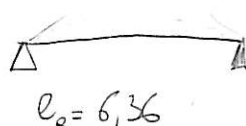
$$= -M (-1)$$

$$= M = -100$$

ASTA B è SCARICA

Reazione Rotazionale d'estremità

ASTA d



$$V_B = \frac{3 R_{f2}}{e} = \frac{3}{6,36} R_{f2}$$

$$= 0,47 R_{f2}$$

ASTA c



$$V_C = \frac{4 R_{f2}}{e_c} = \frac{4}{4,5} R_{f2}$$

$$= 0,888 R_{f2}$$

coefficienti di ripartizione.

$R_{f2} = R_{f1}$

$$R_a = \frac{W_a}{W_a + W_c} = \frac{\frac{3}{6,36} R_{f2}}{\frac{3}{6,36} + \frac{4}{4,5} R_{f2}} = \frac{\frac{3}{6,36}}{\frac{3 \cdot 4,5 + 4 \cdot 6,36}{6,36 \cdot 4,5}} = \frac{3 \cdot 4,5}{3 \cdot 4,5 + 4 \cdot 6,36}$$

$$= \frac{13,5}{38,94} = \boxed{0,347}$$

$$R_b = \frac{\frac{4}{4,5}}{\frac{3}{6,36} + \frac{4}{4,5}} = \frac{\frac{4}{4,5}}{\frac{3 \cdot 4,5 + 4 \cdot 6,36}{6,36 \cdot 4,5}} = \frac{4 \cdot 6,36}{3 \cdot 4,5 + 4 \cdot 6,36} = \boxed{0,653}^{R_b}$$

$$\begin{array}{r} 6,483 \\ \text{III } 9,004 \leftarrow \text{II} + 0,008 \\ \text{II} - 0,027 \rightarrow \text{III} - 0,013 \end{array} \quad \begin{array}{r} -40,124 \\ \text{II} + 0,008 \\ \text{III} - 0,013 \end{array} \quad \text{Σ sempre tutti i momenti}$$

Tabella Riassuntiva

Indice	lunghezza	Rigionezza	Coeff. di Part.	Momento Primo
a	6,36	0,47 $\frac{3}{6,36}$	0,346	10,125
b	—	—	—	—
c	4,5	0,888 $\frac{4}{4,5}$	0,653	-100

SICAMBIA SEGNO
DAL III AL SEGNO
O DAL I AL SEGNO

$$\begin{array}{l} \text{III } 0,944 \leftarrow \text{II} + 0,082 \\ \text{II} - 0,250 \rightarrow \text{III} - 0,125 \\ \text{III } 0,383 \leftarrow \text{II} 0,767 \\ \text{II } 2,348 \rightarrow \text{III} - 1,174 \\ \text{III } 3,596 \leftarrow \text{II } 7,191 \end{array}$$

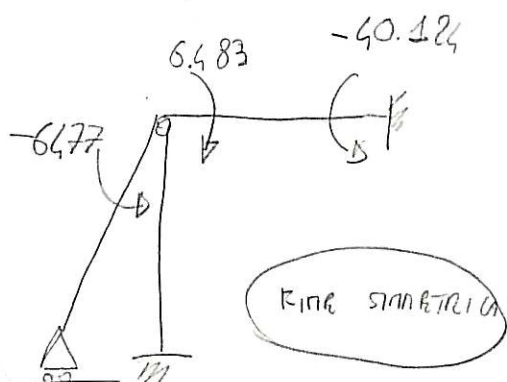
VA RIPARTITO ANCHE DALLA ASA Q

$$\begin{array}{l} -6,477 \\ \text{II} - 0,004 \\ \text{II} - 0,014 \\ \text{II} - 0,033 \\ \text{II} - 1,248 \\ \text{II} - 11,704 \\ \text{II} - 3,503 \\ \text{II} - 10,125 \\ \text{I } 10,125 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{II} - 22,025 \rightarrow \text{III} - 11,013 \\ \text{III} + 33,729 \leftarrow \text{II } 67,459 \\ \text{II} - 6,612 \rightarrow \text{III} - 3,306 \\ \text{I } 0 \quad \text{I} - 100 \end{array}$$

NOTA: I MOMENTI SECONDI
SI OTTENGONO SOTTOLTO
I MOMENTI PRIMI,
* CAMBIO SEGNO
* RICORDARE PER I
COEFF. DI RIPARTIZ.

Solo nel
primo
potremmo
essere
tanti
con i primi

Per fare i giri bisogna
ricordare dal III un
nuovo μ_{II} . si fa:



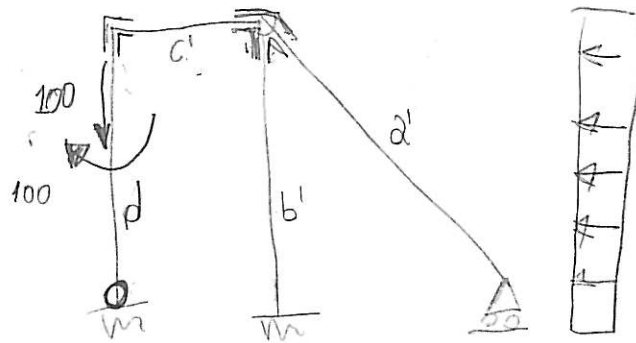
- * $\Sigma \mu_I + \mu_{II}$
 - * cambio segno
 - * Ripartisco
- = trova un momento simile

$$\begin{array}{r} -3,306 \\ -100 \\ \hline -103,306 \rightarrow +103,306 \times 0,653 \\ = +67,459 \\ \rightarrow \text{il } \mu \text{ simile} \end{array}$$

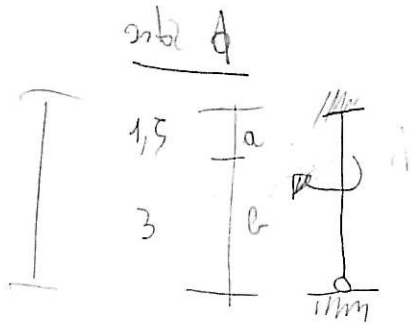
I MOMENTI III SI SOTTOLTO
SOLO CON I MOMENTI PRIMI
Per proseguire si ripartisce

STUDIO L'ANTIPIETRA (ATTENZIONE non uso gli stessi valori ma quelli corretti)

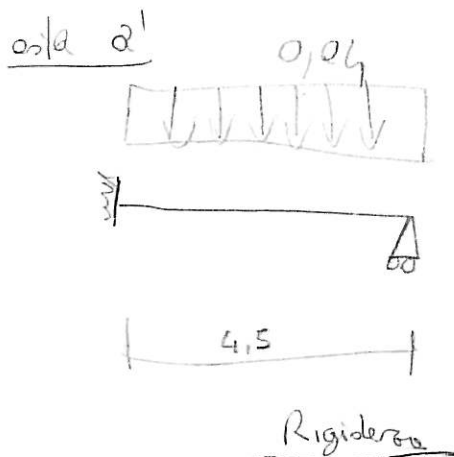
(A)



0,04
ATTENZIONE
ALCUNE
SINCRONIC



$$\begin{aligned} \mu_R &= \frac{M_b(2l-3a)}{l^2} - \frac{1}{2} \frac{Ma(2l-3a)}{l^2} \\ &= -\frac{1}{2} \frac{400 \cdot 1,5(2 \cdot 4,5 - 3 \cdot 1,5)}{20,25} \\ &= +26,67 \end{aligned}$$



$$\mu_c = -\frac{1}{8} q l^2 = -\frac{1}{8} 0,04 \cdot 20,25 = 0,10$$



$$\frac{3R_f}{l_b} = \frac{3}{4,5} R_f = 0,667$$



(non è necessario / non serve)

$$\frac{4}{4,5} R_f = 0,889$$



$$\frac{3}{6,36} R_f = 0,472 R_f$$

Coefficienti di ripartizione

$$\frac{0,956}{\frac{3}{4,5} + \frac{4}{4,5}} = \frac{3}{7} = \boxed{0,429 = R_d}$$

$$\frac{\frac{3}{6,36}}{\frac{3}{6,36} + \frac{4}{4,5}} = \frac{\frac{3}{6,36}}{\frac{3 \cdot 4,5 + 4 \cdot 6,36}{4,5 \cdot 6,36}} = \frac{3 \cdot 4,5}{3 \cdot 4,5 + 4 \cdot 6,36} = \boxed{0,35 R_d}$$

tra cui due gli altri due

$$\underline{-8,77} \quad \underline{-1,762}$$

$$II - 0,008 \rightarrow III - 0,006$$

$$III + 0,0244 \leftarrow II + 0,028$$

$$II - 0,085 \rightarrow III - 0,043$$

$$III + 0,18 \leftarrow II + 0,296$$

$$II - 0,96 \rightarrow III - 0,48$$

$$III + 1,586 \leftarrow II + 3,172$$

$$II - 9,519 \rightarrow III - 4,759$$

$$\frac{1,758}{1,758}$$

Quota di R_d

8,77

$$II - 0,006$$

$$II - 0,063$$

$$II - 0,680$$

$$II - 7,151$$

$$I 46,67$$

$$0,429$$

$$0,571$$

$$0,653$$

$$0,347$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

$$II + 0,157$$

$$II + 0,035$$

$$II + 0,57$$

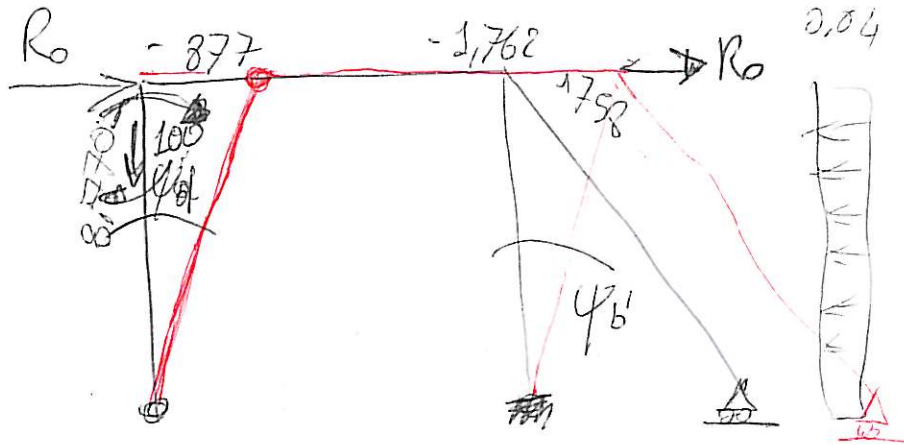
$$II + 1,68$$

$$I - 0,10$$

calcolo R_0

NOTA: I MOMENTI UTILIZZATI PER IL CROSS NON ENTRANO IN LINEA

~~sulla~~ escludere b
spostamento sulla rettilineità assiale.



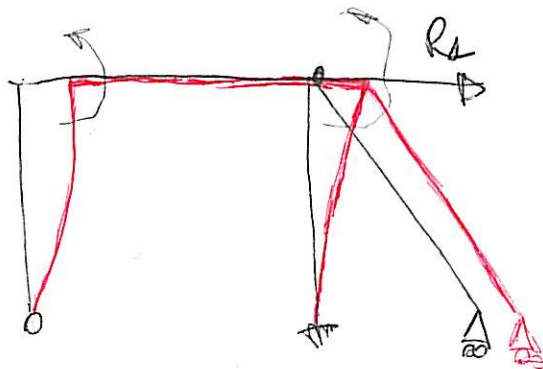
$$R_0 \cdot 4,5 \cdot \psi_d + 8,770 \psi_d + 100 \psi_b = 0,04 \cdot 4,5 (\psi_d \cdot 4,5) = 0$$

forza
concentrata
nel binario

angolo di rotazione
(spostamento)
per il caso di spostamento
con l'angolo

$$R_0 = \frac{-107,96}{4,5} = -23,99$$

calcolo R_d sulla betoncina



$$\begin{aligned} M_{dk} &= -3 \frac{R_d \psi_d}{l_d} \\ &= \frac{-3}{4,5} \cdot \frac{9,6}{2} \\ &= \frac{6,4}{2} = -3,2 \end{aligned}$$

dividere Q e R_d per 10

$$\begin{aligned} M_{Ld} &= -6 \frac{R_d \psi_d}{l_b} = \frac{-6}{4,5} \cdot 9,6 \\ &= \frac{-3}{l_b} R_d \psi_d = \frac{-3}{4,5} \cdot 9,6 = 6,4 \end{aligned}$$

$$+1,685 \quad +0,35$$

$$II + 0,002 \rightarrow 0,001$$

$$III - 0,003 \leftarrow II - 0,005$$

$$II + 0,016 \rightarrow III 0,008$$

$$III - 0,008 \leftarrow II - 0,056$$

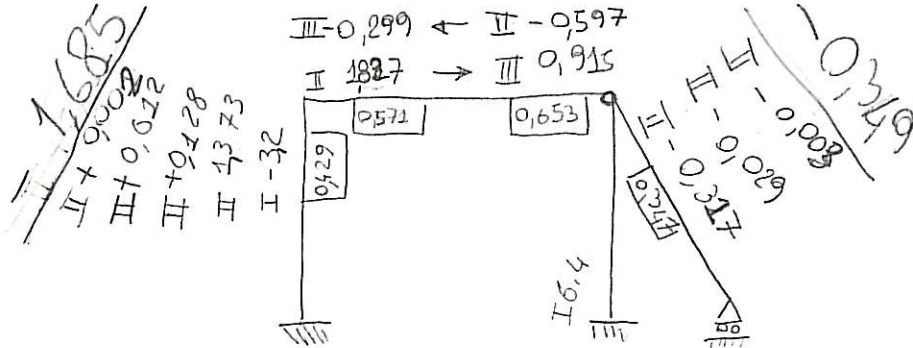
$$II 0,170 \rightarrow III 0,085$$

$$III - 0,299 \leftarrow II - 0,597$$

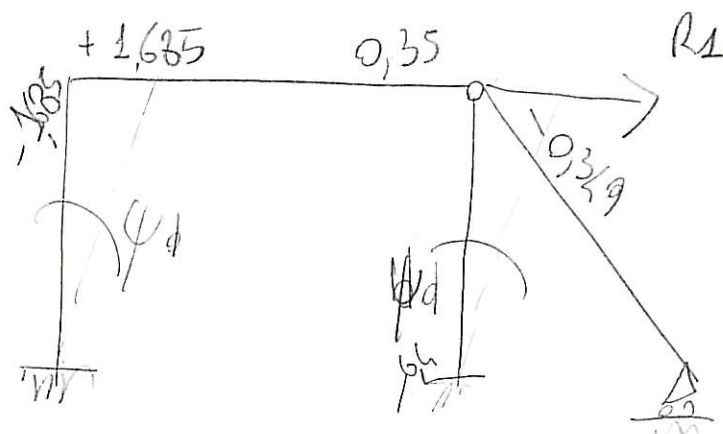
$$II 1,827 \rightarrow III 0,915$$

SI CARICA DI SEGNO SOLO
DALL' I AL II e DAL
III AL II

quelli di R0



calcolo R1 con 8 eq. di estensione



$$-1,685 \cdot \psi_d - 6,4 \cdot \psi_d + R_1 \cdot 4,5 \cdot \psi_d = 0$$

Forza x Braccio
risultante

$$\frac{-1,685 - 6,4}{4,5} = -R_1$$

$$R_1 = 1,797 \Rightarrow R_0 + \alpha R_1 = 0$$

$$\alpha = \frac{-R_0}{R_1}$$

$$= \frac{23,99}{1,797} = 13,35$$

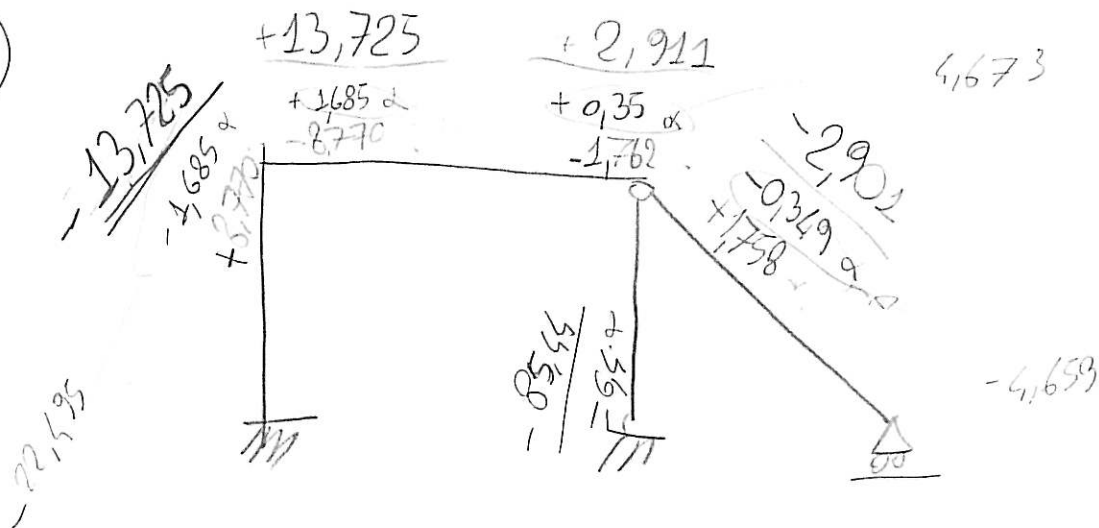
ora: Prendo i momenti dell'

$$\sum \mu_0 + \alpha \sum \mu_1$$

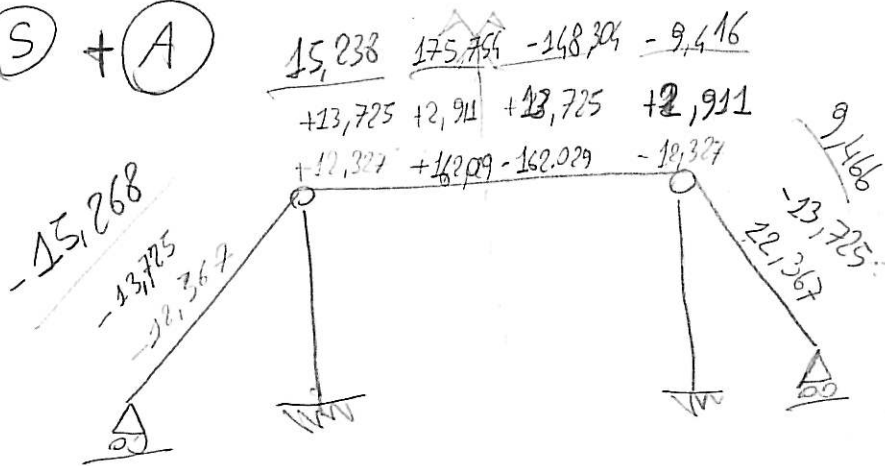
↑
quelli di R_0 ↑
quelli di R_1

+21,435

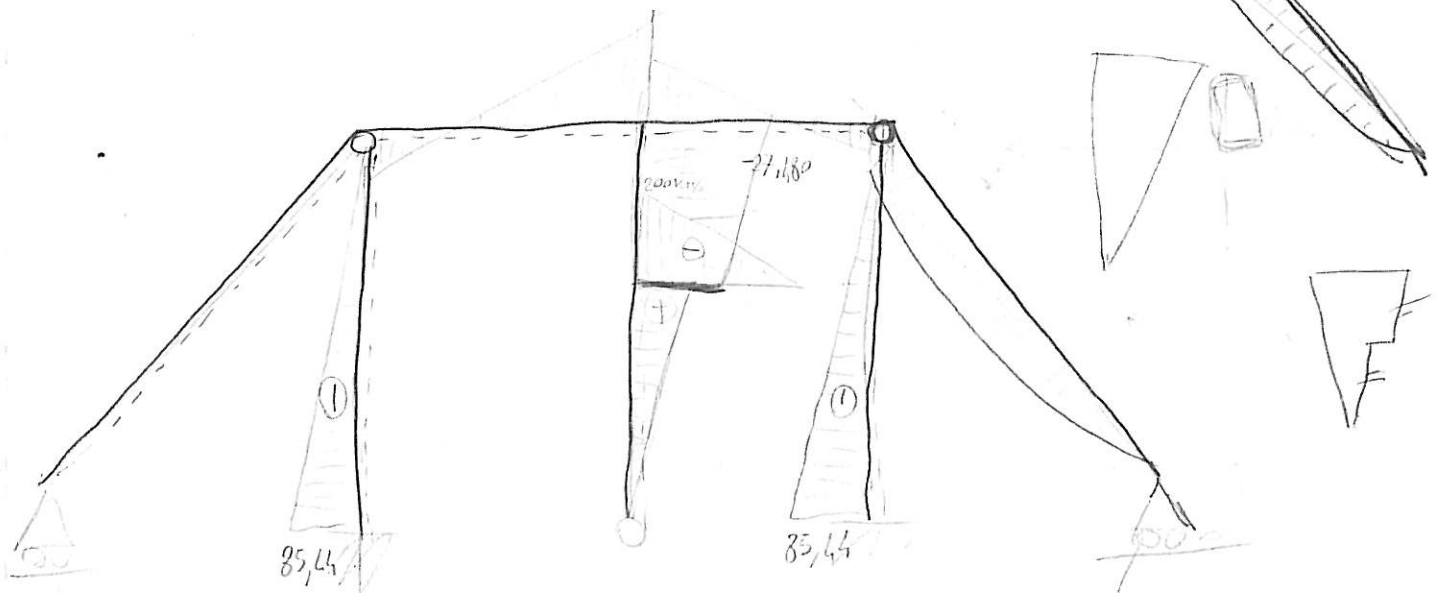
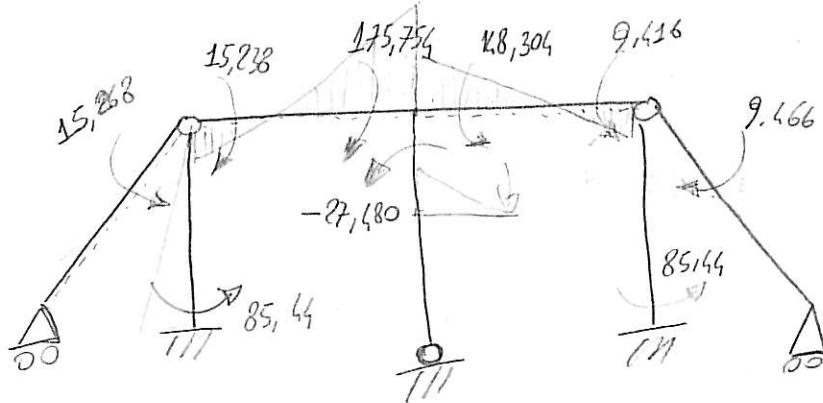
(A)



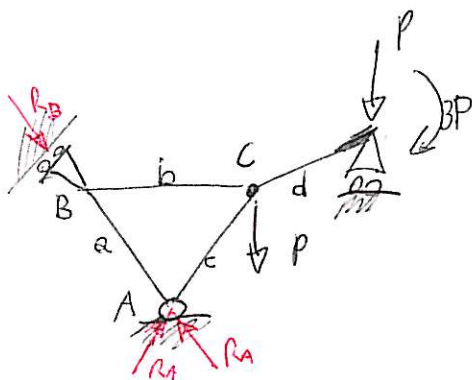
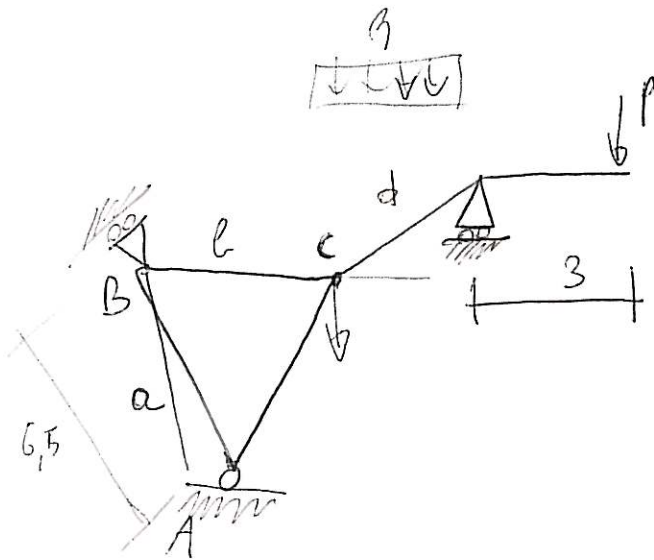
(S) + (A)



quindi lo



Giovedì 29/07/99 ultima lezione.



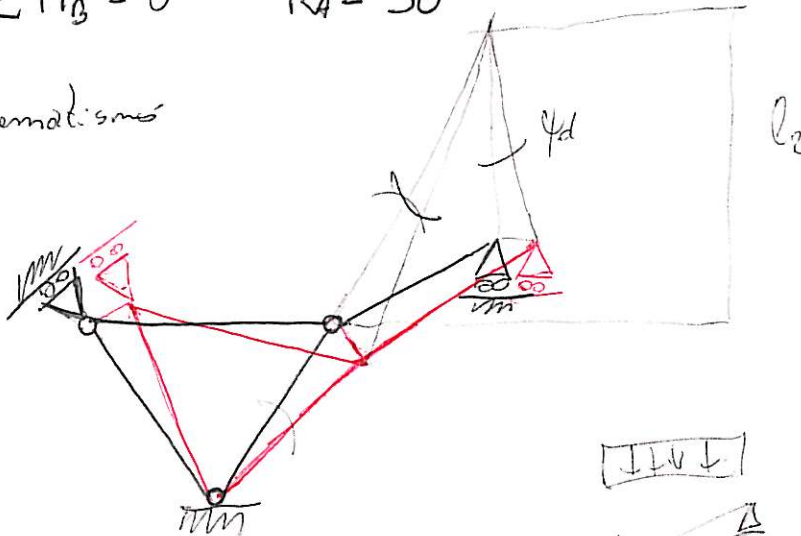
$$P = 250 \text{ KM}$$

$$q = 15 \text{ KM/m}$$

$$\sum M_A = 0 \quad R_B = 483 \text{ KM}$$

$$\sum M_B = 0 \quad R_A = 50$$

cinematiche

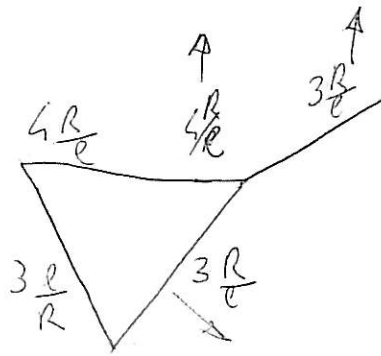


$$l_1 \psi_A = -l_2 \psi_C$$

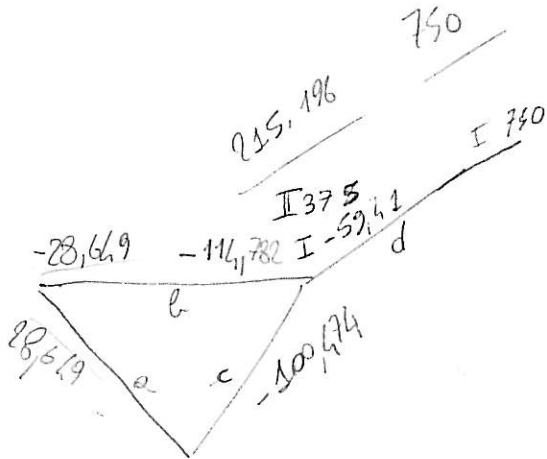
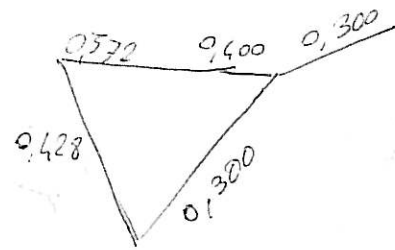
$$\psi_d = -\psi_C \cdot \frac{l_1}{l_2} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \psi_C$$

$$u = -\frac{1}{8} q l^2 = -\frac{1}{8} \cdot 15 \cdot \left(6.5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = -59.41 \text{ KM} \cdot \text{m}$$

rigiolette, "schindler" "



coefficienti di ripartizione



$$28,649 \psi_a + (-28,649 - 114,782) \psi_b + (-100,474) \psi_c + (215,196 + 750) \psi_d$$

$$+ \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \psi_e + \underbrace{\left(\frac{-15 \cdot 6,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \right)}_{\text{contributo di coppia}} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \psi_e + \underbrace{250 \cdot \frac{6,5}{2}}_{\text{contributo}} \psi_e + \dots$$

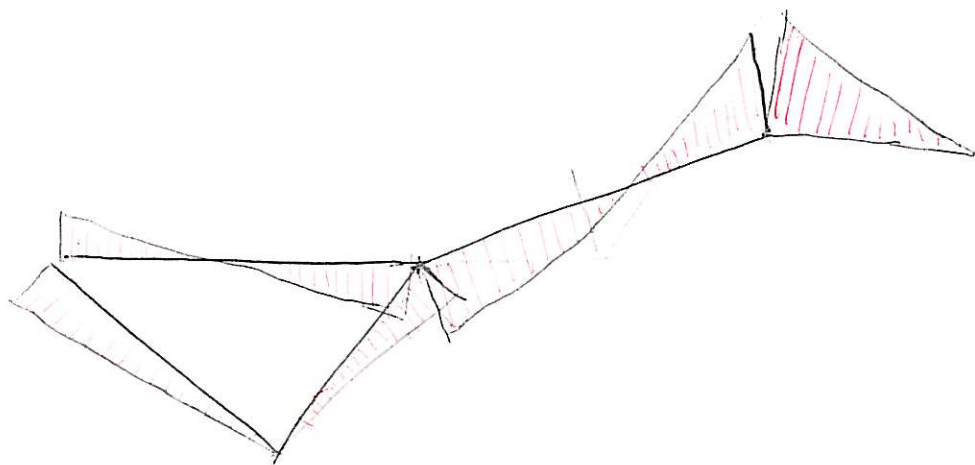
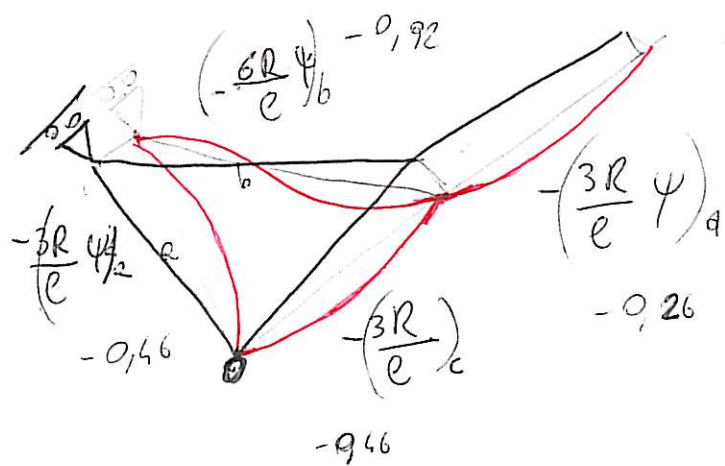
$$\dots + R_0 \cdot 6,5 \cdot \psi_e = 0$$

$$\triangleleft \left| \begin{matrix} R_0 \end{matrix} \right.$$

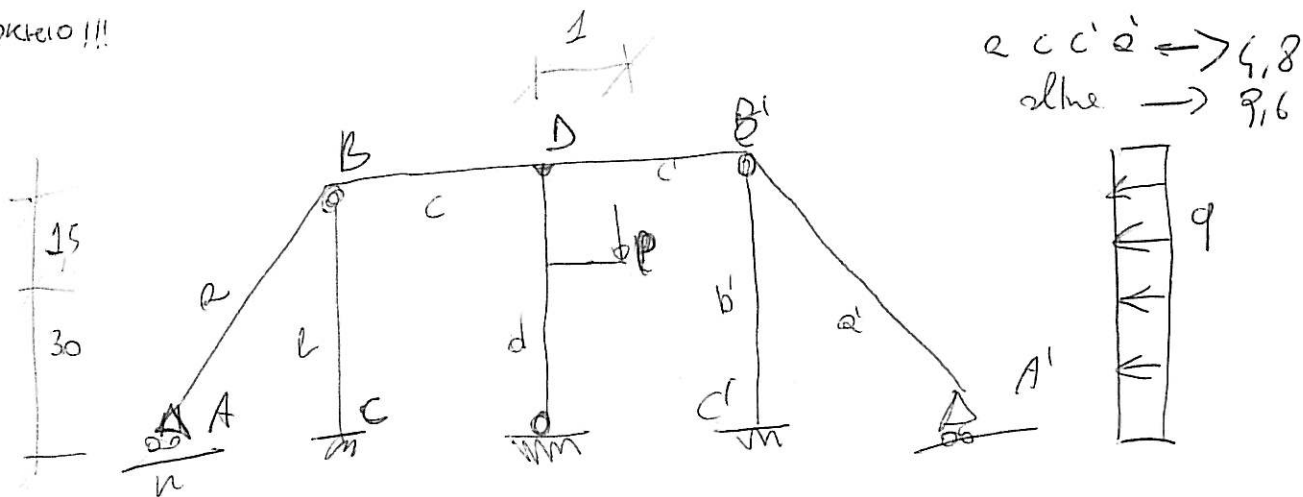
$$-\frac{6,5}{2} \sqrt{3} \cdot R_0 \psi_e$$

$$R_0 = 31,478$$

SITUATION 4: TWO SPACING FOR PROPORTION

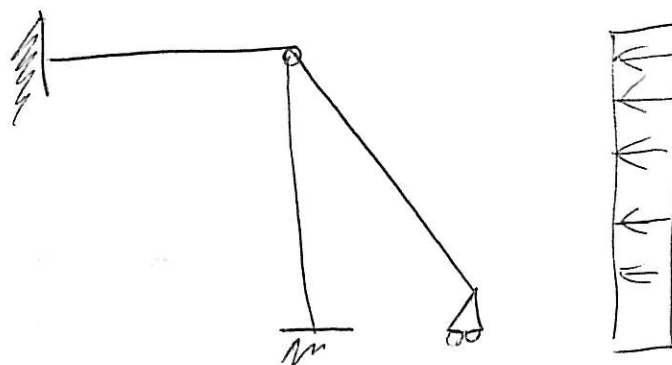


OK 10 !!!



$q = 8 \text{ daN/m}$
 $p = 200 \text{ KN}$

5

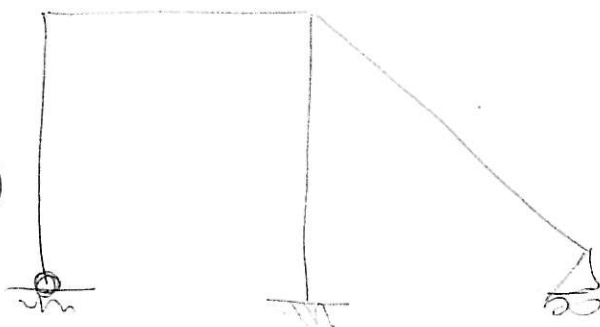


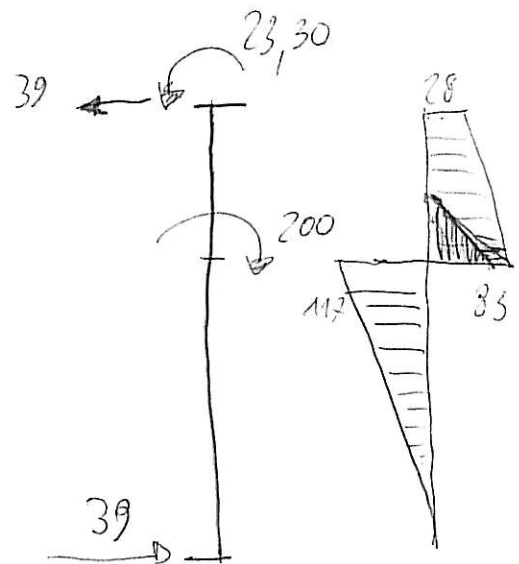
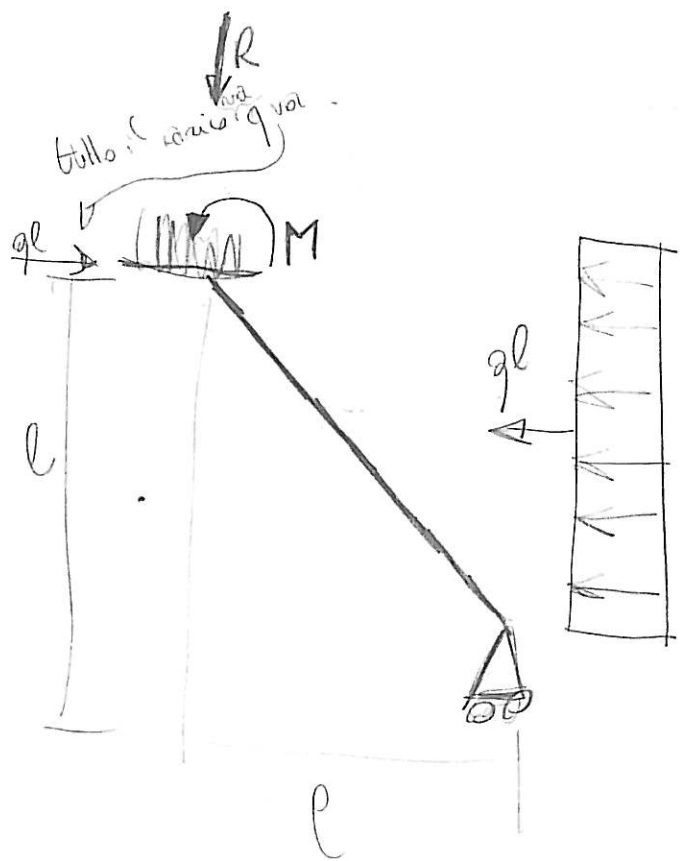
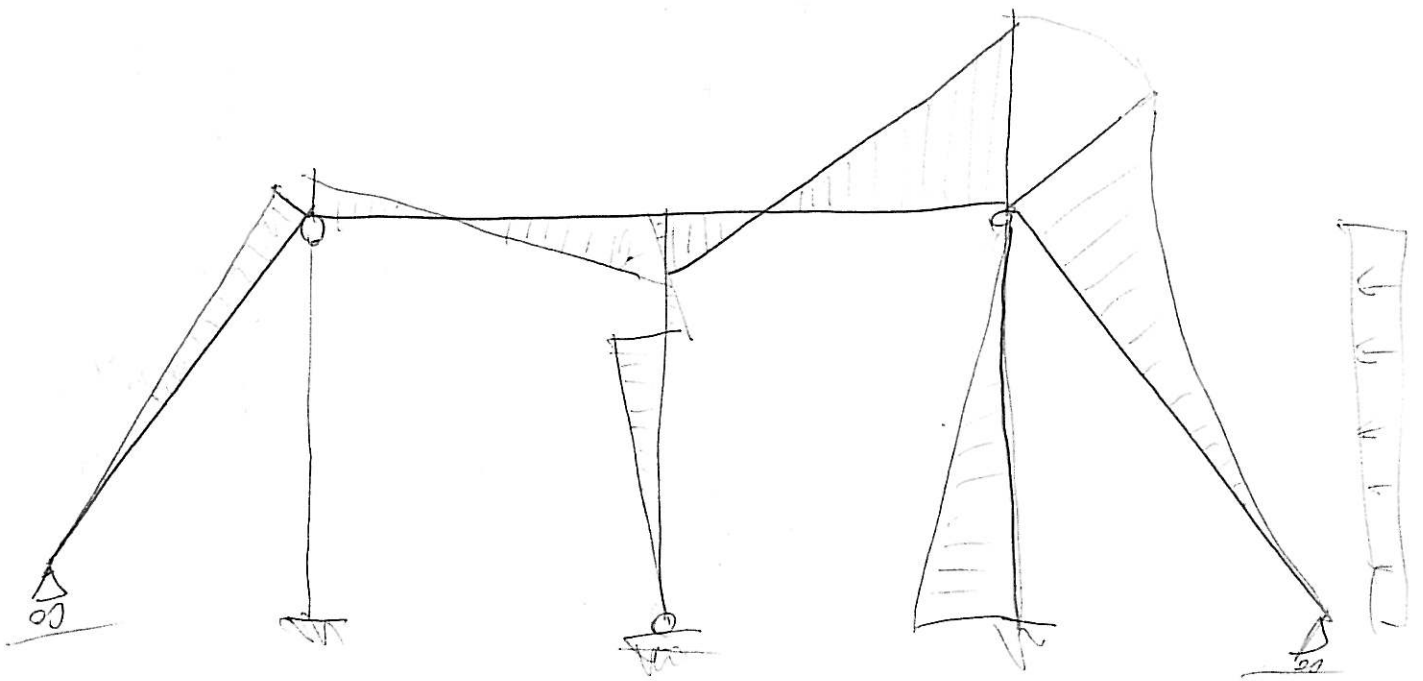
$$p = \frac{1}{2} q l^2$$

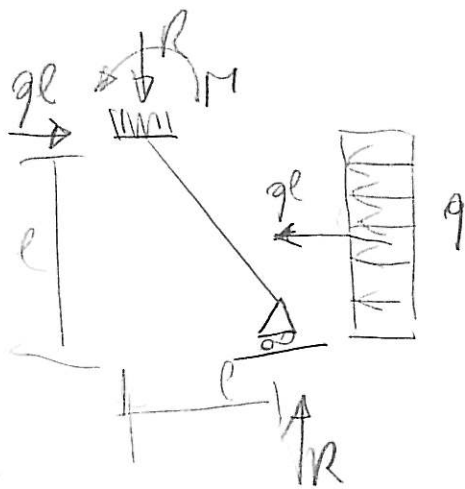
CASO MEMBOLA PERCHÉ
 la carica è ortogonale
 all'appoggio.

A

R/c
 $4,8$



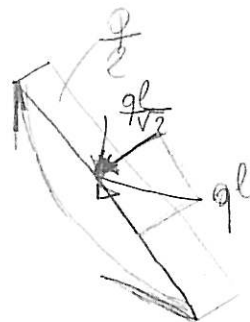
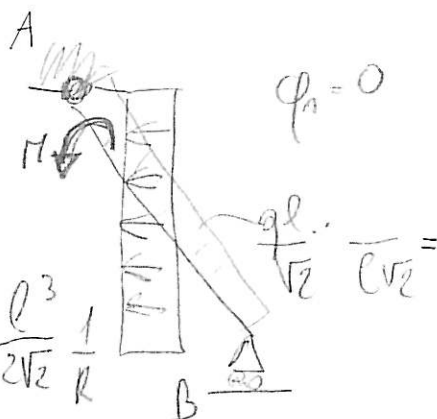




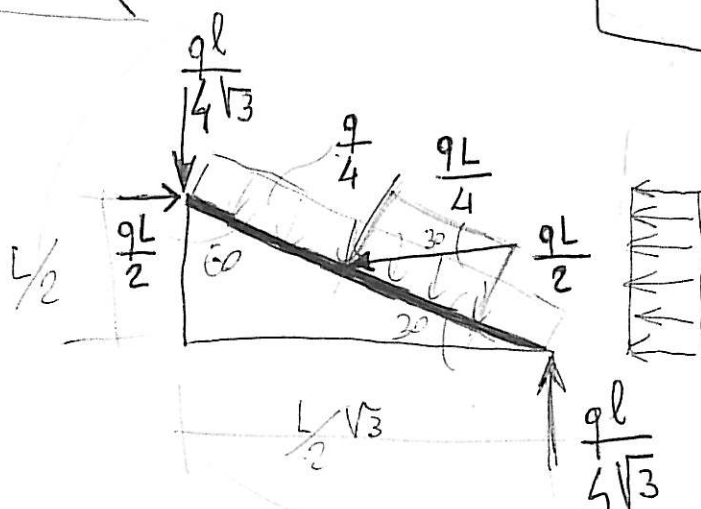
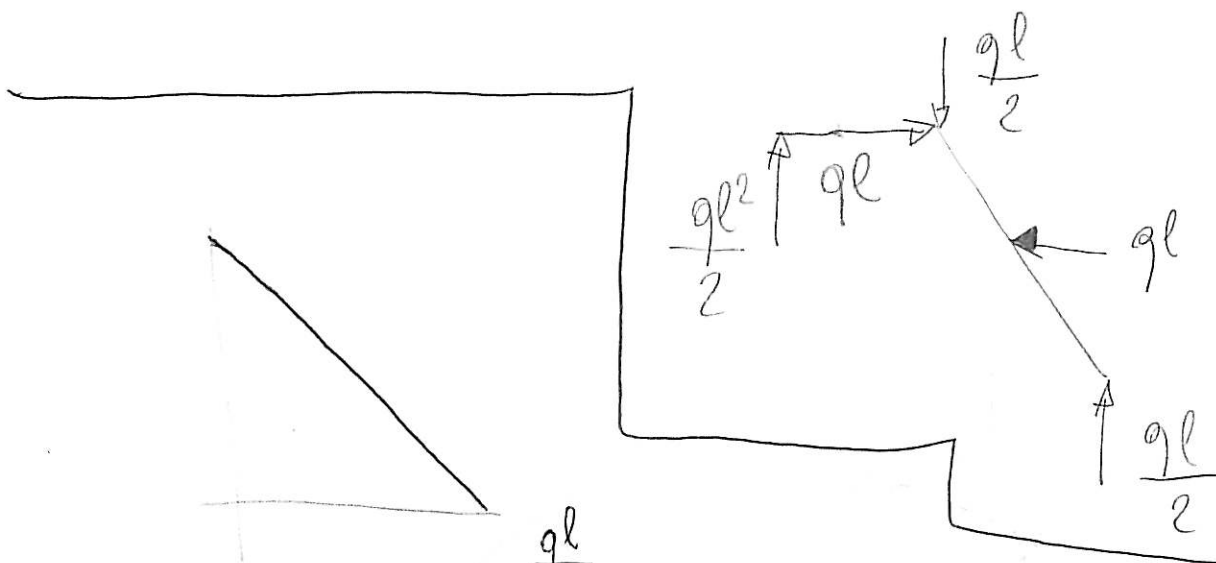
Se la reazione su nulla si ha

$$M = \frac{1}{2} q l^2$$

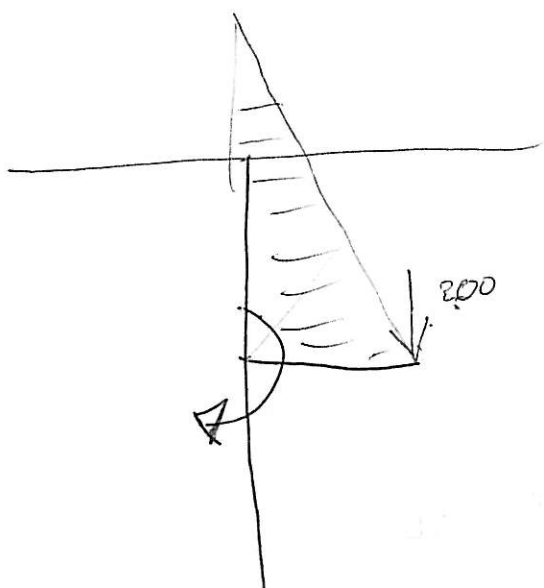
Di spostamento

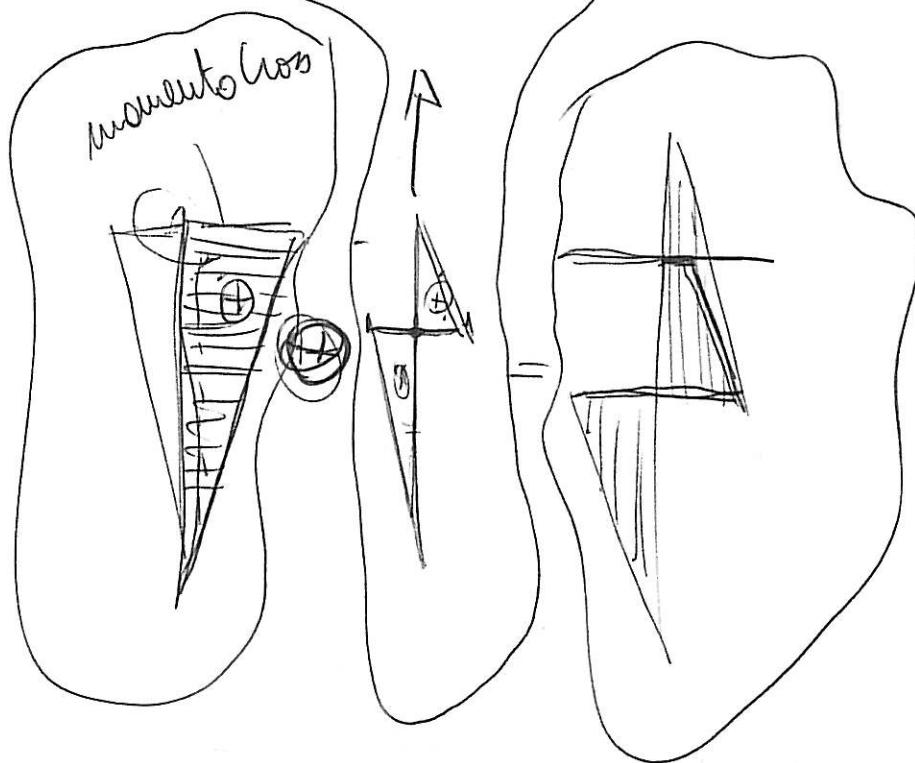
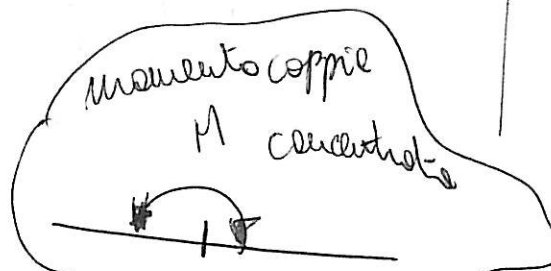
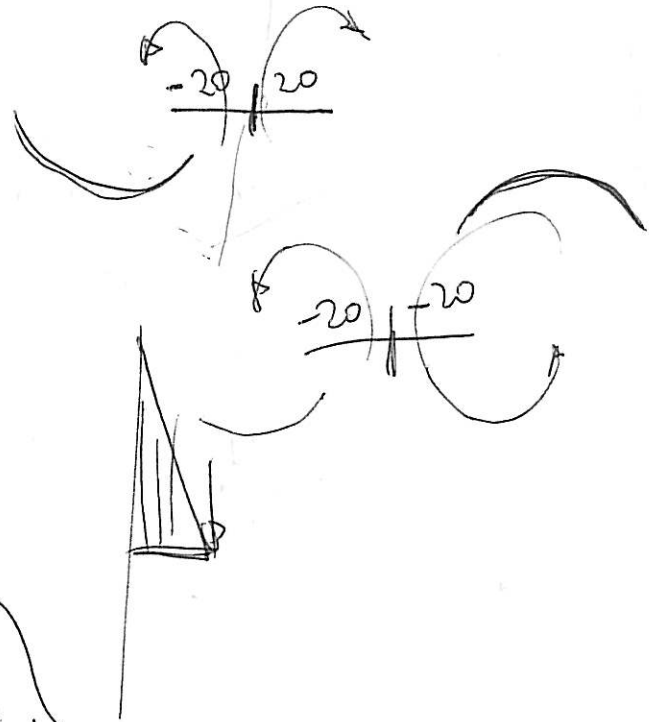
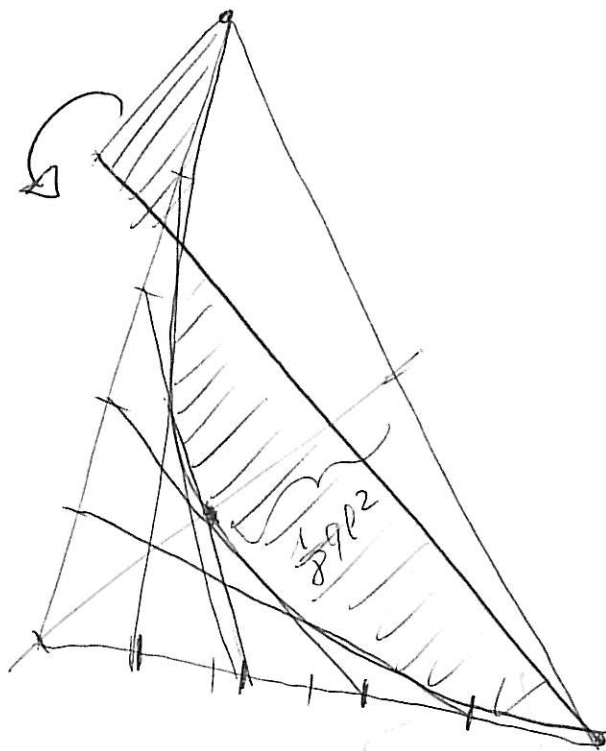


$$\varphi = \frac{1}{24} \frac{q l^2 (l \sqrt{2})^3}{R} = \frac{1}{24} \frac{q}{2} \frac{l^3}{2 \sqrt{2}} \frac{1}{R}$$



$$\frac{1}{8} \frac{q}{2} L^2$$



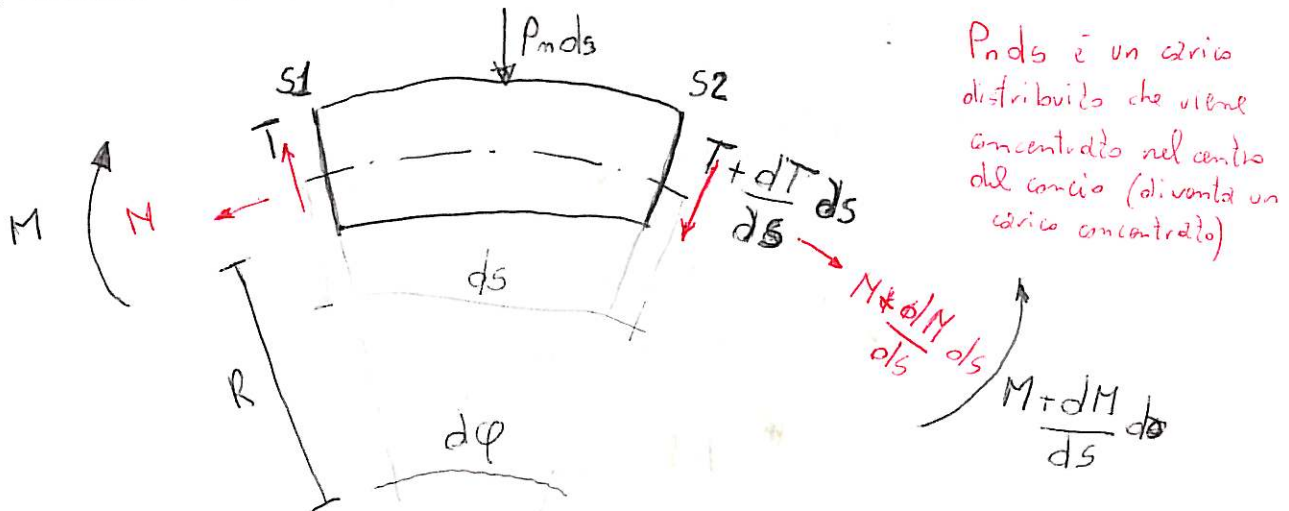


Dimostrazione delle relazioni differenziali.

ds = arco

P_t = componente lungo ds delle forze esterne.
 P_n = componente lungo la normale a ds } delle forze esterne

P_t e P_n vengono assimilate ad un carico concentrato vista la piccola dimensione di ds .



1) Indico il taglio sul lato sinistro del concio e lo riporto maggiorato dell'addendo differenziale sulla superficie S_2 di destra.

2) Riporto il momento a destra e sinistra

3) Riporto lo sforzo normale a destra e sinistra

teniamo presente le convenzioni $M > 0$ per trazione

$M > 0$ in senso orario, $T > 0$ è associato ad un momento generante orario

IMPOSTO L'EQUILIBRIO DEL CONCIO

1° Equilibrio i momenti

$$\sum M_i = 0$$

$$M - \left(M + \frac{dM}{ds} ds \right) + \overbrace{T \cdot ds}^{S_1 \text{ Tronca sul polo}} + T + \frac{dT}{ds} ds = 0$$

MOMENTI VERI E PROPRI

MOMENTI dovuti ai tagli con bracci antitanti della lunghezza ds del concio (equivalenti orari quindi entrambi positivi)

$$M - \left(M + \frac{\partial M}{\partial s} \partial s\right) + \left(T + \frac{\partial T}{\partial s} \partial s\right) \partial s = 0$$

$$\cancel{M} - \cancel{M} - \frac{\partial M}{\partial s} \partial s + T + \frac{\partial T}{\partial s} \partial s = 0$$

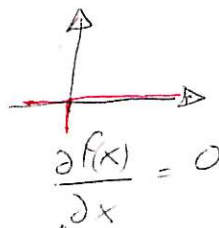
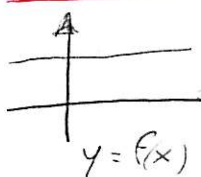
$$-\frac{\partial M}{\partial s} \partial s = -T - \frac{\partial T}{\partial s} \partial s$$

Trascuro gli infinitesimi di ordine superiore

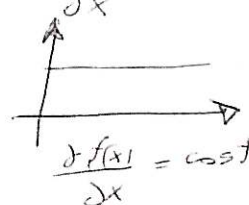
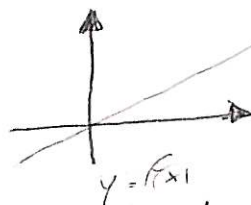
$$-\frac{\partial M}{\partial s} = -T$$

$$\boxed{\frac{\partial M}{\partial s} = T}$$

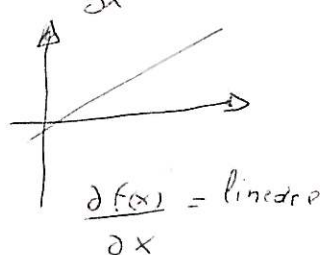
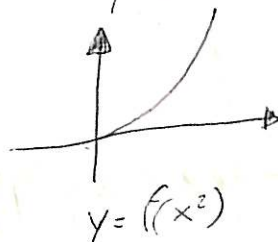
IL TAGLIO È LA DERIVATA DEL MOMENTO



- se il momento è costante il taglio è nullo



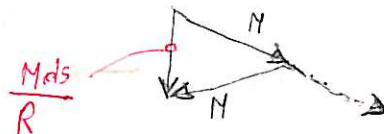
- se il momento è lineare il taglio è costante.



- se il momento è parabolico il taglio è lineare.

IMPONENDO L'EQUILIBRIO ALLA TRASLAZIONE VERTICALE SI OTTIENE LA SECONDA RELAZIONE DIFFERENZIALE CHE METTE IN RELAZIONE IL TAGLIO CON I CARICHI.

- 1) Viste le piccole dimensioni di ds i tagli $T_e - T$ si elidono
- 2) Gli M danno origine a una componente normale a ds



L'angolo $d\varphi$ può essere approssimato all'angolo

$$P_n ds + \frac{\partial T}{\partial s} ds + \frac{N ds}{R} = 0$$

carico concentrato

carico distribuito dovuto al peso proprio del taglio

carico reagente dovuto alla componente normale

se la trave è allineata il raggio è infinito e quindi la componente normale si elide.

rimangono in gioco:

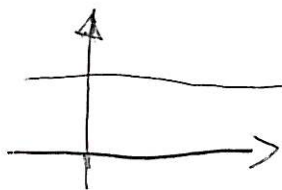
$$P_n ds + \frac{\partial T}{\partial S} ds = 0$$

Da cui

$$\frac{\partial T}{\partial S} ds = -P_n ds$$

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial S} = -P_n}$$

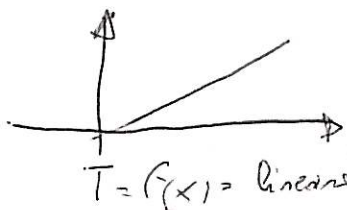
La derivata del taglio fornisce il carico cambiato di segno.



$$T = f(x) = \text{cost}$$



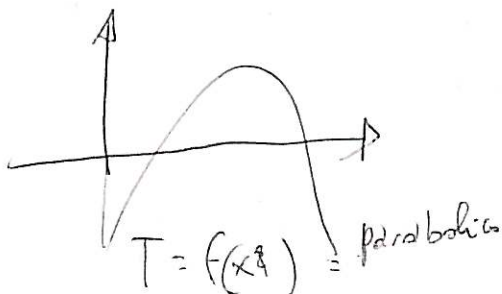
$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{d(f(x))}{dx} = 0$$



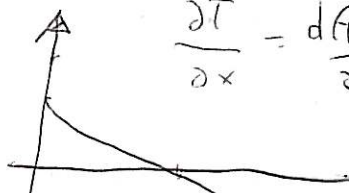
$$T = f(x) = \text{lineare}$$



$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{d(f(x))}{dx} = -\text{cost}$$

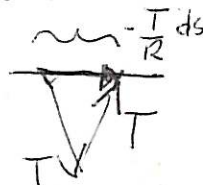


$$T = f(x) = \text{parabolica}$$



$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{d(f(x))}{dx} = -\text{lineare}$$

Facendo un analogo ragionamento sull'azione dei tagli nel cavo si ottiene



$$P_t ds + \frac{\partial M}{\partial s} ds - T \frac{ds}{R} = 0$$

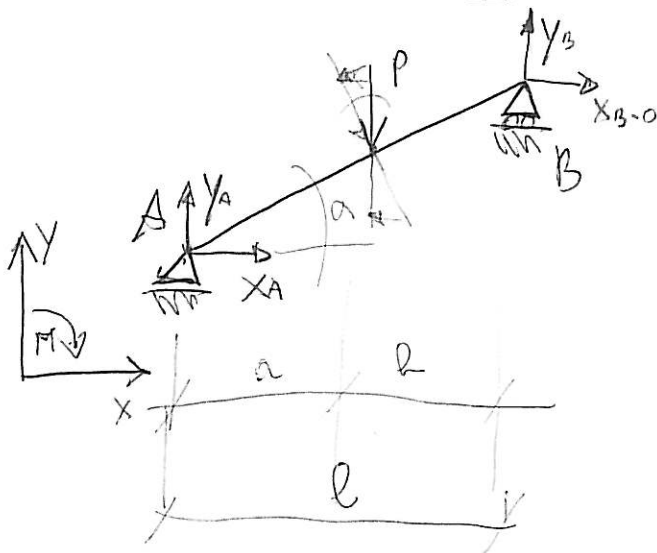
$$\text{da cui } \frac{\partial M}{\partial s} = -\left(P_t - \frac{T}{R}\right)$$

che per travi rettilinee da

$$\frac{\partial M}{\partial S} = -P_t$$

ma quest'ultima relazione differenziale è meno usata.

STRUTTURA ISOSTATICA



EQUAZIONI CARDINALI DELLA STATICA PER TROVARE LE REAZIONI VINCOLARI

$\alpha = 30^\circ$

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 & X_A + X_B = 0 \text{ (siccome)} \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases}$$

EQUILIBRIO DEI MOMENTI IN A $P \cdot a - Y_B \cdot l = 0 \Rightarrow$ si ricava Y_B

$$Y_B = \frac{Pa}{l}$$

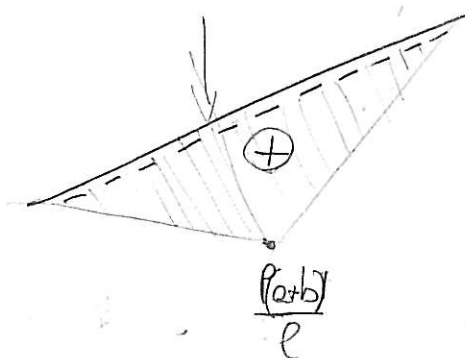
Se invece faccio polo su B

$$Y_A \cdot l - P \cdot b = 0 \Rightarrow Y_A = \frac{Pb}{l}$$

ho trovato le reazioni vincolari.

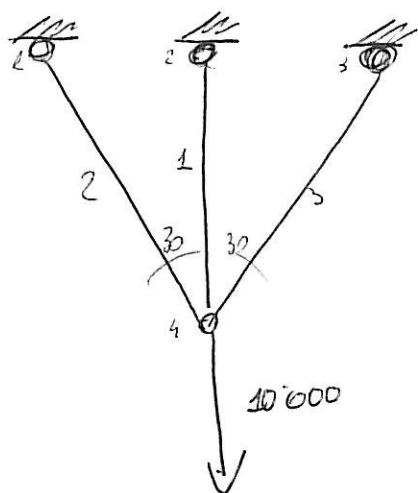
X_B deve essere nullo perché corrisponde con il grado di libertà del vincolo.

$X_A \neq P \sin \alpha = 0$



APPLICAZIONE DEL TEOREMA DEI LAVORI VIRTUALI A TRAVATURE RETICOLARI

IPERSTATICHE G.D.I. = 1

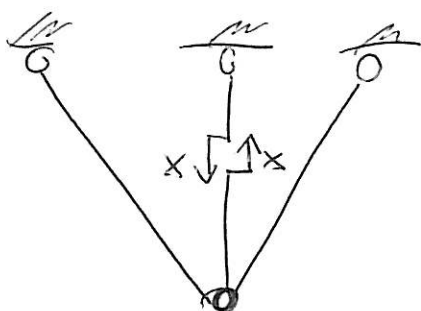


Troviamo le tensioni interne all'asta 1.

① PASSO TROVO IL SISTEMA PRINCIPALE IPERSTATICO.

ESSO SI OTTIENE TAGLIANDO L'ASTA SOTTO ESSEA CHE COSTITUISCE ANCHE IL GRADO DI IPERSTATICITA'.

- Scarico anche la struttura
- METTO IN EVIDENZA GLI SFORZI APPLICATI ALLA FACCE DEL TAGLIO



IMpongo LA CONDIZIONE DI CONGRUENZA CHE CONSISTE DI APPLICARE IL T.D.L.V. E DI RISOLVERE LA STRUTTURA ANCHE SE IPERSTATICA.

* Una forza F^* fittizia si cerca di mantenere unite le sezioni del taglio cioè $\Delta S = 0$

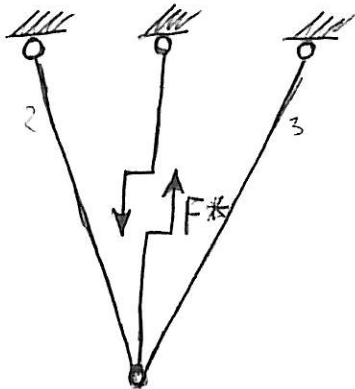
- Avendo associato delle deformazioni a degli spostamenti virtuali posso applicare il T.D.L.V

$$F^* \cdot \Delta S = \sum S_i \cdot \Delta s_i$$

Forza fittizia
Spostamento virtuale
Sollecitazioni sforzi
deformazioni

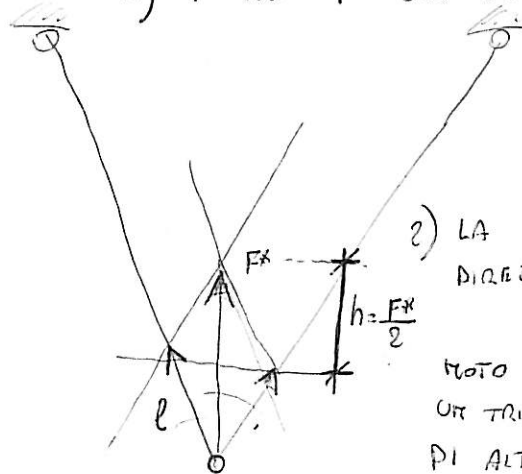
scrivono la forza fittizia che garantisce la congruenza.

$\xrightarrow{\text{RILIBERO}}$
 Forze $\rightarrow$ SPERIMENTAZIONI
 $\xrightarrow{\text{SPERIMENTAZIONE}}$ Definizioni



METTIAMO IN EQUILIBRIO LA FORZA FITTIZIA
CON LE SOLLECITAZIONI

1) TRASLO F SUL NODO 4



2) LA SCONVOLGO NELLA
DIREZIONI DELLA ASTE

NOTO CHE SI RICA
UN TRIANGOLO EQUILATRO
DI ALTEZZA $\frac{F^*}{2} = h$

Ricavo in relazione sugli angoli la
componente l

$$l \cos \alpha = h$$

$$l \cos \alpha = \frac{F^*}{2}$$

$$l = \frac{\frac{F^*}{2}}{\cos \alpha}$$

$$l = \frac{F^*}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{F^*}{0,86}$$

$\rightarrow$ COSI' FACENDO HO RICEVUTO IL
 COEFFICIENTE DI AMPLIFICAZIONE
 CHE CHIAMA α IL QUALE
 RISULTA UGUALE PER LE ASTE 2 E 3

- COSI' HO LAVORATO SULL'EQUILIBRIO

1^{RA} IPOTESI DEL T.D.L.V.

- ORA LAVORO SULLA CONGRUENZA, CIOE'
 SUL LEGAME TRA SPOSTAMENTI E DEFORMAZIONI

$S^* = F^* \alpha$ coefficiente di amplificazione approssimativo se per comodità poniamo $F^* = 1$

$$\Delta s_i = \frac{M_{s_i}}{R_i}$$

dove $R_i = EA$

Si ottiene $l = 0,577$
 per de Saint Venant

$$= \frac{M_{s_i}}{E_i A_i}$$

POSTO $\frac{M_i}{E_i A_i} = \rho$ si ottiene una forma più
 compatta.

$$\Delta s_i = \rho s_i \quad (99)$$

RISCRIVO IL TEOREMA CON QUESTI NUOVI DATI OTTENENDO

$$F^* \Delta \delta = \sum S_i \rho \alpha_i$$

$$F^* \Delta \delta = \sum \rho \alpha_i$$

~~$$F^* \Delta \delta = F^* \sum \rho \alpha_i$$~~

$$\Delta \delta = \sum \rho \alpha_i$$

La deformazione si è però data dalla composizione di due azioni, quella dovuta alla sollecitazione sul sistema reale e quello sul principale isolabile

$$\alpha_i = (S^0 + S^x)$$

$$\Delta \delta = \sum \rho \alpha (S^0 + S^x)$$

Dalla condizione di congruenza $\Delta \delta = 0$ si ottiene

$$\sum \rho \alpha (S^0 + S^x) = 0$$

Anche la sollecitazione

S^x è legata a ~~X~~ da
un coefficiente α

si ottiene dunque

$$\sum \rho \alpha (S^0 + \alpha X) = 0$$

$$S^x = \alpha X$$

$$\sum \rho \alpha S^0 + \rho \alpha^2 X = 0$$

Posso quindi ricavare lo sforzo interno X

$$\sum \beta \alpha S^0 + \sum \beta \alpha^2 X = 0$$

$$\sum \beta \alpha^2 X = -\sum \beta \alpha S^0$$

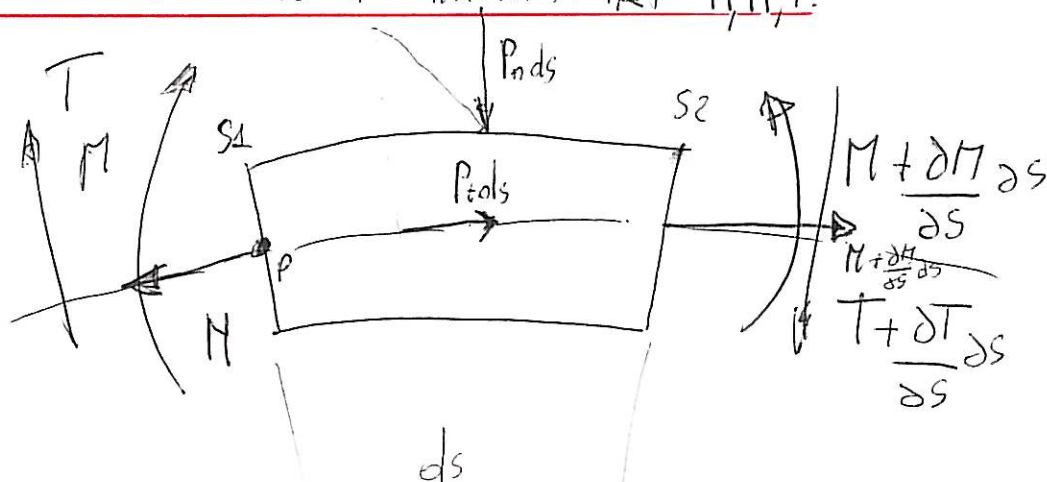
DA CUI

$$X = - \frac{\sum \beta \alpha S^0}{\sum \beta \alpha^2}$$

YESSS!!!

RELAZIONI DIFFERENZIALI

SPIRARE LE RELAZIONI RESISTENTI TRA M, N, T.



EQUILIBRIO ALLA ROTAZIONE (EQUIL DEI MOM.)

$$M - \left(M + \frac{\partial M}{\partial S} ds \right) + T \cdot 0 + \left(T + \frac{\partial T}{\partial S} ds \right) ds = 0$$

MOMENTI PURI

È NULLA
PERCHÉ
APPLICATO
AL POLO

$$M - M - \frac{\partial M}{\partial S} ds + T ds + \frac{\partial T}{\partial S} ds ds = 0$$

INFINITESIMO DI
ORDINE SUP.

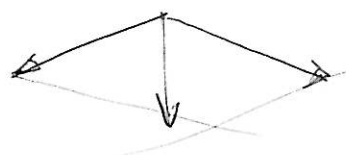
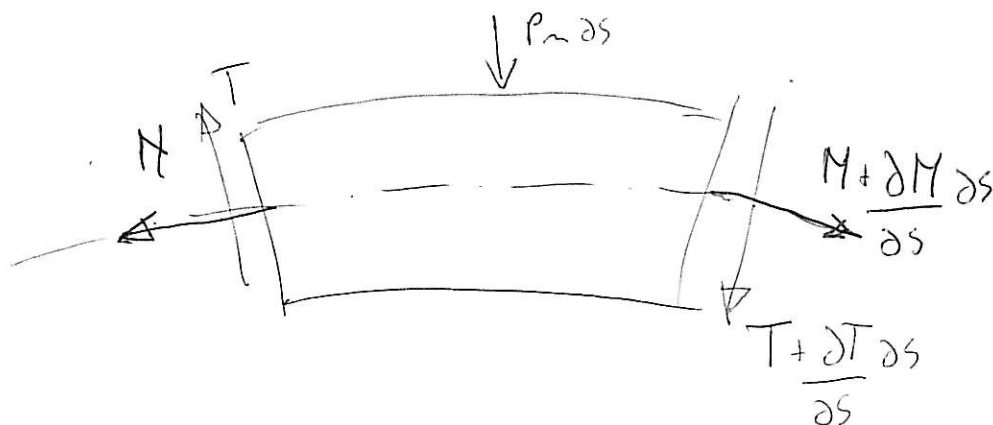
$$\Rightarrow -\frac{\partial M}{\partial S} ds = -T ds$$

INTEGRA ANZO I. PARABOLI ED OTTUSI:

$$\boxed{\frac{\partial M}{\partial s} = T}$$

il taglio è la derivata del momento

EQUILIBRIO ALLA TRASLAZIONE VERTICALE



gli sforzi
normali
aggiungono

una loro componente $\frac{N}{R}$ dove R = Raggio della curva

$$T - \left(T + \frac{\partial T}{\partial s} ds\right) - \frac{N}{R} - P_n ds = 0$$

$$\cancel{T} - \cancel{T} - \frac{\partial T}{\partial s} ds - \frac{N}{R} - P_n ds = 0 \quad \text{per tenerci ad asse rettilineo}$$

$R = \infty$ quindi $\frac{N}{R} \rightarrow 0$

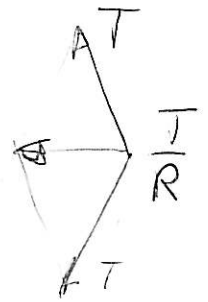
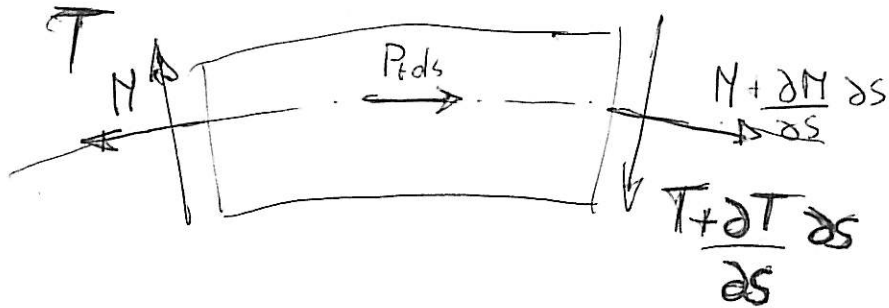
$$-\frac{\partial T}{\partial s} ds = P_n ds$$

integrando a destra e a sinistra ottenendo

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial s} = -P_n}$$

il segno cambiato di segno è dato dalla derivata del Taglio

analogo ragionamento per la traslazione orizzontale



$$P_t ds + N + \frac{\partial N}{\partial s} ds - N - \frac{T}{R} = 0$$

per asse rettilineo $R = \infty$

$$\text{perci } \frac{T}{R} = 0$$

Semplifica

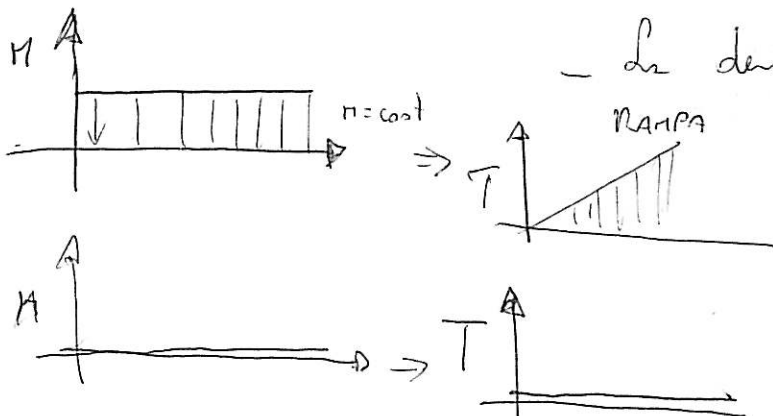
$$P_t ds + \frac{\partial N}{\partial s} ds = 0$$

$$\int \frac{\partial N}{\partial s} ds = - \int P_t ds$$

$$\boxed{\frac{\partial N}{\partial s} = - P_t}$$

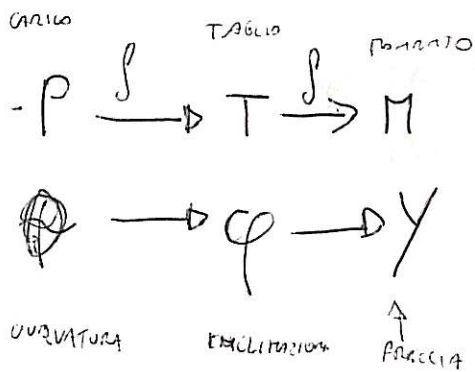
- Ricordiamo che la derivata di una costante è ~~non~~ nulla
- La derivata di una rampa è una costante

- La derivata di una parabola è una



TEOREMI ED ANALOGIE DI MOHR

LA LINEA DI INFISSIONE DI UN SISTEMA CARICATO IN MODO DISTRIBUITO È ASSIMILABILE AD UNA CURVA FUNICOLARE SU UN SISTEMA AUSILIARIO
SUSISTONO LE SEGUENTI ANALOGIE



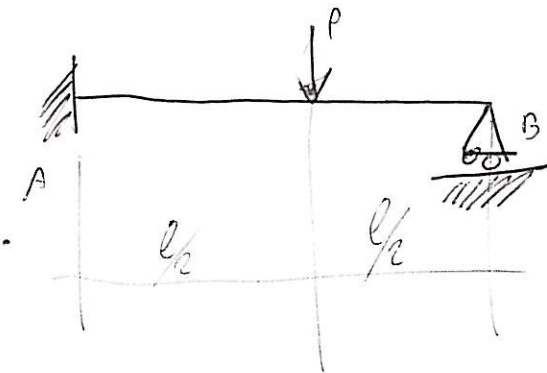
CON QUESTE ANALOGIE SI POSSONO RISOLVERE LE PRINCIPALI ~~PROBLEMATICHE~~ STRUTTURALI IPERSTATICHE

Con le analogie posso trovare:

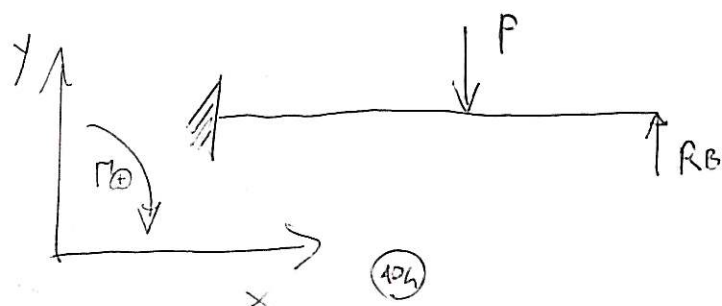
- * Le reazioni vincolari in travi iperstatiche
- * I momenti di incastro in iperstatiche
- * Le frecce in iperstatiche.

Primo esempio

TROVARE I DIAGRAMMI DEL TAGLIO E DEL MOMENTO.



DISSEGNA IL SISTEMA PRINCIPALE ISOSTATICO

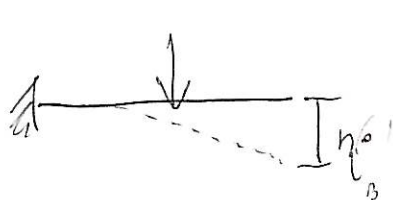


IPOTESI: LA STRUTTURA DEVE AVERE COMPORTAMENTO ELASTICO LINEARE.

APPLICO IL METODO DELLE FORZE nel sistema principale isolato
 IMPOSTO UNA CONDIZIONE DI EQUILIBRIO DICENDO CHE L'ABBASSAMENTO DELLA TRAVE
 SU R_B DEVE ESSERE NULLO COME NEL SISTEMA REALE.

 $\eta_B = 0$ dove η_B è l'abbassamento in B

Posso scomporre grazie all'elasticità il problema in due
 sotto problemi.

 + 

Dovrà essere

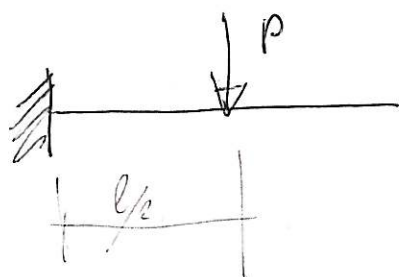
$$\eta_B^{(0)} + \eta_B^{(1)} = 0$$

condizione di congruenza

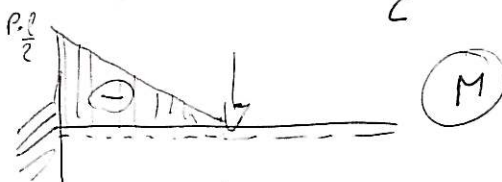
Siccome le due sotto strutture sono isostatiche posso
 facilmente risolvere con l'aiuto delle analogie di MOHR.

1) Ricavo i DIAGRAMMI DEI MOMENTI

2) Trasformo il diagramma dei MOMENTI in quello della
 CURVATURA SECONDO LE ANALOGIE DI MOHR.



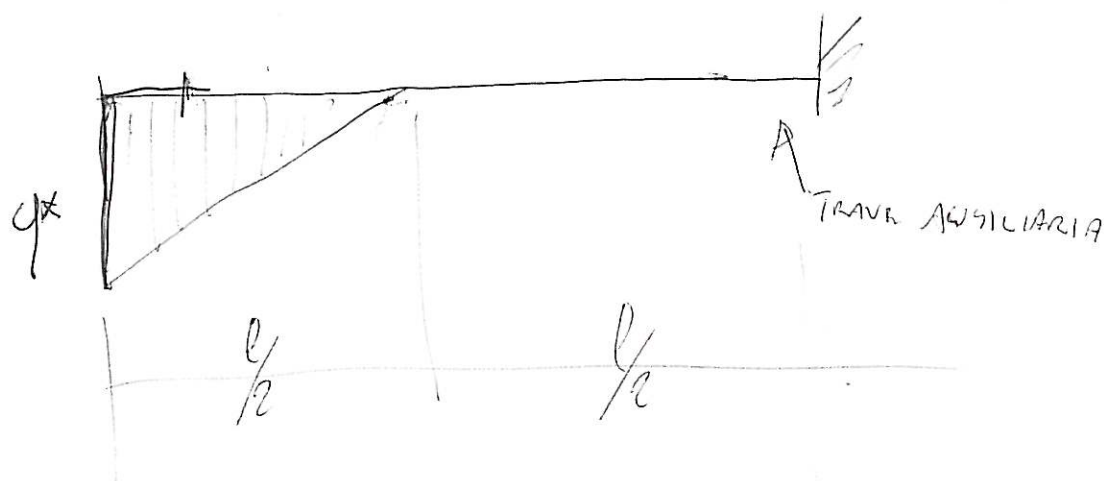
$$M_{all'incastro} = P \cdot \frac{l}{2}$$



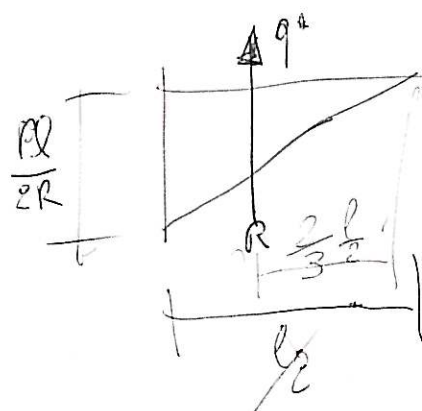
$$\frac{Pl}{2R}$$

Considero questo diagramma con
 quello di un arco fittizio q^*

calcolo allora il momento di questo carico fittizio.



concentro il carico fittizio nel baricentro del triangolo (punto che si trova a $\frac{2}{3}$ della lunghezza della sua base)



QUESTA RISULTANTE È EQUIVALENTE ALL'AREA DEL TRIANGOLO

$$R = \frac{Pl}{2R} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{Pl^2}{8R}$$

È UN PASSAGGIO MOLTO IMPORTANTE

QUESTA RISULTANTE DEL CARICO FITTIZIO CHE HO TROVATO

ho applico alla distanza $D = \frac{l}{2} + \frac{2l}{3} = \frac{3l + 2l}{6} = \frac{5l}{6}$

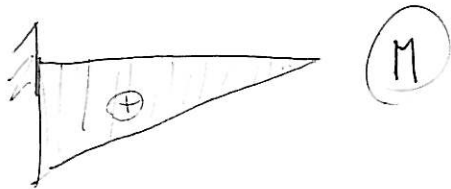
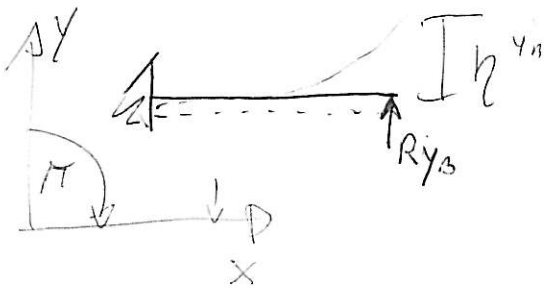
$$\mu = R \cdot D = \frac{Pl^2}{8R} \cdot \frac{5l}{6} = \frac{5Pl^3}{R48}$$

siccome per MOHR il momento del carico fittizio equivale all'abbassamento, ho trovato ~~il~~ di quanto è scesa la trave nel sistema

del principale isostatico η^0
ora deve trovare $\eta_B^{(y)}$

$$\eta_B^{(0)} = - \frac{5}{98} \cdot \frac{Pl^3}{R}$$

Procedo con la stessa tecnica.



$$M = R_y \cdot l$$

PER
 ANALOGIA
 PASSO SULLA TRAVE AUSILIARIA

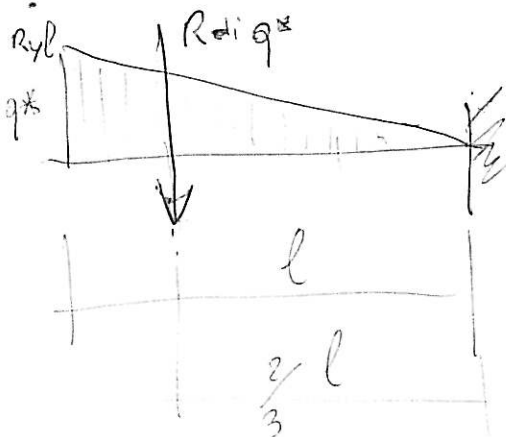


$$\Theta = \frac{R_y \cdot l}{R}$$

considero questo diagramma come se

fosse quello di un carico fittizio q^*

la cui risultante vale quanto l'area ed è applicata a $\frac{2}{3}l$
 dal nuovo incastro (sulla trave ausiliaria)



$$R^* = \frac{R_y \cdot l \cdot l}{2R} = \frac{R_y l^2}{2R}$$

il momento della risultante vale

$$M = \frac{R_y l^2}{2R} \cdot \frac{2}{3} l = \frac{R_y l^3}{3R} \quad \text{questo eguale a } \eta_B^{(y)}$$

Siccome $\eta_B^{(0)} + \eta_B^{(y)} = 0$ $-\frac{5}{98} \frac{Pl^3}{R} + \frac{R_y l^3}{3R} = 0$

DA CUI SI VUOLLA CHE
 POSSO RILEVARE LA
 REAZIONE R_y (107)

si conclude lo studio sostituendo i dati ricavati dalle congruenze nelle equazioni cardinali della statica.

$$\begin{cases} \sum X = 0 & X_A = 0 \\ \sum Y = 0 & Y_A - P + Y_B = 0 \\ \sum M_B = 0 & Y_A l + M_A - \frac{Pl}{2} = 0 \end{cases} \quad \text{da cui } Y_A = \left(\frac{11}{16}\right)P$$

$$M_A = -\frac{3}{16}Pl$$

ORA SOVRAPPONGO GLI EFFETTI E TRACCIO IL DIAGRAMMA COMPLESSIVO DEI MOMENTI.

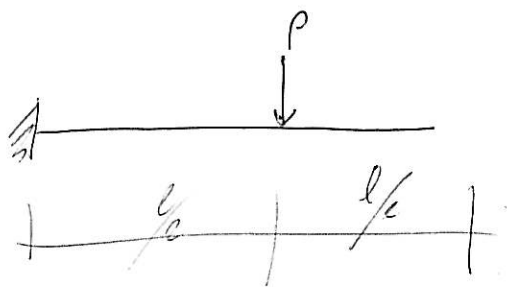


DIAGRAMMA DOVUTO ALLA PARABOLA DALLA FORZA P

$$\frac{Pl}{2}$$

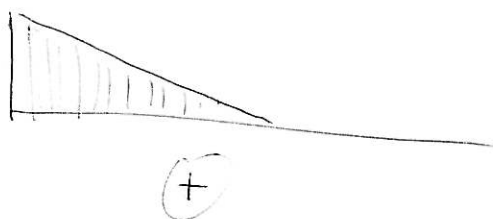
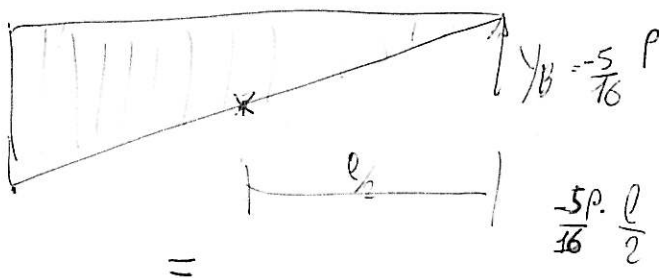


DIAGRAMMA DOVUTO ALLA REAZIONE

DAL CARICO $-\frac{5Pl}{16}$

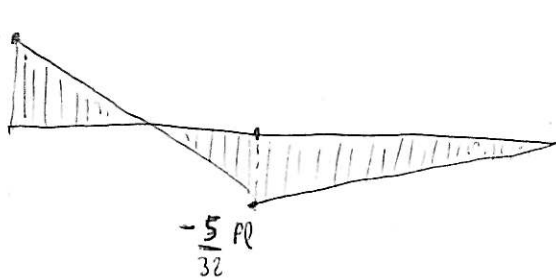


$$-\frac{5P}{16} \cdot \frac{l}{2} = -\frac{5Pl}{32}$$

valore del grafico in mezza

=

$$+\frac{3Pl}{16}$$



$$\left(+\frac{1}{2} - \frac{5}{16}\right)Pl$$

$$\Downarrow$$

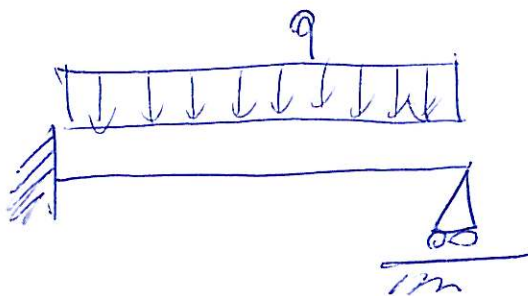
$$\left(\frac{8-5}{16}\right)Pl$$

$\Downarrow$

FINE

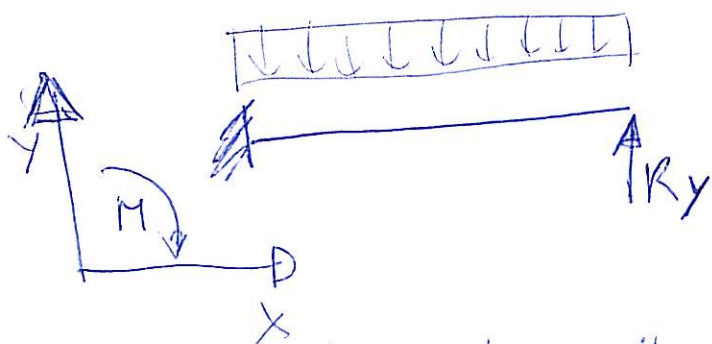
Positivo $\frac{3}{16}Pl$

STRUTTURA IPERSTATICA CON IL METODO DI BEND

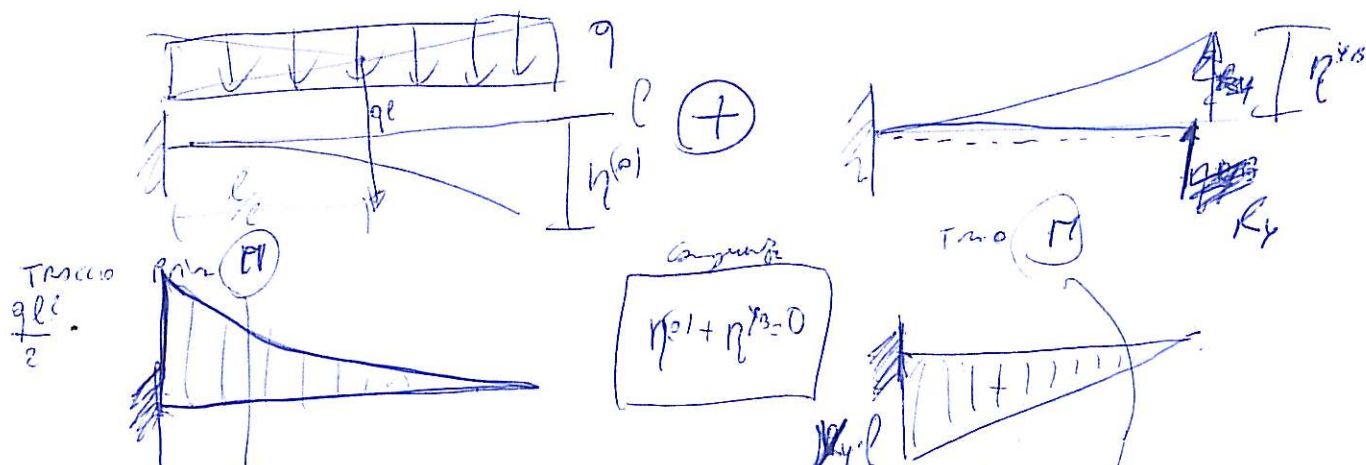


Tracciare $M, N, T,$

Scienze un sistema principale isostorico allo all'applicazione
del metodo delle forze (APPLICAZIONE PARTICOLARE DEL T.D.L.V.)



Si presentano due sotto casi che dovranno sottostare ad una condizione di congruenza


$$\frac{\text{Trans gli.}}{2}$$

$$\eta^2 + \eta^3 = 0$$

DAL MOMENTO PASSO ALLA CORRETTURA

SULLA TRAVA
FITTIZIA

considerare la curvatura come
un unico punto e per
calcolo e potenza =

di risultato corrisponde all'area

$$R = \frac{Q R}{Q} \cdot l \cdot \frac{1}{3} = \frac{Q l^3}{60}$$

$$\frac{9l^3}{4R} \cdot \frac{3l}{4} = \frac{39l^4}{4R} = \eta_B^{(0)}$$

che applicato al
braccio mi dà la risposta?

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{V_{\text{eff}} l}{R} \cdot l = \frac{V_{\text{eff}}^2 l^2}{2R}$$

$$\left[\frac{\gamma l^2}{2R} \cdot \frac{2}{3} l \right] = \frac{\gamma l^3}{3R} = \eta^{\gamma B}$$

103

dalle congruenze impostate.

$$\eta^{(0)} + \eta^{(3)} = 0$$

si ha:

$$\frac{q l^4}{8 R} - \frac{Y_3 l^3}{3 R} = 0$$

Da cui posso ricavare la

RAZIONRE:

$$Y_3 = \frac{3}{8} q l$$