TRASFORMATE DI LAPLACE 26/08/2007

La trattazione puramente matematica dell'argomento esula da questa raccolta di appunti pertanto non sarà trattata.

Le applicazioni all'elettrotecnica sono le seguenti:

Dal teorema della derivazione

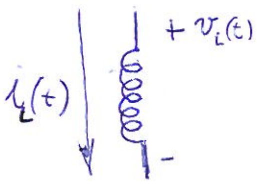
dato $f'(t) = \phi(t)$

se $\phi(t)$ ammette $\mathcal{L}$-trasformata allora si ha:

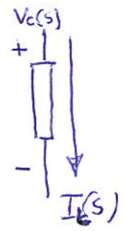
$$\boxed{\phi(s) = s\,f(s)}$$

ovvero, per ottenere la $\mathcal{L}$-trasformata della derivata basta moltiplicare per s la trasformata della funzione

ne deriva che



$$\boxed{v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}} \Rightarrow \boxed{V_L(S) = SLI(S)}$$



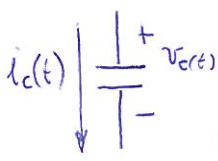
Dal teorema dell'integrazione

Per $\phi(t) = \int_{0^-}^{t} f(t)\,dt$ si ha:

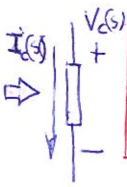
$$\boxed{\phi(s) = \frac{f(s)}{s}}$$

ovvero, per ottenere la trasformata dell'integrale basta dividere per s la trasformata della funzione

ne deriva che

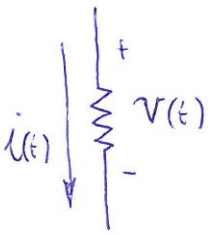


$$\boxed{v_c(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i_c(t)\,dt} \Rightarrow$$

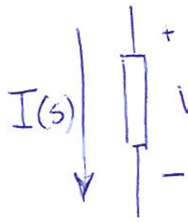


$$\boxed{V_c(S) = \frac{1}{SC}I(S)}$$

trasformazione della corrente nelle resistenze

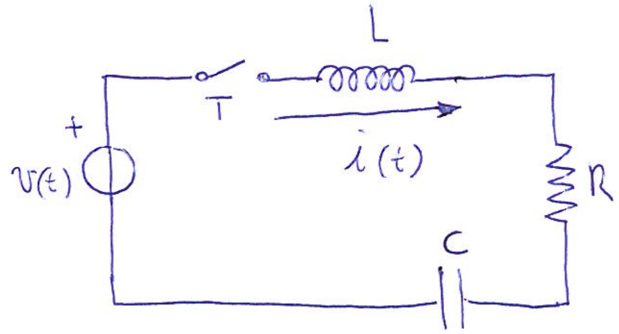


$v(t) = R\,i(t)$ $\Rightarrow$



$V(s) = R\,I(s)$

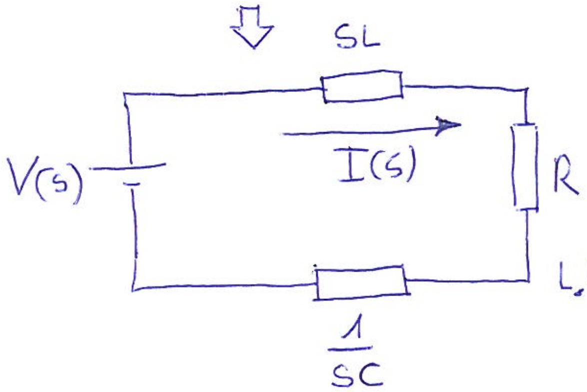
ESEMPIO PRATICO



dominio del tempo

L.K.T. $\boxed{v(t) = L\dfrac{di(t)}{dt} + Ri + \dfrac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt}$

$\Downarrow$



dominio delle $\mathcal{L}$-Trasformate.

L.K.T. $\boxed{V(s) = sL\,I(s) + R\,I(s) + \dfrac{1}{sC}I(s)}$

dove si è posto

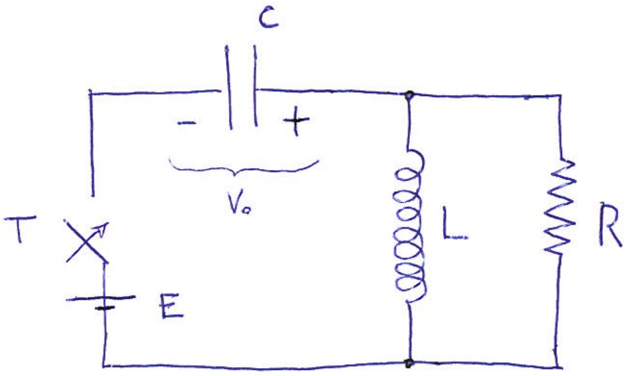
$$V(s) = \mathcal{L}[v(t)]$$

$$I(s) = I(s) = \mathcal{L}[i(t)]$$

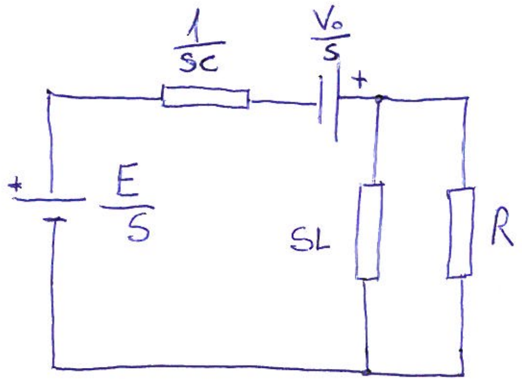
quindi si ha: $\boxed{I(s) = \dfrac{V(s)}{R + sL + \dfrac{1}{sC}}}$ SI DOVRÁ POI ANTITRASFORMARE

CASI DI INDUTTORI CARICHI E CONDENSATORI CARICHI

Se le induttanze sono inizialmente percorse da una corrente i_0 occorrerà nel circuito equivalente in serie all'impedenza operatoriale SL inserire una f.e.m. di valore $L i_0$ con il morsetto + nel verso positivo della corrente i_0, e se un condensatore è inizialmente carico con una tensione v_0, occorrerà considerare in serie alla impedenza operazionale $\frac{1}{SC}$, una f.e.m. di valore $\frac{V_0}{S}$ e con il morsetto + equiverso alla polarità delle armature del condensatore.



Rete originale



RETE OPERAZIONALE

NOTA BENE: SIA CHE VENGA TRASFORMATO UN CONDENSATORE INIZIALMENTE CARICO CHE VENGA TRASFORMATA UNA INDUTTANZA INIZIALMENTE PERCORSA DA UNA CORRENTE i_0 I RISPETTIVI GENERATORI DI F.e.m. CONTINUA SONO POST IN SERIE

REGOLE DEL CALCOLO OPERAZIONALE

Dato un circuito qualsiasi si può considerare un equivalente circuito in corrente continua a patto che:

1) Si sostituiscono tutti i generatori $v(t)$ con f.e.m. continue di valori pari alle trasformate delle $v(t)$

2) tutte le resistenze con impedenze operatoriali di ugual valore

3) tutte le induttanze L con impedenze operatoriali di valore SL con in serie una f.e.m. di valore Li_0, dove i_0 è la corrente iniziale nell'induttanza.

4) tutti i condensatori di capacità C con resistenze di valore $\frac{1}{SC}$ e con in serie una f.e.m. di valore $\frac{V_0}{S}$ dove V_0 è la tensione iniziale ai capi del condensatore.

5) Si considerino le correnti e le tensioni continue così calcolate come le trasformate di Laplace delle effettive grandezze.

Supponendo la rete priva di energia immagazzinata, alla chiusura degli interruttori all'istante zero, tutte le funzioni di tensione e corrente possono essere L-trasformate. Si può quindi scrivere LKT e LKC in termini operatoriali.

$$\boxed{\sum J(s) = \sum i(s)}$$

trasformate delle correnti impresse

trasformate delle correnti di lati

$$\boxed{\sum E(s) = \sum V(s)}$$

trasformate delle f.e.m. impresse

trasformate delle f.e.m. applicate ai singoli lati.

Per le mutue induttanze vale: $\boxed{V = sMi'}$ con $\boxed{s = j\omega}$

ANTITRASFORMAZIONE DI LAPLACE

Questa operazione riporta la funzione di trasferimento trovata per la rete dal dominio complesso al dominio del tempo

$$\boxed{\mathcal{L}^{-1}(s) = f(t)}$$

Genericamente parlando ricostruise da un polinomio in S o un rapporto di polinomi in S quello che sarebbe stato il risultato dell'equazione differenziale che governa la medesima rete ma nel dominio del tempo.

E' molto frequente che la rete linearizzata tramite le trasformate di Laplace dia origine in S a una funzione di trasferimento che è il rapporto di due polinomi.

chiamiamo $N(s)$ il polinomio a numeratore

e chiamiamo $D(s)$ il polinomio a denominatore

La funzione di trasferimento secondo Laplace è dunque

$$\boxed{F(s) = \frac{N(s)}{D(s)}}$$

con il vincolo che sia obbligatoriamente il grado del numeratore $N(s)$ minore del grado del denominatore $D(s)$

si tratta di fattorizzare il polinomio a denominatore $D(s)$ risolvendo l'equazione algebrica:

$$\boxed{D(s) = 0}$$

semplicemente usando la formula risolutiva $\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ se $D(s)$ è di secondo grado o biquadratica

Si ottengono comunque n radici algebriche "distinte" nei casi semplici, con n pari al grado del polinomio.
Se il polinomio è di secondo grado si ha $n = 2$ e le radici saranno indicate con X_1 e X_2.

Vale, come è noto, la scomposizione in fattori:

$$\boxed{D(s) = (s - X_1)(s - X_2)}$$

Abbiamo quindi ridotto il denominatore a un prodotto di fattori percui è possibile esprimere tutta la funzione di trasferimento $F(s)$ come somma di frazioni parziali

$$F(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N(s)}{(s - X_1)\cdot(s - X_2)} = \frac{A}{(s - X_1)} + \frac{B}{(s - X_2)}$$

Dove le costanti A e B o anche A_i con i che va da 1 al valore del grado del denominatore, saranno le costanti di integrazione. Tali costanti non sono di immediata risoluzione, infatti si ha:

NUMERATORE VALUTATO SOSTITUENDO A "S" LA RADICE X_i-ESIMA

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{A_i}{(s - X_i)} \quad \text{con} \quad \boxed{A_i = \frac{N(x_i)}{D'(x_i)}}$$

DERIVATA PRIMA DEL DENOMINATORE, VALUTATA SOSTITUENDO A "S" LA RADICE X_i-ESIMA.

con n = grado del denominatore

L'antitrasformata totale della funzione di partenza risulterà essere

grado massimo del denominatore — Radici x_i-esime del denominatore.

$$\boxed{f(t) = \sum_{i=1}^{n} \frac{N(x_i)}{D'(x_i)} e^{x_i t}}$$

Derivata prima del polinomio a denominatore

I casi in cui esistono radici multiple vengono gestite in maniera particolare.

Se m è l'ordine di molteplicità della radice, si ha per lo sviluppo in frazioni parziali la presenza di m termini:

$$\boxed{\frac{B_1}{(s-\alpha_k)^m} + \frac{B_2}{(s-\alpha_k)^{m-1}} + \dots \frac{B_m}{(s-\alpha_k)}}$$

CALCOLO DELLE COSTANTI DI INTEGRAZIONE

Questo è il passaggio più impegnativo perché le costanti di integrazione sono piuttosto laboriose da trovare.

Spesso la funzione di trasferimento si presenta nel campo delle Laplace trasformate come rapporto dei due polinomi già citati.

$$\boxed{f(s) = \frac{N(s)}{D(s)}}$$

Il cui grado del denominatore $D(s)$ sarà necessariamente maggiore del numeratore.

Siano $x_1, x_2, \dots, x_m$ le radici (supposte tra loro distinte) del polinomio a denominatore reso omogeneo, ovvero dell'equazione

$$\boxed{D(s) = 0}$$

Il rapporto di polinomi in S si può scomporre in una somma che è lo sviluppo in frazioni parziali di n termini del tipo

$$\frac{A_i}{(S-X_i)} \Rightarrow \frac{A_1}{(S-X_1)} + \frac{A_2}{(S-X_2)} + \dots + \frac{A_n}{(S-X_n)}$$

con

$$\boxed{A_i = \frac{N(x_i)}{D'(x_i)}}$$

quindi si procede così:

1) Derivare il denominatore
2) Calcolare il valore del NUMERATORE n volte parametrizzandolo con le n radici di $D(S)=0$, se il polinomio è di secondo grado queste sono 2.
3) Calcolare il valore del denominatore n volte anche esso parametrizzato sul valore delle sue radici $D(S)=0$
4) Eseguire le divisioni ottenendo n valori di A.

La antitrasformata risulta quindi

$$\boxed{f(t) = \sum_{i=1}^{n} \frac{N(x_i)}{D'(x_i)} e^{x_i \cdot t}}$$

IMPORTANTE TRASFORMAZIONE E ANTITRASFORMAZIONE

$$e^{-kt} \Leftrightarrow \frac{1}{s+K}$$

di solito K rappresenta le radici di un polinomio a denominatore reso omogeneo.

se ad esempio abbiamo i polinomio a denominatore:

$D(s) = s^2+3s+2$ esso può essere fattorizzato rendendolo omogeneo e applicando la formula risolutiva

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 \; -2 \end{cases}$$

che restituisce le due radici $x_1 = -1$ e $x_2 = -2$.

posso quindi scrivere:

$$\frac{1}{s^2+3s+2} = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

dove a denominatore si è scritto $(x-x_1)(x-x_2)$

si può scrivere la funzione in (s) come somma di frazioni continue:

$$f(s) = \frac{A}{(s+1)} + \frac{B}{(s+2)}$$

Per il momento non ricavo le costanti di integrazione A e B e eseguo subito l'antitrasformata. (Espansione in fratti semplici)

$$\mathcal{L}^{-1}[f(s)] = A \cdot e^{-1 \cdot t} + B \cdot e^{-2 \cdot t}$$

soluzione nella quale vanno inseriti i valori di A e B.

Ricaviamo le costanti di integrazione; A e B.

Applichiamo la regola $\boxed{A_i = \frac{N(x_i)}{D'(x_i)}}$

quindi la si applica due volte $i = 1, 2$ visto che le radici sono due essendo il polinomio $D(s)$ di secondo grado.

$$\boxed{A = \frac{N(x_1)}{D'(x_1)}} \qquad \boxed{B = \frac{N(x_2)}{D'(x_2)}}$$

nel caso in esame $N(s) = 1$ $\qquad N(s) = \frac{1}{s^2+3s+2}$

si procede derivando il denominatore.

$$D(s) = s^2 + 3s + 2$$

$$D'(s) = 2s + 3$$

ORA SI VALUTA $D'(s)$ NELLE DUE RADICI X_1 E X_2 PRECEDENTEMENTE TROVATE $x_1 = -1$ e $x_2 = -2$

$$D'(x_1) = 2(-1) + 3 = -2+3 = 1$$

$$D'(x_2) = 2(-2) + 3 = -4+3 = -1$$

quindi $A = \frac{1}{1} = 1$ $\qquad B = \frac{1}{-1} = -1$

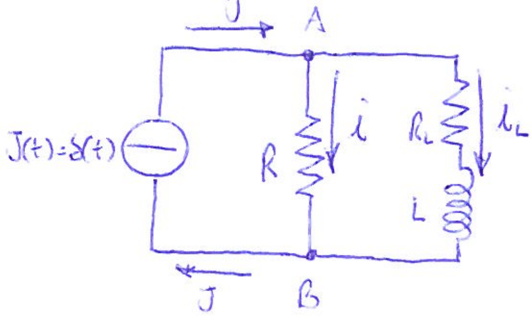
Sostituendo nell'integrale generale dell'equazione differenziale originatrice ho:

$$\boxed{\mathcal{L}^{-1}[F(s)] = 1 \cdot e^{-1t} - 1\, e^{-2t}}$$

APPLICAZIONI ELEMENTARI DEL CALCOLO OPERATORIO

L'analisi delle reti in regime dinamico comporta la risoluzione di un sistema di equazioni integro differenziali nel dominio del tempo con la necessità di usare dei valori iniziali ricavabili dal funzionamento della rete nel periodo antecedente l'istante critico.
La trasformazione secondo Laplace rende algebrici i sistemi integro differenziali riducendo fortemente la difficoltà di risoluzione.
Come noto, il sistema dal dominio del tempo "t" viene portato nella variabile complessa S. Il ritorno al dominio del tempo avverrà tramite un processo di antitrasformazione.
L'analisi diventa quasi "meccanica" e può essere condotta senza quasi dover tenere conto delle condizioni iniziali; difatti queste sono soddisfatte in maniera automatica durante la trasformazione della rete.

Esempio 1

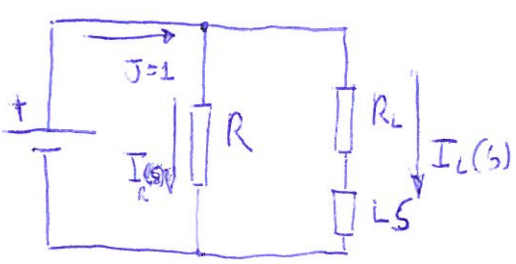


Applicare le Laplace-Trasformate per la valutazione della $i_L(t)$ nella rete di figura, inizialmente a riposo $i_L(0)=0$ e alimentata dal generatore impulsivo $J(t)=\delta(t)$

$R_L = 12\,\Omega \quad R = 8\,\Omega \quad L = 20\,mH$

$$\begin{array}{l} LKC_A \\ LKT_{(R,R_L,L)} \end{array} \begin{cases} J = i + i_L \\ R i = R_L i_L + L \dfrac{di_L}{dt} \end{cases} \xrightarrow{\mathcal{L}} \begin{cases} 1 = i(s) + i_L(s) \\ R i(s) = R_L i_L(s) + s L i_L(s) \end{cases}$$

La trasformata della rete diventa:



SI PUÒ PARTIZIONARE LA CORRENTE AL NODO A

$$\boxed{I_L(s) = \frac{1}{(R_L + Ls) + R}\,R}$$

che corrisponde alla soluzione algebrica del sistema alle trasformate.

$$i_L(S) = \frac{R}{SL + R + R_L}$$

da cui si deve mettere in evidenza il parametro complesso S.

quindi si ha $$i_L(S) = \frac{\frac{R}{L}}{S\frac{\cancel{L}}{\cancel{L}} + \left(\frac{R+R_L}{L}\right)}$$

Ricaviamo la radice del denominatore al fine di ridurre il tutto a fratti semplici.

$$S + \left(\frac{R + R_L}{L}\right) = 0$$

da cui si ottiene:

$$\boxed{S = -\frac{(R + R_L)}{L}}$$

É noto che $\frac{L}{R} = \tau$ quindi $\frac{R}{L} = \frac{1}{\tau}$

ne consegue che $$S = -\frac{1}{\frac{L}{(R+R_L)}} = -\frac{1}{\tau}$$

sostituendo i valori dati $L = 20\,mH$, $R = 8\,\Omega$, $R_L = 12\,\Omega$

$$S = -\frac{1}{\tau} = -\frac{1}{\frac{20 \cdot 10^{-3}}{8+12}} = -1 \cdot \frac{8+12}{20 \cdot 10^{-3}} = -\frac{\cancel{20}}{\cancel{20}} \cdot 1000 = -10^3$$

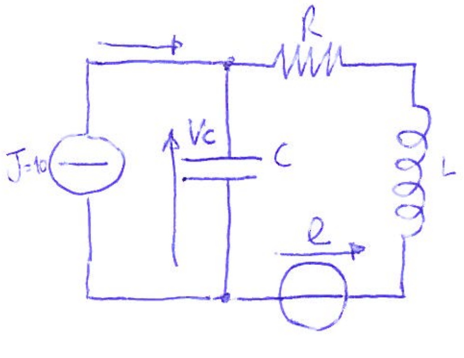
si può quindi antitrasformare la $i_L(S)$ per riportarla nel dominio del tempo. per $t>0$

$$i_L(S) \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \boxed{i_L(t) = \frac{R}{L}\, e^{-\frac{t}{\tau}} = 400\, \varepsilon^{-100\,t}}$$

La corrente nell'induttanza presenta una discontinuità nell'istante di applicazione del generatore impulsivo $\boxed{i_L(0^-) = 0}$ $\boxed{i_L(0^+) = 400\ A}$

Esempio 2

Applicare le Laplace - Trasformate per la valutazione della $i_L(t)$ nella rete funzionante in regime stazionario fino a $t=0^-$



Dati $J(t) = J = 10$

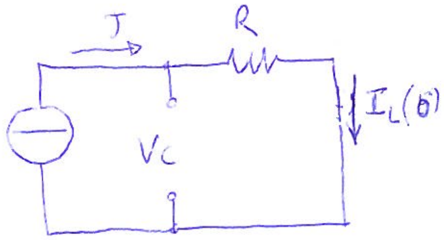
$e(t) = 100 \cdot \delta(t)$

$R = 10\,\Omega$

$L = 20\,mH$

$C = 500\,\mu F$

Ricaviamo i dati iniziali dal regime stazionario che precede l'istante di applicazione del generatore di tensione impulsivo

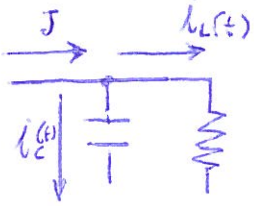


$i_L(0^-) = J$

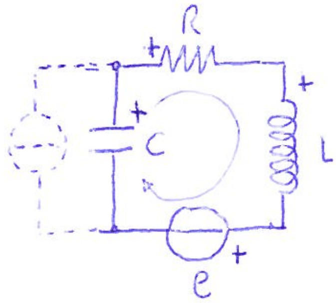
$V_C(0^-) = V_R = i_L(0^-) \cdot R = JR = 100$ Volt

Scriviamo quindi il sistema di valori istantanei e la sua trasformata secondo Laplace:

dominio del tempo

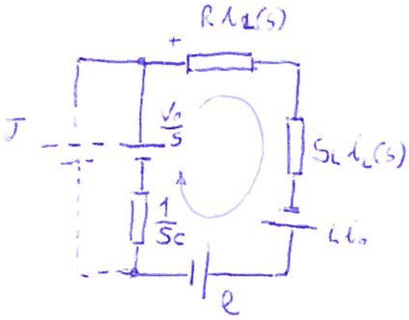


$$
\begin{cases}
\text{LKC} & J = i_L(t) + C\dfrac{dV_C}{dt} \\
\text{LKT} & e = v_C - L\dfrac{d\,i_L(t)}{dt} - R\,i_L
\end{cases}
$$



che eseguendo le Laplace trasformate.

$$
\begin{cases}
\dfrac{10}{s} = i_L(s) + sC\,v_C(s) - C\,v_0 \\
100 = v_C(s) - sL\,i_L(s) + L I_0 - R\,i_L(s)
\end{cases}
$$



Risolvendo rispetto a $i_L(s)$ si ottiene

$$i_L(s) = \frac{(LCI_0 - 100C)s^2 + CV_0 s + 10}{s(LCs^2 + RCs + 1)}$$

si possono sostituire i valori numerici.

$$i_L(s) = \frac{1}{s}\,\frac{-4990 s^2 + 5000 s + 10^6}{s^2 + 500 s + 10^5} = \frac{1}{s}\left[-4990 + \frac{2{,}5\cdot 10^6 (200+s)}{10^5 + 500s + s^2}\right]$$

ora si trovano le radici del denominatore $\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \begin{cases} s_1 \\ s_2 \end{cases}$

che risultano essere complesse coniugate. dato che: $\Delta < 0$

$\boxed{s_1 = (-250 - J\,193{,}63)}$ $\boxed{s_2 = (-250 + J\,193{,}65)}$

una volta trovate le radici possiamo semplificare l'espressione della $i_L(s)$ mediante l'espansione in fratti semplici.

APPLICANDO $A_i = \frac{N(x_i)}{D'(x_i)}$ con x_i = radici del denominatore

$$i_L(s) = \frac{1}{s}\left[-4990 + 2{,}5\cdot 10^6 \left(\frac{0{,}5 - J\,0{,}129}{s + 250 + J\,193{,}65}\right) + \left(\frac{0{,}5 + J\,0{,}129}{s + 250 - J\,193{,}65}\right)\right]$$

La $i_L(t)$ risulta, infine, antilaplace trasformando...

$$i_L(t) = \int_0^t \left[-4990\,\delta(\tau) + 2{,}58\cdot 10^6 \sin(193{,}65\,\tau + 104{,}4^\circ)\,e^{-250\tau}\right] d\tau$$

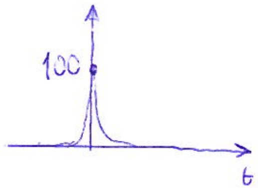
$$= 28{,}52 + 815866 \sin(193{,}65 - 37{,}96^\circ)$$

Esempio 3

Si valuti facendo ricorso alle trasformate di Laplace l'andamento della corrente $i_L(t)$ della rete in figura che si trova in regime stazionario fino all'istante $t=0$ di applicazione della tensione impulsiva $e(t)$.

$J(t) = J = 20\ A$

$e(t) = 100\,\delta(t)$



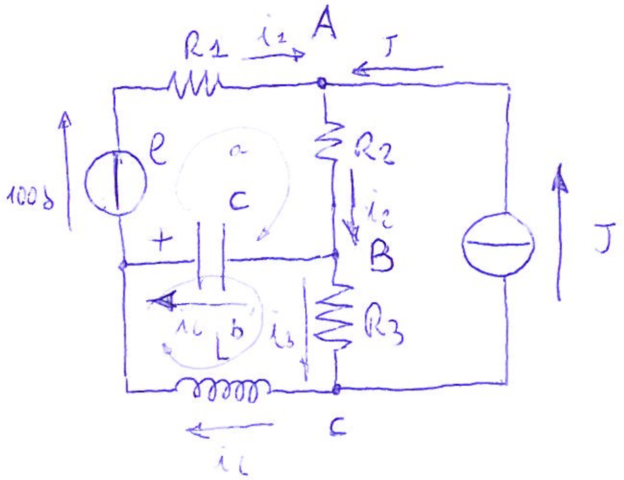
$R_1 = 10\,\Omega$

$R_2 = 2\,\Omega$

$R_3 = 8\,\Omega$

$L = 50\,mH$

$C = 2\,mF$



Scriviamo le LKT alle maglie a e b e LKC di nodi A, B, C.

nel dominio del tempo

$$
\begin{array}{ll}
\text{LKC A} & J = i_2 - i_1 \\
\text{LKC B} & i_2 = i_3 + C\dfrac{dv_c}{dt} \\
\text{LKC C} & J = i_3 - i_L \\
\text{LKT a} & e = R_1 i_1 + R_2 i_2 + v_c \\
\text{LKT b} & v_c = R_3 i_3 + L\dfrac{di_L}{dt}
\end{array}
\quad \overset{\mathcal{L}}{\Longrightarrow} \quad
\begin{array}{ll}
A & \dfrac{20}{s} = i_2(s) - i_1(s) \\
B & i_2(s) = i_3(s) + sC\,v_c(s) - C\,V_0 \\
C & \dfrac{20}{s} = i_3(s) - i_L(s) \\
a & 100 = R_1 i_1(s) + R_2 i_2(s) + v_c(s) \\
b & v_c(s) = R_3 i_3(s) + sL\,i_L(s) - L I_0
\end{array}
$$

VALORI INIZIALI

In realtà si trovano dalla formula di trasformazione.

$\mathcal{L}[f'(t)] = s\,F(t) - f(0)$

Risolvendo rispetto a $i_L(s)$ per i dati assegnati si ottiene:

$$\boxed{i_L(s) = -\frac{1}{s} + \frac{252500 + 60s}{50000 + 605s + 3s^2}}$$

Dopo aver trovato le radici del denominatore risolvendo l'equazione

$$\boxed{3s^2 + 605s + 50000 = 0} \qquad \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \begin{cases} s_1 \\ s_2 \end{cases}$$

e successivamente scrivendo $\boxed{(s-s_1)(s-s_2) = 3s^2+605s+50000}$

risultando il determinante $\Delta < 0$ le radici sono complesse coniugate e valgono:

$$\boxed{s_1 = -100,83 + J\,80,62}$$

$$\boxed{s_2 = -100,83 - J\,80,62}$$

Facendo ricorso alla espansione di Heaviside per ottenere l'espressione semplificata:

$$\boxed{i_L(s) = -\frac{10}{s} + \frac{10 - J\,509,49}{s-(-100,83+J\,80,62)} + \frac{10 + J\,509,49}{s-(-100,83-J\,80,62)}}$$

ovviamente al denominatore abbiamo una espressione del tipo

$$\boxed{(s-s_1)(s-s_2)}$$

con s_1 e s_2 radici complesse coniugate.

La $i_L(t)$ si ottiene antitrasformando la $i_L(s)$.

Eseguiamo l'antitrasformazione

$$i_L(t) = -10 + (10 - J\,509{,}49)\, e^{-100{,}83t} \cdot e^{+J\,80{,}62t} + \dots$$

$$\dots + (10 + J\,509{,}49)\, e^{-100{,}83t} \cdot e^{-J\,80{,}62t}$$

Applicando la formula di Eulero e semplificando si ha:

$$i_L(t) = -10 + 2\left[509{,}49 \sin(80{,}62t) + 10\cos(80{,}62t)\right] e^{-100{,}83t}$$

$$\overset{\mathcal{L}^{-1}}{\Rightarrow} \quad = -10 + \left[1019{,}4 \sin(80{,}62t + 1{,}12°)\right] e^{-100{,}83t}$$

NOTA

Per risolvere l'esempio precedente si è dovuto antitrasformare una radice complessa.
L'applicazione non è difficile, basterà applicare la regola sottostante:

$$\boxed{(S - \alpha_1) \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \left[e^{-\frac{\alpha_1}{\tau}}\right] = e^{-Reale \cdot t} \cdot e^{-J\,immaginaria \cdot t}}$$

IMPEDENZE OPERATORIALI

I bipoli classici perfetti e ideali, R, L, C, considerati nelle condizioni di riposo ovvero L non percorsa da corrente e C non soggetta a tensione (quindi privi di energia accumulata solitamente dovuta alla situazione in cui si trova la rete nell'istante antecedente all'evento critico), hanno una corrispondenza biunivoca con un bipolo lineare nel campo delle trasformate di Laplace

La Laplace trasformata della relazione tensione/corrente ai valori istantanei, valutata per ognuno di essi convenzionati da utilizzatori è:

$$R \qquad v_R = R\, i_R \xrightarrow{\mathcal{L}} v_R(s) = R\, i_R(s)$$

$$L \qquad v_L = L \frac{d i_L}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} v_L(s) = sL\, i_L(s)$$

$$C \qquad i_C = C \frac{d v_C}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} i_C(s) = sC\, v_C(s)$$

si possono quindi definire le reattanze operatoriali di tipo induttivo e capacitivo.

$$\boxed{sL = \frac{v_L(s)}{i_L(s)}} \qquad \boxed{\frac{1}{sC} = \frac{v_C(s)}{i_C(s)}}$$

Vale quindi la legge di Ohm in termini operatoriali anche per le sintesi serie e parallelo che verranno gestite in termini algebrici