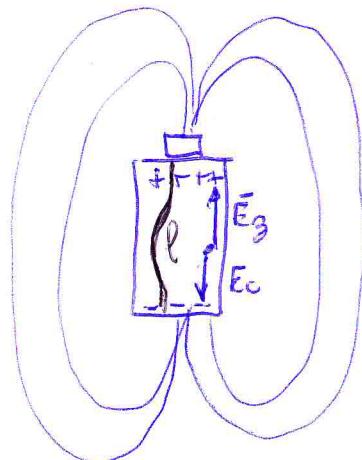


i campi \bar{E}_c e \bar{E}_g si portano all'equilibrio
a vuoto in condizioni statiche, ma anche
esternamente c'è un'estensione dei campi



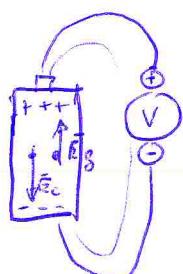
$$\bar{E}_c - \bar{E}_g$$

$$e_{AB}(t) \stackrel{\Delta}{=} \int_A^B \bar{E}_g \cdot \vec{t} \, dl$$

definizione
della F.e.m.

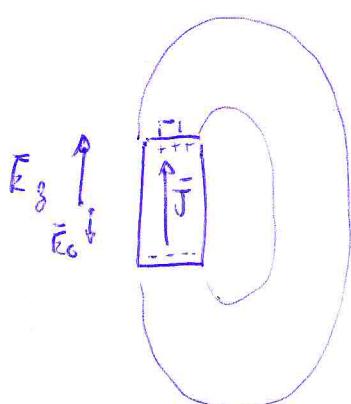
e_{AB} = forza elettro motrice e vale:

$$e_{AB} = \int_B^A \bar{E}_g \cdot \vec{t} \, dl = \int_B^A \bar{E}_c \cdot \vec{t} \, dl = \int_A^B \bar{E}_c \cdot \vec{t} \, dl = U_{AB}$$



Solo a vuoto la f.e.m. coincide
con la U_{AB} .

Quando si mette d'carico il fenomeno è descritto da:



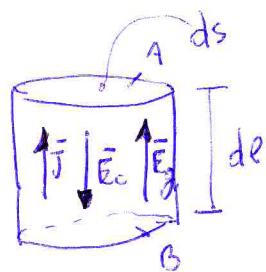
\bar{E}_g ha lunghezza diversa da \bar{E}_c
quindi circola una corrente I

$$V_{AB} = \bar{E} \text{ a vuoto}$$

$$V_{AB} = E - RI \text{ a carico}$$

In termini di forza elettrica specifica possiamo, preso un tubicino di Plastex (358)

interno del generatore, abbiamo che:



$$dV_{AB} = -\bar{E}_c dl$$

$$dE = \bar{E}_g dl$$

$$I = J ds$$

$$-\bar{E}_c dl = E_g dl - \frac{S dl}{S} J ds$$

semplicando dove possibile.

Rimane

$$\bar{E}_c + \bar{E}_g = SJ$$

All'interno dei generatori le forze elettriche specifiche generate

sono concentrate, quindi quelli che ho scritto sopra vale dentro del generatore.

Là nomenclatura "Forza elettrica specifica" trae in inganno perché non

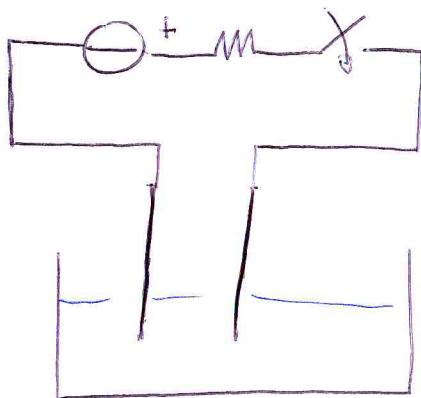
è Forza ma tensione e l'unità di misura è Volt.

In definitiva, ci vuole un'energia fornita per trasformarla in tensione

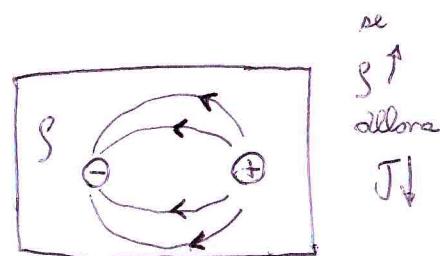
e non si rinvia potenza o energia del niente e non esistono

i motori magnetici che fanno finta di esistere in internet.

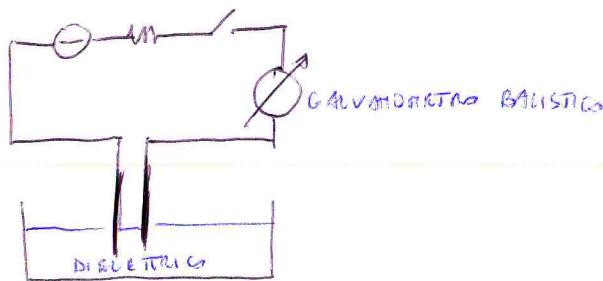
Se fluisce di corrente si genera da un campo elettrico applicato a un conduttore. Ma si sviluppano dei fenomeni dovuti all'applicazione del campo elettrico anche sui materiali dielettrici.



dell'aumentare della resistività
la corrente diminuisce



Se nella cassa c'è un materiale dielettrico e, messo in serie con un GALVANOMETRO BALISTICO che misura l'integrale della carica nel tempo, vedo che c'è un passaggio di corrente comunque. Almeno quella della linea e scarica delle apparenze.



Vediamo gli effetti della separazione di carica, quindi del campo elettrico all'interno di un isolante ovvero di un dielettrico.

Si origina il vettore chiamato SPOSTAMENTO ELETTRICO \vec{D}

$$\vec{D} = (P, t) = \epsilon \vec{E} (P, t)$$

con ϵ = permeabilità dielettrica
del mezzo

Se il mezzo è uniforme, omogeneo, lineare allora ϵ si chiama
costante dielettrica del mezzo e si misura in Farad per metro

$$\epsilon = [F]$$

(cm)

Il connetto è analogo alla polarizzazione vista in fisica.

Si unità di misura dello spostamento elettrico è $\left[\frac{C}{m^2} \right]$ coulomb su metro²

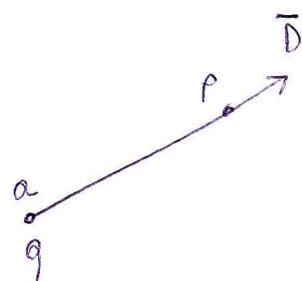
Se rettore spostamento elettrico è duale al rettore $\bar{B} = \left[\frac{V}{m^2} \right] = [T]$

Se flusso di induzione magnetica si misura in Weber.

$$\bar{D}(r,t) = \epsilon \bar{E}(r,t) \quad \left[\frac{C}{m^2} \right]$$

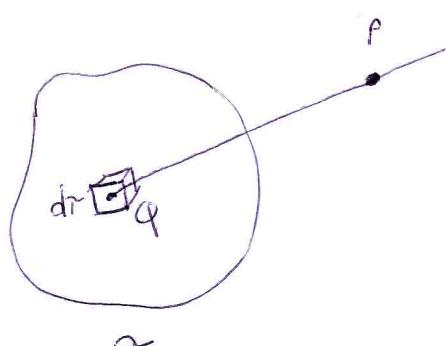
$$\bar{E}_c = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{2ap^2} \bar{u}_{ap}$$

$$\bar{D} = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{2ap^2} \bar{u}_{ap}$$

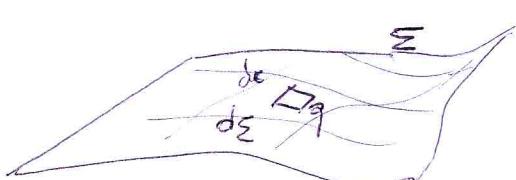


q = punto sorgente

p = punto campo

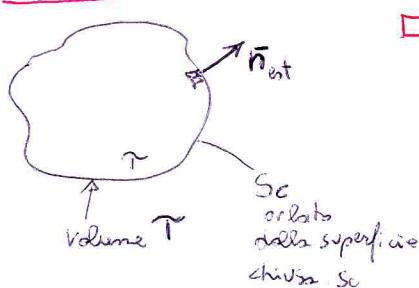


$$\bar{D} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\rho_c(q)}{2ap^2} \bar{u}_{ap} dr$$



$$\bar{D} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} \frac{s_c}{2ap^2} \bar{u}_{ap} d\Sigma$$

LEGGI DI GAUSS



$$\int_{S_c} \bar{D} \cdot \bar{n}_{ap} ds = q$$

Legge di Gauss

q è la totale carica libera all'interno della superficie chiusa S_c

5) fenomeni elettrici si applicano ai condensatori

dalle espressioni integrali si passa facilmente alle differenziali

$$q = \int_S g_c d\tau$$

$$\int_{S_C} \bar{D} \cdot \bar{n}_{\text{ap}} ds = q$$

forma integrale
della legge di
GAUSS

$$\int_{S_C} \bar{D} \cdot \bar{n} ds = \int_S g_c d\tau$$

qui applichiamo il
teorema della
divergenza

totale carica
contenuta nel volume

I^a equazione di Maxwell incontrata
nel corso. Non è prima.

$$\int_V \operatorname{div} \bar{D} d\tau = \int_S g_c d\tau$$

$$\operatorname{div} \bar{D} = g_c$$

forma differenziale
della legge di
GAUSS

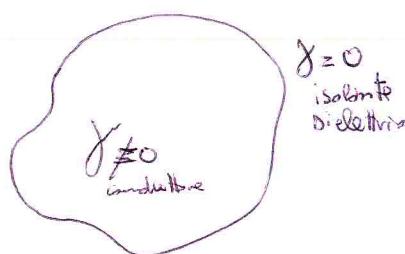
Misuriamo il vettore spostamento elettrico

$$\bar{D}$$

- 1) sorgenti in volumi di aria
positive
- 2) possi in volumi di aria di negative

La misurazione è un po' complessa. Prendiamo un conduttore,

la carica e la parola in un mezzo elettrico.



γ = condutività del materiale

con $\gamma \neq 0$ si indica il conduttore

IPOTESI siamo in condizioni elettrostatiche.

$\bar{J} \equiv 0$ ovvero non c'è corrente

quindi le cariche sono ferme.

$\bar{E}_c = \gamma \bar{J} \equiv 0$ dentro al conduttore

Il campo elettrico è nullo.

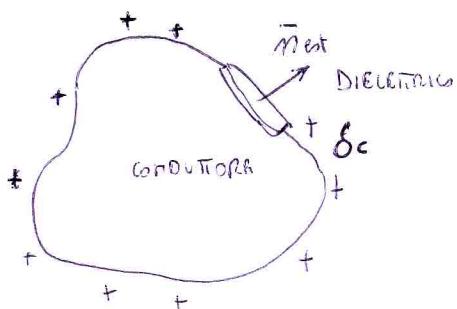
$D = \epsilon E_c = 0 \Rightarrow \operatorname{div} \bar{D} = 0$

ma se il conduttore è carico e la divergenza è nulla allora non c'è distribuzione volumica di carica ma solo superficiali, quindi invece di ragionare in termini di densità volumica di carica ragioniamo in termini di distribuzione superficiale di carica S_c

le superficie del conduttore
è equipotenziale (362)

quindi le linee di campo sulla superficie sono ortogonalmente alla superficie non si possono essere componenti tangenti alla superficie del vettore \vec{E} .

Prenslidiamo una superficie patta a manetta, superficie appena sotto ampie rispetto alla superficie laterale. Applichiamo il teorema di GAUSS alla superficie a manetta.

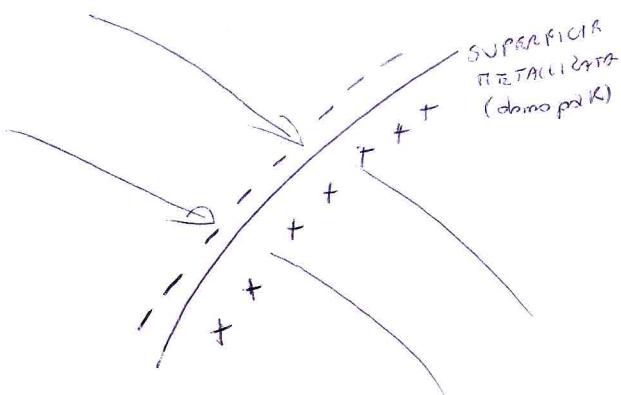


$$\int_{\Sigma_{\text{manetta}}} \vec{D} \cdot \vec{n}_{\text{est}} \, ds = \int_{\Sigma} \delta_c \, d\Sigma$$

$D \cdot d\Sigma = \delta_c \cdot d\Sigma$ significa che il vettore spostamento e la densità superficiale di carica coincidono.

$$\vec{D} = \delta_c \vec{n}_{\text{est}} \quad \text{si scrive}$$

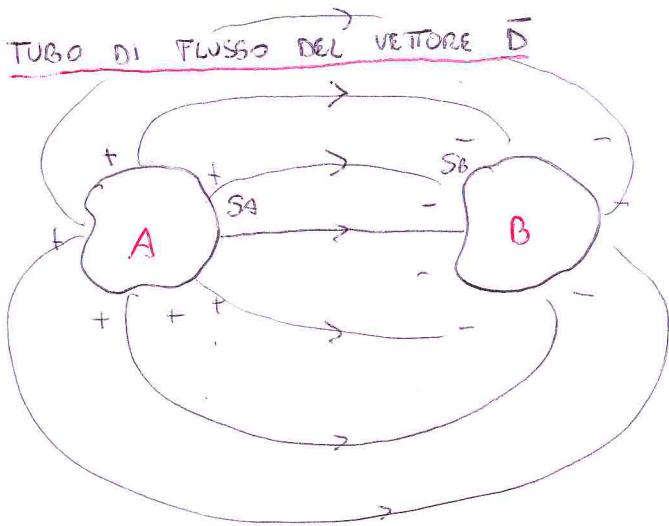
Vedere le direzioni del vettore \vec{D} che dipende dal segno ottenuto.



Serve una superficie conduttrice sottile per eseguire la misura.

La densità superficiale di carica corrisponde a

Il vettore \vec{D} è anche detto vettore di induzione elettrica statica che induce le cariche a separarsi.



IPOTIZZIAMO CHE NON CI SIANO LINEE DI CAMPO DISPERSE

Nelle zone tra le due armature la div di \bar{D} è nulla, quindi è definito il tubo di flusso.

Punto mediano

$$\textcircled{H} = \int_{S_t} \bar{D} \cdot \vec{n}_{\text{ext}} dS = q_A = -q_B$$

Parte del tubo
di flusso
di \bar{D}

sup. tappo

presi due conduttori, le cariche stanno solo sulla superficie

QUESTO SISTEMA O MEGLIO QUESTA STRUTTURA È IL GENERICO CONDENSATORE.

$$q_A = -q_B \quad \text{cariche sulle armature}$$

$$q_A = \int_{S_A}^{\text{sign}} S_{CA} dS$$

$$q_B = \int_{S_B} S_{CB} dS$$

$\text{div } \bar{D} = 0$

$$V = \int_{l_A}^{l_B} \bar{E}_c \cdot \vec{l} dl$$

Per la capacità del tubo di flusso si ha

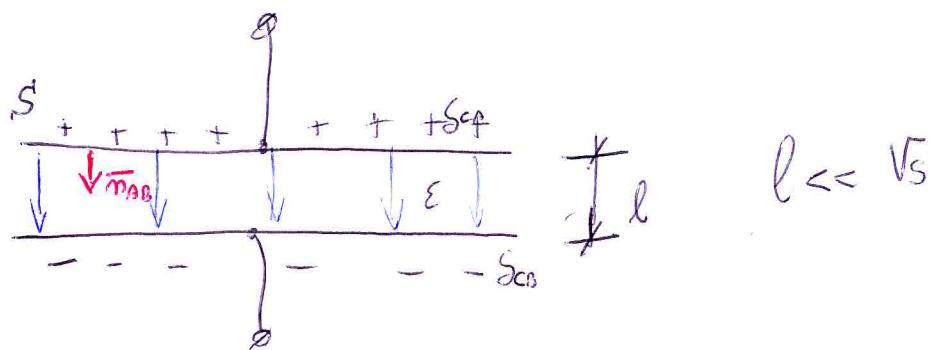
$$C = \frac{\textcircled{H}}{V_{AB}} \quad [F]$$

Ci sono poi tutte le configurazioni delle armature.

Vediamo subito il condensatore piano.

CONDENSATORE PIANO

È una struttura costituita da due armature piene con un dielettrico
mentre in modo che l'estensione della superficie sia molto maggiore
della distanza fra le armature così che le linee di campo sono
tutte ortogonali alle superfici.



Il campo elettrico è quindi uniforme fra le armature.

$$S_{CA} = \frac{q_A}{S} \quad S_{CB} = \frac{-q_B}{S}$$

S = spazio o densità
superficiale di carica.

L' spostamento elettrico sulla sup. S_A è dato da:

$$\bar{D} = S_{CA} \bar{n}_{AB} \quad \bar{E} = \frac{\bar{D}}{\epsilon}$$

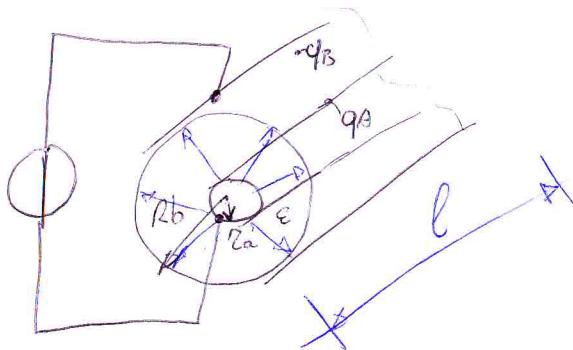
ne consegue che $V_{AB} = E l = \frac{D}{\epsilon} l = \frac{S_{CA} \cdot l}{\epsilon}$

ma $S_{CA} = \frac{q_A}{S}$ pertanto si ha $V_{AB} = \frac{q_A}{S} \cdot \frac{l}{\epsilon}$

$$C = \frac{q}{V_{AB}} = \frac{q_A}{\frac{q_A}{S} \cdot \frac{l}{\epsilon}}$$

è la capacità di un
condensatore piano

CONDENSATORE CILINDRICO



$$\int_S \bar{D} \cdot \bar{n}_{ext} ds = \int_{S_2} \bar{D} \cdot \bar{n}_{ext} ds$$

$$= D \cdot 2\pi r^2 l = q_A$$

si ha quindi che

$$D = \frac{q_A}{2\pi r^2 l}$$

diviso da ϵ
perché non c'è
di denominatore

$$E = \frac{q_A}{2\pi \epsilon r^2 l}$$

$$V_{BA} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{q_A}{2\pi \epsilon r^2 l} dr = \frac{q_A}{2\pi \epsilon} \cdot \log \frac{r_b}{r_a}$$

$$C = \frac{Q_A}{V_{AB}} = \frac{q_A}{2\pi \epsilon l \log \frac{r_b}{r_a}} = \frac{2\pi \epsilon l}{\log \frac{r_b}{r_a}}$$

Riassunto: isolanti

Gli isolanti sono permetti alle cariche legate, quindi gli elettroni per passare dalla bomba di valente a quelli di coniugazione necessitano di alte energie. Ci sono delle molecole polari che si orientano ma non si spostano fintanto che il campo elettrico non supera un certo valore.

La rigidità dielettrica è il massimo campo che un materiale isolante può resistere prima di rompersi come avviene tra aria e vetro e terra durante i fulmini. Se cariche sta legate diventano libere e diventa attivata i valori dell'induttanza

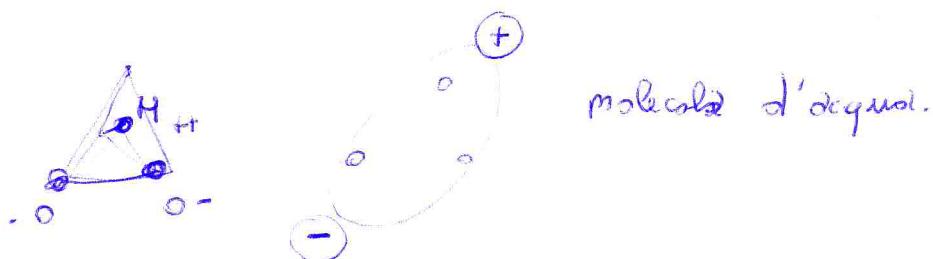
$$E_{aria} = \frac{30 \text{ KV}}{\text{cm}} \quad \text{rigidità dielettrica dell'aria}$$

Sotto agli elettrodotti si sente il rauscio, legato all'effetto pelle o effetto corona. L'aria si rompe vicino al conduttore perché il campo è intenso. È rumoroso dovuto alla rottura delle molecole e luminescenze.

Esiste la capacità sferica da vedere sul testo.

va calcolata prima di vedere sul testo a scopo di esercizio.

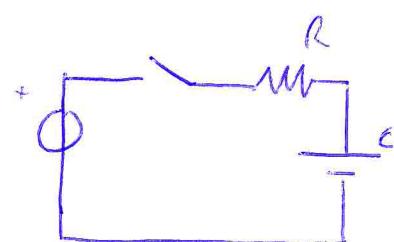
Tramite le perdite dielettriche si possono scaldare i materiali come si fa anche con i campi. Le microonde funzionano così. L'acqua a 2450 MHz, l'acqua comincia a scaldarsi per perdite dielettriche. H₂O è un materiale che accentua questo fenomeno quindi va bene per riscaldamenti a microonde.



Densità di energia elettrostatica

In un condensatore l'energia elettrostatica in Joule vale:

$$W = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} [J]$$



$$W_c(t) = \int_0^\infty v(t) i(t) dt$$

$$v_c(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \quad T = RC$$

$$i_c(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{T}}$$

$$W_C = \int_0^{\infty} v_c(t) i_c(t) dt = \frac{1}{2} Q V_{\text{finale}} \quad \text{con } V_{\text{finale}} = V_{\text{generatore}}$$

$$W_E = QE = Q V_{\text{finale}}$$

Quando carico una C all'interno uno R ha un rendimento del 50%

è il rendimento di carica, quindi metà dell'energia è persa nel resistore. O meglio, l'energia che vede accumulata nel condensatore ha una quantità uguale dissipata nella R.

Verifichiamo in termini di tubo di flusso del vettore \vec{D}



ma posso anche dire che $dW_C = \frac{1}{2} D ds \cdot E dl$

raccolgendo si ha:

$$dW_C = \frac{1}{2} D E \cdot ds dl = \frac{1}{2} D E \cdot dT$$

$$W(P,t) = \frac{1}{2} DE \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

quindi è una densità volumica di energia elettrostatica. molto importante da valutare

La densità di energia elettrostatica sul tubo del plasma D ha puntualmente degli effetti di accumulo, anche se l'integrale non lo rileva.

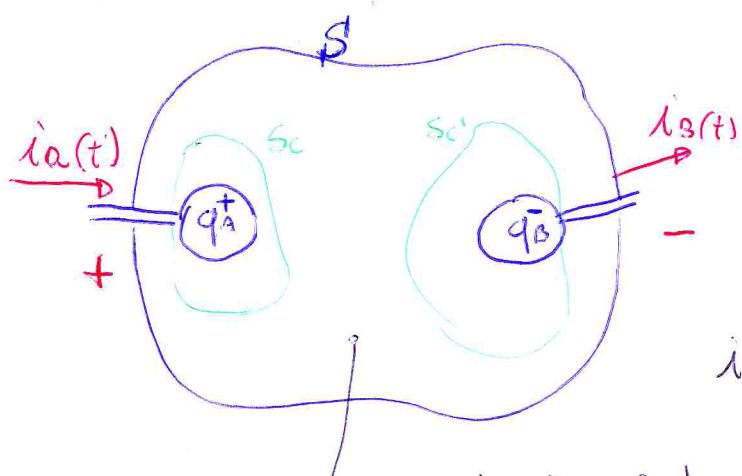
$$W(T) = \int_T \frac{1}{2} D E dT$$

nel mezzo uniforme isotropo, lineare.

$$\text{Dato che } W = \frac{1}{2} D E = \frac{1}{2} \epsilon E^2 = \frac{1}{2} \frac{D^2}{\epsilon} dE$$

nei fenomeni magnetici vedremo $\frac{1}{2} \bar{B} \bar{H}$ con corrispondenza $B \rightarrow D$
e $H \rightarrow E$

Vediamo un ultimo argomento sul tema.



S_c e S_c' sono superfici tappi da richiudere le domature del condensatore sono superfici matematiche.

$$i_a(t) = i_b(t)$$

Questa parte è isolante

Tuttavia esiste $i_a(t)$ e $i_b(t)$

Come è descrivibile il fenomeno nell'isolante?

Consideriamo la legge di continuità

1) La corrente $i_a(t)$ crea un accumulo di carica sull'isolante

$$i_a = \frac{dq_a}{dt}$$

$$\int_{S_c} \vec{J} \cdot \vec{n} ds = - \frac{dq_a}{dt}$$

legge di continuità

2) La tensione deve essere una d.d.p., gli eventuali fenomeni non conservativi si tratteranno soltanto sulla superficie chiusa S .

Se q_A aumenta anche q_B aumenta, dato che $q_A = -q_B$

dato che $q_A = -q_B$ si ha $i_A = i_B$

Rimane la domanda... Come è possibile che se aumenta q_A allora aumenta q_B attraverso un isolante? Sembra una corrente di conduzione. C'è un nuovo concetto:

LA CORRENTE DI SPOSTAMENTO

$q_A \rightarrow S_C$ La carica sull'elettrodo o armatura q_A la assunzione di una carica superficiale significa. Se ovvero la localizza solo sulla superficie.

Vine naturale pensare che la corrente di conduzione \bar{J} è pari a:

$$\bar{J} = \frac{\partial S_C}{\partial t}$$

senza i segni rettoni comunque torna, ed è più intuitivo

$$J = \frac{\partial S_C}{\partial t}$$

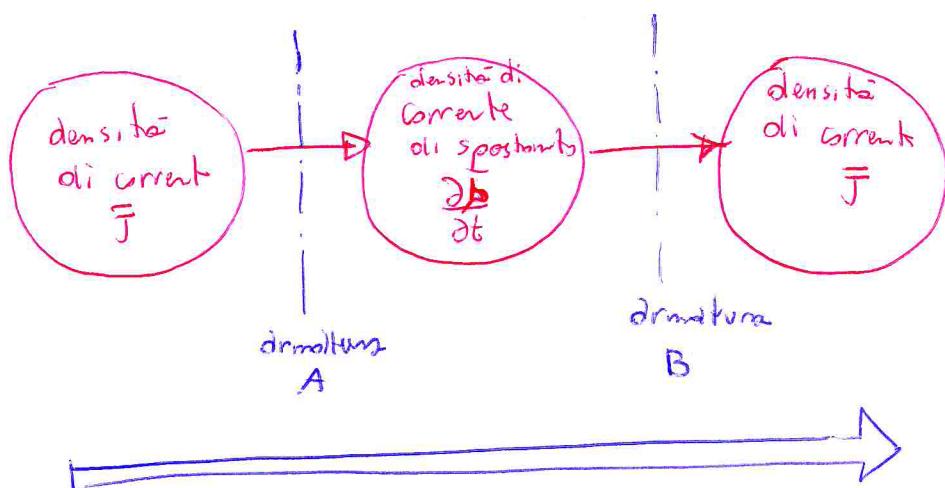
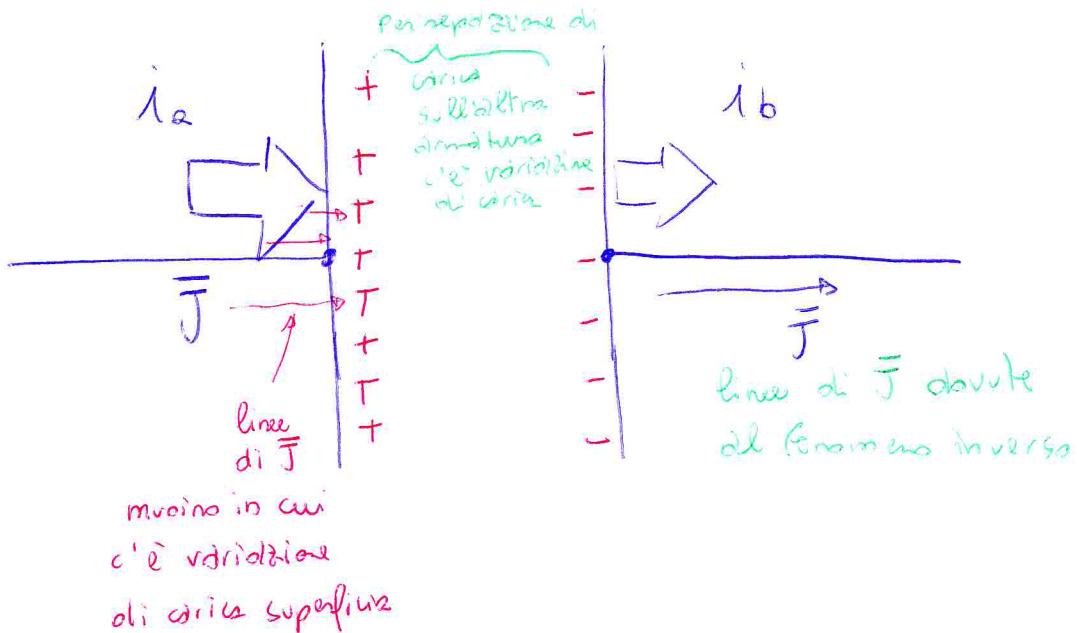
La densità di corrente di conduzione è legata a una variazione di densità superficiale di carica infatti hanno entrambe unità di misura $\left[\frac{\text{Ampere}}{\text{m}^2} \right]$

Le linee di densità di corrente \bar{J} muoiono dove c'è variazione di densità di carica, ovvero dove nascono altre linee di un'altra tipo particolare di corrente.

sull'altra armatura

$$\bar{D} = S_C \bar{n}_{\text{est}}$$

$$\frac{\partial S_C}{\partial t} \bar{n}_{\text{est}} = \frac{\partial \bar{b}}{\partial t}$$



Flusso visto dall'esterno, sembra inninterrotto

$$\bar{J}_t = \bar{J} + \frac{\partial \bar{b}}{\partial t} \quad \text{se faccio la divergenza di } \bar{J}_t \text{ ho zero}$$

$$\operatorname{div} \bar{J} \cdot t = 0$$

$$\operatorname{div} \bar{J} + \operatorname{div} \frac{\partial \bar{b}}{\partial t} = - \cancel{\frac{\partial \bar{b}}{\partial t}} + \cancel{\frac{\partial \bar{b}}{\partial t}} = 0$$

si semplifica

Dove muovono le linee del vettore densità di corrente \bar{J}
nascono le linee della densità di corrente $\frac{\partial \bar{b}}{\partial t}$ e quindi
globalmente la divergenza è nulla, le linee solo si trasformano
ma non nascono o non muovono.

Ne consegue che somme di correnti di spostamento originano

(271) il campo magnetico H .

Se correnti di spontaneità, ad esempio, avranno origine nelle antenne alla ricezione dei campi elettromagnetici.

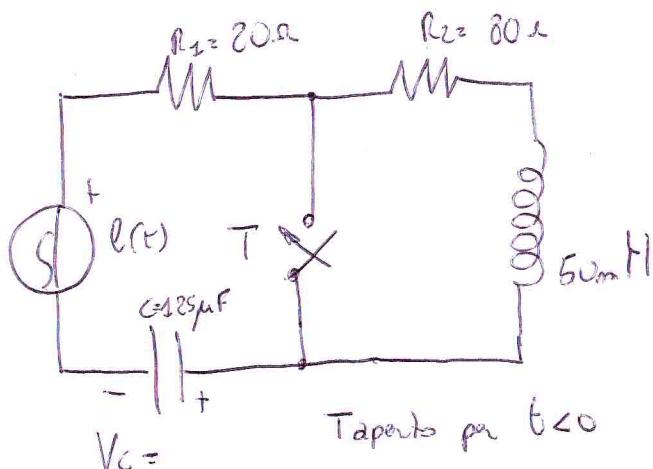
Se questo dovesse non essere vero non sarebbe possibile trasmettere.

Si è visto il cap 8 8.11 8.12 8.13 8.14 8.15 del libro blu
inoltre 8.16 8.2 8.22. Si è visto il condensatore
cilindrico e lo sperimentalista ha realizzato per conto proprio
8.3 e 8.5 (energia elettrostatica) cap 8.52 e cap 8.7 \rightarrow 8.71 8.72 e 8.8
Del testo Guarrini-Stella.

Anche il prossimo lunedì ci saranno 4 ore di lezione.
Mancano ancora i circuiti magnetici.

Si finisce il 11 giugno così c'è tempo per preparare l'esame.
4 ore anche il lunedì 11 giugno.

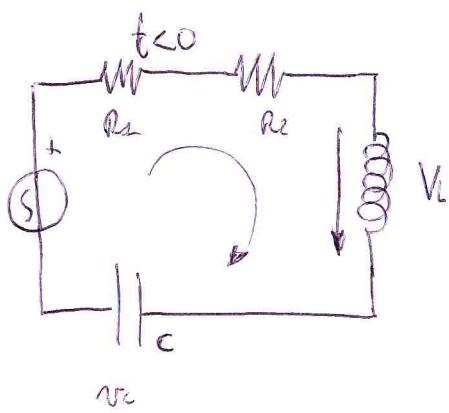
Giovedì e Venerdì lezione importante perché ci sono esercizi
simili al compito.



Trovare V_C e V_L con T chiuso

$$e(t) = \sqrt{2} E \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \rightarrow E = 220 \text{ V}$$

$$E = 220 \text{ V} \quad \omega = \frac{3}{5} \pi \quad \omega = 400 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$



$$V_L = L \frac{di}{dt}$$

$$-\bar{E} = (R_1 + R_2)I \quad \bar{Z}_L I + \bar{Z}_C I = 0$$

$$I = \frac{\bar{E}}{(R_1 + R_2)} = \frac{11}{5} e^{\frac{3\pi}{5}t}$$

$$i(t) = i_L(t) = \frac{11}{5} \sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{3\pi}{5}\right) \quad V_C = \bar{Z}_C \cdot I = 66 e^{\frac{3\pi}{5}t}$$

$$V_C(t) = 66 \sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$

ora vediamo per $t = 0$

$$\begin{aligned} i_L(0^+) &= i_L(0^-) = \frac{11}{5} \text{ A} && \left. \begin{array}{l} \text{perciò} \\ \text{si presume de} \end{array} \right. \\ V_C(0^+) &= V_C(0^-) = 66 \text{ V} && \left. \begin{array}{l} \text{non si siano generati} \\ \text{impulsi} \end{array} \right. \end{aligned}$$

ora per $t > 0$

$$R_2 i_L(t) + V_L(t) = 0$$

$$R_2 i_L(t) + L \frac{di_L}{dt} = 0 \quad 1 + \frac{L}{R_2} s = 0$$

$$s = -\frac{R_2}{L} \quad Z_L = \frac{L}{R_2} = 6,24 \cdot 10^{-4}$$

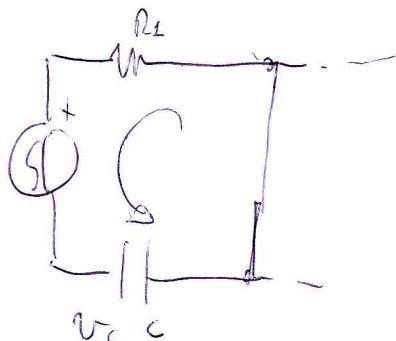
(32h)

$$i_{c0}(t) = A e^{-\frac{t}{T}}$$

$$i_L(0^+) = \frac{11}{5} = A e^{-\frac{0}{T}} \Rightarrow A = \frac{11}{5} \quad i_c = \frac{11}{5} e^{-\frac{t}{T_L}}$$

$$v_L(t) = \frac{L}{dt} i_L = -176 \text{ e}^{-\frac{t}{0.24 \cdot 10^{-6}}}$$

Vediamo l'induttore da sinistra per calcolare la v_L



$$R_1 i_C(t) + v_C(t) = e(t)$$

$$R_1 C \frac{d v_C(t)}{dt} + v_C(t) = e(t)$$

$$R_1 C \cdot S + 1 = 0$$

$$S = -\frac{1}{R_1 C}$$

quindi una soluzione per l'omogenea è $v_C(t) = A_C e^{-\frac{t}{T_C}}$

Vediamo l'integrale particolare che si calcola con un partitore di tensione

$$\bar{V}_C = \frac{\dot{Z}_C}{Z_C + R_1} \bar{E} = 100 \sqrt{2} e^{j \frac{\pi}{2}}$$

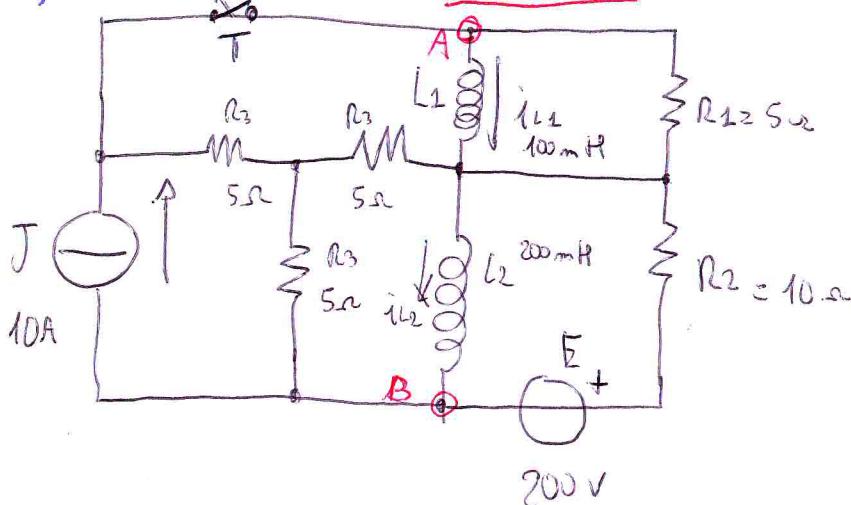
$$v_{cp}(t) = 200 \operatorname{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v_C(t) = v_{c0}(t) + v_{cp}(t) = A e^{-\frac{t}{T}} + 200 \operatorname{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$A_C = -176$$

VA inserito qua'

2) Esercizio in regime STAZIONARIO per $t < 0$

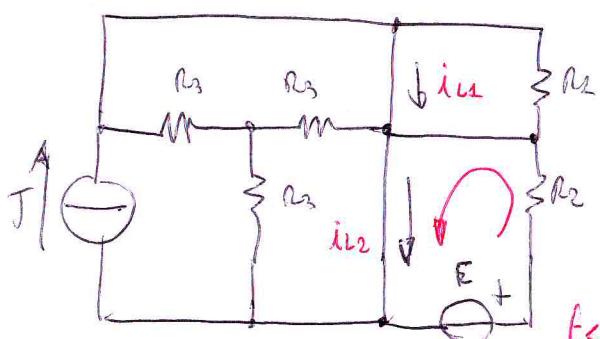


Trovare V_{AB} con T aperto a $t > 0$

in $t > 0$ T è chiuso.

e la rete è in stato stazionario.

gli induttori sono scaricati e quindi la rete si semplifica (stazionario)



$$i_{L1} \mid_{t<0} = J$$

mentre in i_{L2} non pluisce l'effetto della generazione E . $i_{R2} \mid_{t<0} = \frac{E}{R_2} = 20A$

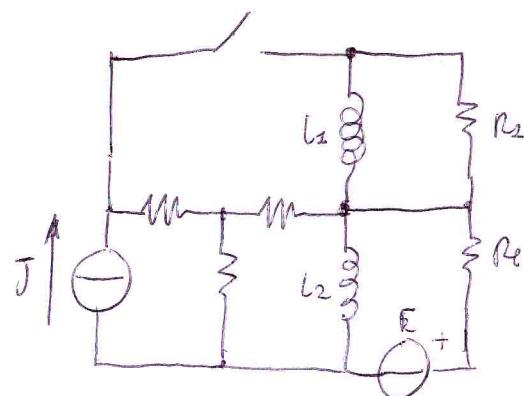
$$\text{Sommando } i_{L2(t)} = J + \frac{E}{R_2} = 30A$$

Veridiamo cosa succede in

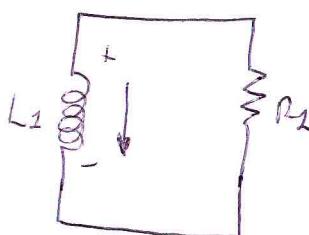
$$i(\phi^-) = i(\phi^+) \quad \text{non ci sono impulsi}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{L1}(0^-) = i_{L1}(0^+) = J = 10A \\ i_{L2}(0^-) = i_{L2}(0^+) = 30 \end{array} \right.$$

ORA APRIAMO T , e cambia la Topologia



$t > 0$



$$V_L = V_{R2} = R_2 \cdot i_{L1}$$

$$L_2 \frac{di_{L2}}{dt}$$

$$\frac{L_2 \dot{i}_{L2}(t)}{dt} + R_2 i_{L2}(t) = 0$$

$$\tau_2 = \frac{L_2}{R_2} = \omega_{ms}$$

$$S + \frac{R_2}{L_2} = 0 \quad S = -\frac{R_2}{L_2}$$

$$i_L(t) = A_{L2} e^{-\frac{t}{\tau_{L2}}}$$

Sostituendo i valori iniziali si ha:

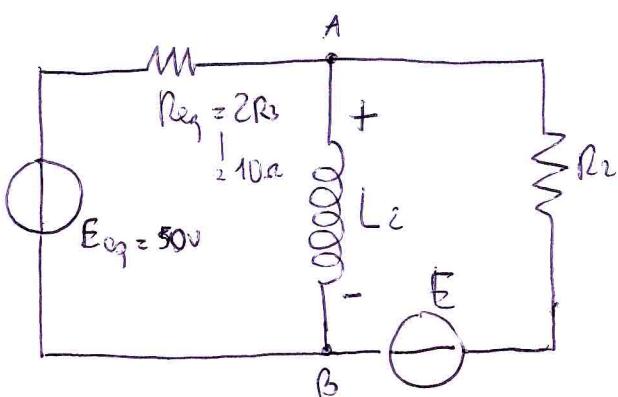
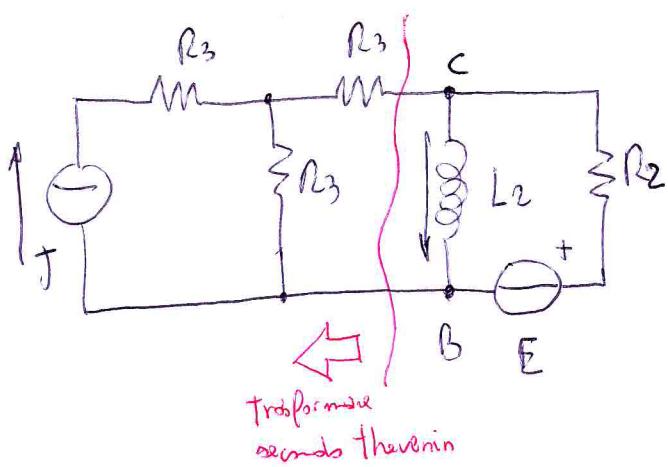
$$i_{L2}(0^+) = A_{L2} e^{-\frac{0}{\tau_{L2}}} = 10 \quad A_{L2} = 10$$

$$i_{L2} = 10 e^{-\frac{t}{\tau_{L2}}}$$

$$v_{L2}(t) = L_2 \frac{di_{L2}(t)}{dt} = L_2 A_{L2} \left(-\frac{1}{\tau_{L2}} \right) e^{-\frac{t}{\tau_{L2}}} \\ = -50 e^{-\frac{t}{\tau_{L2}}}$$

$$v_{L2}(t) = -50 e^{-\frac{t}{0,02}} \quad t > 0$$

Verifichiamo l'altro pezzo di rete.



nulla maglia abitativa

$$-E_{eq} + R_2 i_2(t) + v_{L2}(t) = 0$$

$$\text{ricaviamo } i_2 = \frac{E_{eq} - v_{L2}(t)}{R_2}$$

nell'altra maglia si ha:

$$-E + R_2 i_2(t) + v_{L2}(t) = 0$$

$$i_{L2}(t) = -\frac{v_{L2}(t) + E}{R_2}$$

$$i_{L2}(t) = \frac{E_{eq} - v_{L2}(t)}{R_{eq}} + \frac{E - v_{L2}(t)}{R_2}$$

$$i_{L2}(t) = \frac{1}{R_{eq}} E_{eq} + \frac{E}{R_2} - \left(\frac{1}{R_{eq}} + \frac{1}{R_2} \right) v_{L2}(t)$$

$$L_2 \frac{di_{L2}}{dt}$$

$$i_{L2}(t) + \left(\frac{1}{R_{eq}} + \frac{1}{R_2} \right) L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = \frac{E_{eq}}{R_{eq}} + \frac{E}{R_2}$$

Possiamo di parametri $S \cdot T \omega$

$$1 + L_2 \left(\frac{1}{R_{eq}} + \frac{1}{R_2} \right) s = 0$$

$$T_{L2} = 40 \text{ ms}$$

$$\text{La soluzione per } L_2 \text{ è } i_{L2}(t) = A e^{-\frac{t}{T_{L2}}}$$

Per l'integrale particolare considerato in regime transitorio per t molto grande L_2 non in circuito

$$i_{L2p}(t) = \frac{J}{2} + \frac{E}{R_2} = 25 \text{ A}$$

$$\text{quindi } i_{L2}(t) = i_{L20} + i_{L2p} = A_{L2} e^{-\frac{t}{T_{L2}}} + 25$$

$$\text{quindi calcolare } i_{L2} \text{ in } 0^+ = 30 = A_{L2} e^{-\frac{0}{T_{L2}}} + 25 \rightarrow A_{L2} = 5$$

Abbiamo tutto per trovare la V_{L2}

$$V_{L2}(t) = L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = -25 e^{-\frac{t}{0,02}}$$

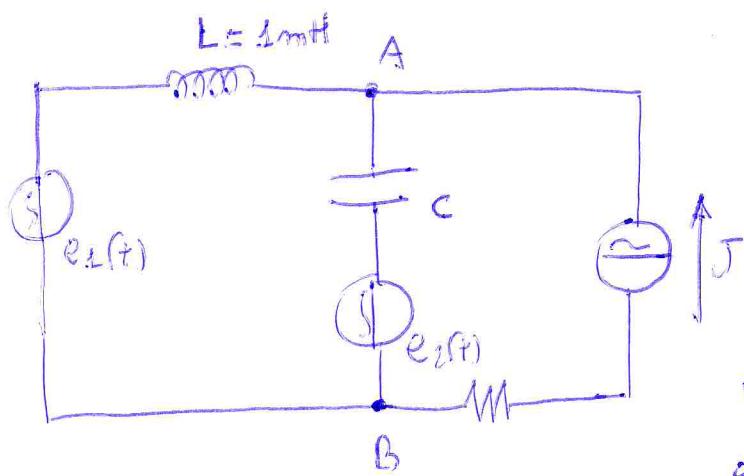
$$t > 0$$

$$V_{AB}(t) = V_{L2}(t) + V_{L2}(t) = -50 e^{-\frac{t}{0,02}} - 25 e^{-\frac{t}{0,04}} \text{ da } V_{AB} \text{ per } t > 0$$

3) Esercizio Rete binodo delle reti non iso frequenziali

Nelle reti non iso frequenziali si studiano i generatori alle diverse frequenze e poi si fa una specie di sovrapposizione.

Vanno studiate tante reti quante sono le frequenze presenti complessivamente.



$$E_{M1} = 55\sqrt{2} \text{ [V]}$$

$$E_{M2} = 120\sqrt{2} \text{ [V]}$$

$$J_M = 35\sqrt{2} \text{ [A]}$$

$$e_1(t) = E_{M1} \cos \omega t$$

$$e_2(t) = E_{M2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$$

$$\omega = 1000 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

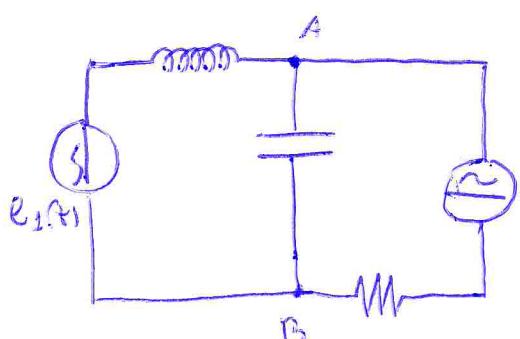
$$J(t) = J_M \sin \omega t$$

Trovare valore efficace V_{AB} e I_{es}

P_{e1}, Q_{e1}, A_{es}

Usare la sovrapposizione degli effetti per stimare l'effetto dei generatori NON ISO FREQUENZIALI.

si valutino due reti distinte:



Rete governata da e_1

Rete a frequenza $\frac{\omega}{2M}$

e governata dai generatori

$$e_2(t) \text{ e } J(t)$$

$$\tilde{V}_{AB} = \tilde{E}_1 \cdot \frac{\tilde{Z}_C}{\tilde{Z}_C + \tilde{Z}_L} = \frac{165}{2} \text{ J [V]}$$

$$\tilde{V}_{AB}'' = J \left(\frac{\tilde{Z}_C \cdot \tilde{Z}_L}{\tilde{Z}_C + \tilde{Z}_L} \right) = \frac{105}{2} \text{ J [V]}$$

(579)

$$X_L|_{\omega} = \omega L = 1 \Omega \quad X_C|_{\omega} = -3 \Omega \quad \bar{E}_1 = 55 e^{\frac{j\pi}{2}} \text{ V}$$

$$\bar{J} = 35 e^{\frac{j\pi}{2}}$$

$$\bar{V}_{AB}|_{\omega} = \bar{V}_{AB}^{(1)} + \bar{V}_{AB}^{(2)} = 135 \text{ V} = 135 e^{\frac{j\pi}{2}} \text{ V}$$

$$V_{AB}|_{\omega}^{(1)} = 135 \sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

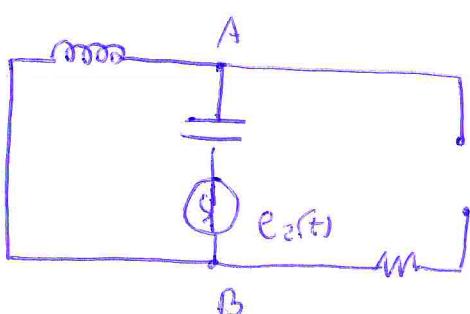
$$\bar{I}_c = \bar{J} - \bar{I}_{E_2} \quad \bar{I}_{E_2} = \bar{I}_c - \bar{J} = \frac{\bar{V}_{AB}}{Z_c} - \bar{J} = 80 e^{\frac{j\pi}{2}} \text{ A}$$

Nel tempo si ha:

$$I_{R_2}|_{\omega} \Rightarrow (t) \Rightarrow 80 \sqrt{2} \sin(\omega t + \pi) = i_{R_2}(t)$$

$$V_{AB}(t)|_{\omega} = 135 \sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Vediamo la rete alla frequenza 3ω



Nota: il generatore \bar{J} funziona a $\frac{\omega}{2\pi}$ quindi alla frequenza $\frac{3\omega}{2\pi}$ è un aperto e si semplifica

$$\bar{E}_2 = 120 e^{\frac{j\pi}{4}}$$

$$Z_L = 3 \Omega$$

$$Z_C = -1 \Omega$$

$$\bar{V}_{AB}^{(3)} = \frac{\bar{E}_2 Z_L}{Z_L + Z_C} = \frac{120}{\sqrt{2}} (1 + j)$$

$$V_{AB}^{(3)}(t) = 180 \sqrt{2} \sin(3\omega + \frac{\pi}{4})$$

$$\bar{I}_{E_2} = -\bar{V}_{AB}^{(3)} = -\frac{60}{\sqrt{2}} (1 - j)$$

nel dominio del tempo alla frequenza $\frac{3\omega}{2\pi}$ diventa

$$v_e(t) = 180 \sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$$

$$i_{E_2}(t) = -60 \sqrt{2} (3\omega - \frac{\pi}{4})$$

$$v_{AB}(t) = v_{AB}(\omega) \Big|_{\omega} + v_{AB}(t) \Big|_{3\omega} = 135\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + 180\sqrt{2} \sin(3\omega t + \frac{\pi}{4})$$

$$i_{E_1}(t) = i_{E_1}(\omega) \Big|_{\omega} + i_{E_1}(t) \Big|_{3\omega} = 80\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi) - 60\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{4})$$

$$V_{eff,AB} = \sqrt{135^2 + 180^2} = 225 \text{ V}$$

Per trovare il valore effettivo
si fa la somma dei valori
effettivi al quadrato

$$I_{eff,E_1} = \sqrt{80^2 + (-60)^2} = 100 \text{ A}$$

$$P_{E_1} = 0 \text{ W} \quad Q_{E_1} = -6600 \text{ VAR}$$

$$A_{E_1} = E_1 I_{eff} = 55 \cdot 100 = 5500 \text{ VA}$$

La potenza apparente è il prodotto dei valori effettivi.

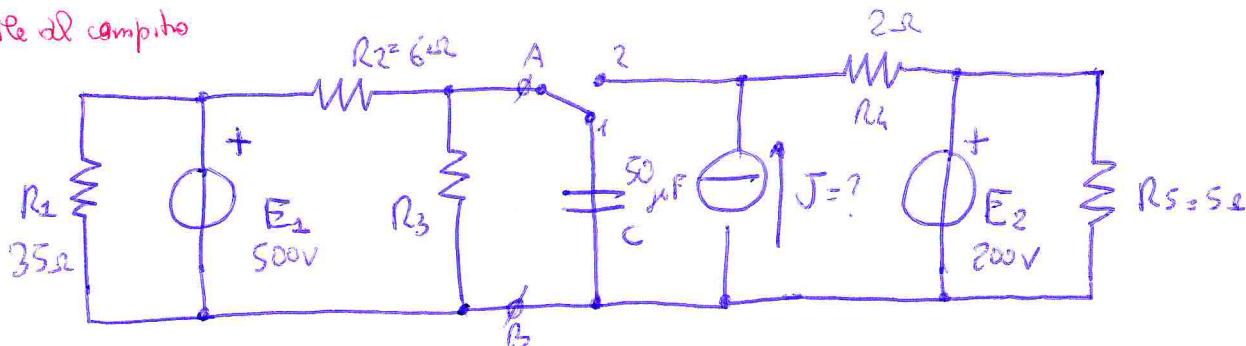
In questo caso non si può fare $\Rightarrow A = \sqrt{q^2 + p^2}$

Perché ci sono più frequenze nella rete.

$$A_{E_1} = E_1 I_{eff} = 55 \cdot 100 = 5500 \text{ VA}$$

A è solo il prodotto dei valori effettivi perché la rete non
è iso-frequenziale.

simile al compito



$$\text{Per } T \text{ in 1} \quad W_C = 0,25 J$$

$$T \text{ in 2} \quad P_{E_2} = 1000 \text{ W}$$

Trovare

- 1) Thevenin a sinistra di A-B
- 2) J
- 3) P_J per T in 2

La rete è in regime stationario

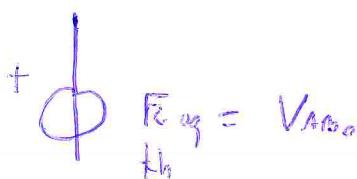
specificando se energia

o assorbita.

Soluzione: Dall'energia del condensatore troviamo subito la tensione a nodo AB ovvero il generatore di Thevenin.

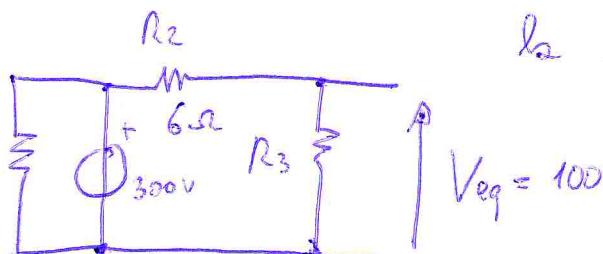
$$W_C = \frac{1}{2} C V^2 \quad \text{da cui} \quad \sqrt{\frac{2W}{C}} = V$$

$$\text{da cui} \quad V_C = +100 \text{ V.}$$



ora troviamo R_{th} Reg di Thevenin
ma lo R_3 non è nota.

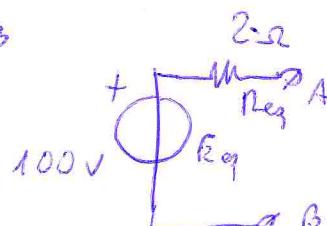
Ma V_{AB} è la stessa additiva di
tensione su R_3 quindi imponiamo
la formula del partitore.



$$V_{AB} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} E_1$$

$$R_{th} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

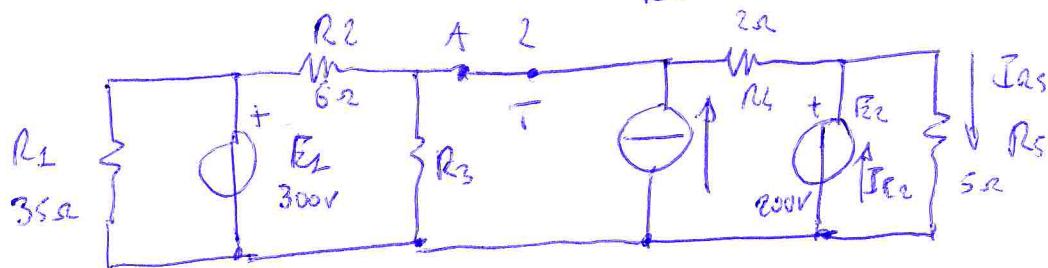
$$R_3 = 3 \Omega$$



A destra dell'immagine

$$P_{E2} = E_2 \cdot I_{E2}$$

$$I_{E2} = \frac{P_{E2}}{E_2} = 5A$$

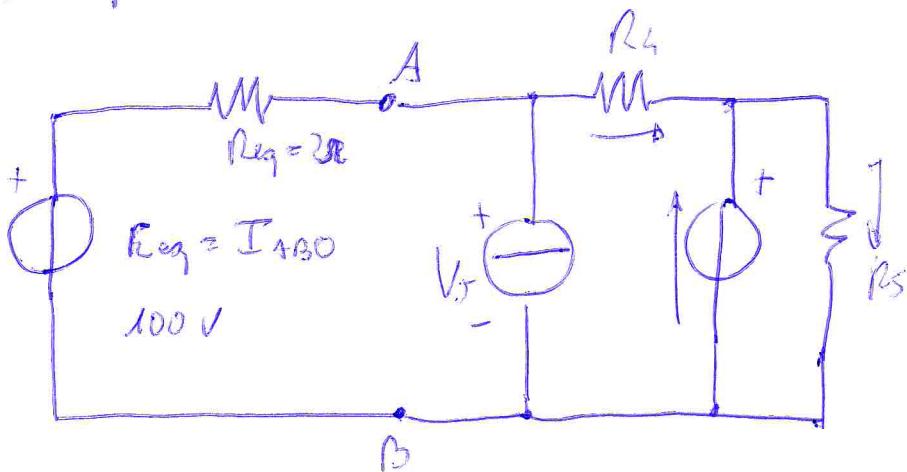


$$I_{R5} = \frac{E_2}{R_5} = 40A$$

LKC

$$I_{R4} = I_{A5} - I_{E2} = 35A$$

Semplificando per Thévenin si ha:



calcoliamo da I_{R4} usando LKC

$$I_{R4} = I_{A5} - I_{E2} = 35A$$

$$\text{LKT } V_J = R_4 \cdot I_{R4} + E_2 = 270V$$

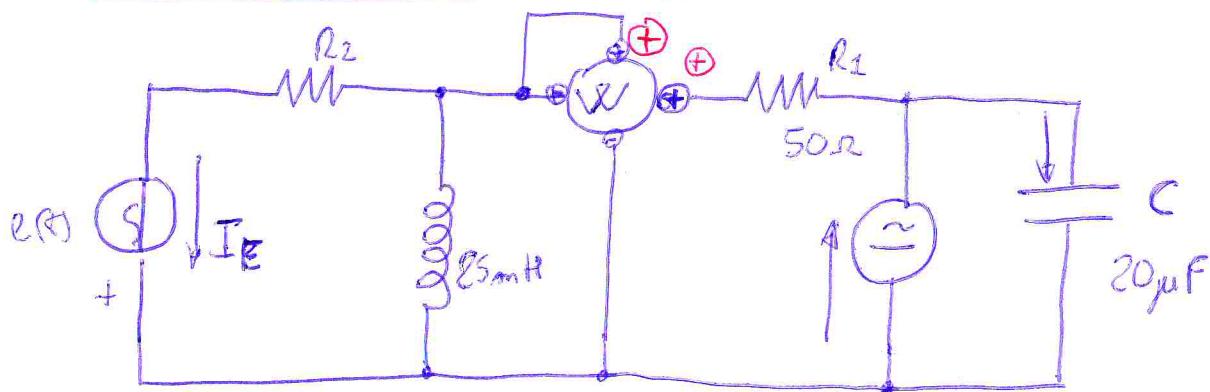
$$-E_{eq} + R_{eq} I + V_J = 0$$

$$I = -35A$$

$$\text{LKC}_A \Rightarrow J = I_{R4} - I_{neg} = 70A$$

$$P_J = V_J \cdot J = 18900 \text{ W } \underline{\text{EROGATI}}$$

Esercizio simile al compito.



$$P_E = 1000 \text{ W} \quad Q_E = 2000 \text{ VAR} \quad P_W = 2000 \text{ W}$$

$$e(t) = 200 \sqrt{2} \sin \left(\frac{1000}{\sqrt{2}} t + \frac{\pi}{2} \right) \rightarrow E = 200 e^{\frac{\pi i}{2}}$$

trovare R_2 , $J(t)$, P_f da qui ricaviamo ω che non è data in forma esplicita.

Soluzioni: si considera la P e Q del generatore $e(t)$ e quindi possiamo anche conoscere la \bar{A} come somma.

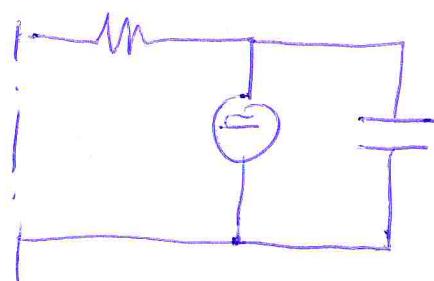
$$\bar{A} = P_E + JQ = \bar{E} \bar{I}_E \text{ da cui ricaviamo il fasore di corrente } \bar{I}_E$$

$$\bar{I}_E = \frac{P_E + JQ}{\bar{E}} = 10 - 5J \rightarrow \boxed{\bar{I}_E = (10 + 5J) A}$$

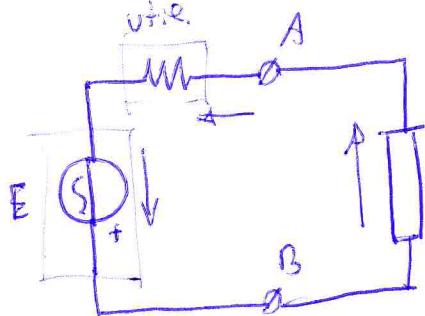
d: questo risultato troviamo il valore effettivo da risultato

$$I_{eff} = 5\sqrt{3} \text{ A}$$

Adesso si applica il teorema di Tellegen



Il wattmetro sta indicando lo potere attivo sovraffatto di destra.



Per bilanciare si deve raguagliare la potenza dei bipoli generatore alla potenza dei bipoli utilizzatori.

$$P_E + P_W = P_{R2} = \frac{R_2 I_{R2}^2}{3000}$$

$\downarrow J_E$

si fa il bilancio secondo Tellezgen

si ricava da R_E che vale $R_E = 260 \Omega$

Allora troviamo la J

$$\bar{V}_L = R_2 \bar{I}_E - \bar{E} = 260 + 120J - 200J = (260 - 80J)$$

Per cui abbiamo la possibilità di trovare le correnti nello scambio.

$$\omega = 1000 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \dot{Z}_L = J X_L \quad X_L = \omega L = 25 \Omega$$

$\vdash J 25 \Omega$

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{V}_L}{\dot{Z}_L} = \frac{260 - 80J}{25J} = \left(-3,2 - J 9,6 \right) \quad \begin{matrix} \frac{48}{5} \\ \frac{16}{5} \end{matrix}$$

$$[KC_A] \quad \bar{I}_{R2} = \bar{I}_L + \bar{I}_R = - J \frac{23}{5} + \frac{34}{5}$$

$$V_J = R_1 \cdot \bar{I}_{R2} + V_L = - 310J + 580$$

$\dot{Z}_C = \frac{\bar{V}_J}{\dot{I}_C} = \frac{580}{5} + \frac{34}{5}$	$\dot{Z}_C = J X_C = - 50J \Omega \quad X_C = - \frac{1}{\omega C}$	$\frac{1}{Z} = - 50$
--	---	----------------------

$$\bar{J} = \bar{I}_0 + \bar{I}_{R1} = 13 + 7J$$

$$J_{eff} = 16,76 \sqrt{2} \sin(\omega t + 0,49)$$

$$\begin{aligned} Q &= \text{ordine} \left(\frac{2}{13} \right)_{\text{imm}} \\ &= 0,49 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

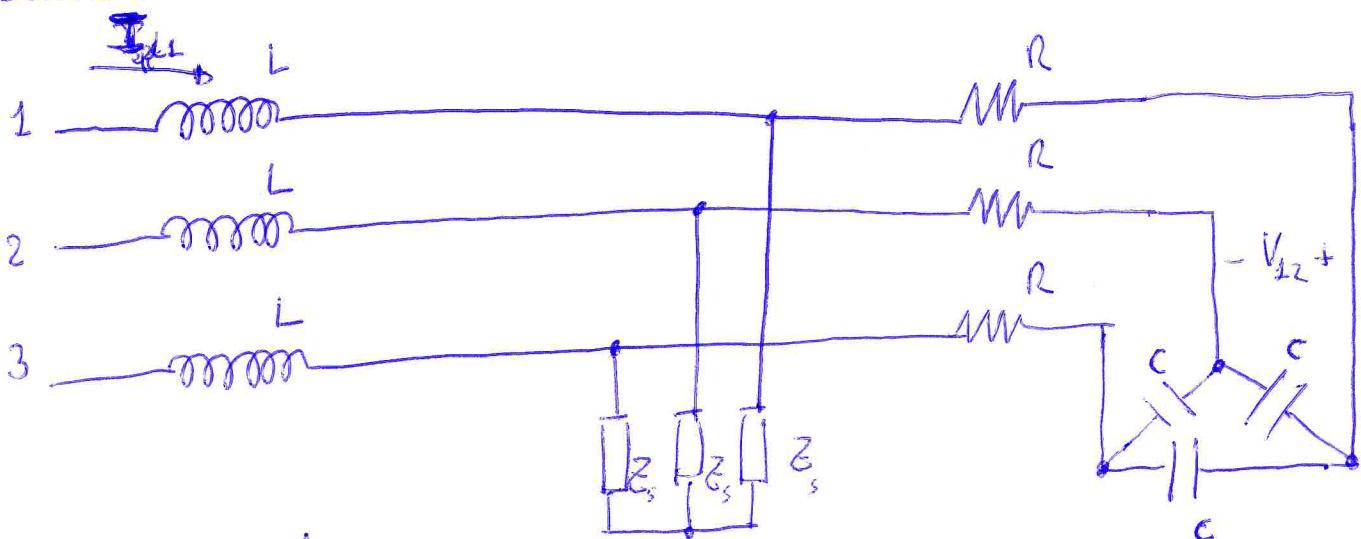
calcoliamo le potenze effettive possibili per le potenze complesse.

$$\hat{A}_S = \sqrt{S} \hat{J} = P + JQ = 5370 + J8090$$

$\lfloor \text{Im}(J) \rfloor$

Potenza effettiva
concreta

Esercizio simile al compito in trifase.



$$R_s = 1 \Omega \quad |Z_s| = 10 \Omega$$

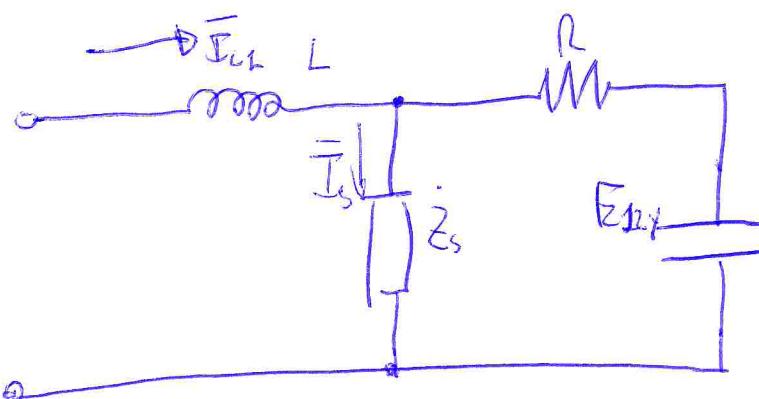
$$L_s = 2 \text{ mH} \quad \arg Z_s = \frac{\pi}{8} \quad \cancel{V_{12}} = 600 \text{ V} \quad \omega = 1000 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$C = 25 \mu\text{F}$$

$$|Z_{eq}| = \arg Z_{eq}$$

trovare il valore effettivo della corrente di linea,
l'impedenza delle linee e la tensione effettiva V_{12}

Soluzione
Portiamo il circuito da triangolo a stella per potere lavorare sulla monofase equivalente.



$$X_{CA} = \frac{-1}{\omega C} = -60 \Omega$$

$$X_{AB} = \frac{X_{CA}}{3} = -20 \Omega$$

ammissione di V_{12y} al fatto

$$V_{12y} = \frac{V_{12A}}{\sqrt{3}} = 230,9 \text{ V}$$

$\bar{E}_{12y} = E_{12y} e^{j0^\circ}$ si sceglie arbitrariamente la fase nulla.

$$\bar{I}_c = \frac{\bar{E}_{12y}}{Z} = 10\sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{2}}$$

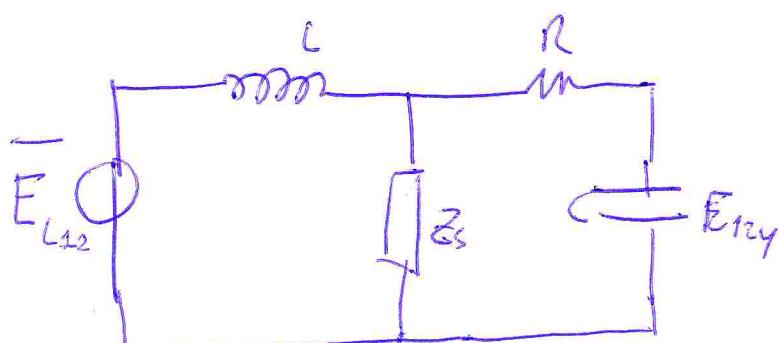
$$\bar{E}_{S1} = (R + jX_c) \cdot \bar{I}_c = \left(1 - j\frac{40}{3}\right) 10\sqrt{3} j = \left(10\sqrt{3} j + \frac{400\sqrt{3}}{3}\right) \text{ [V]}$$

$$\bar{I}_s = \frac{\bar{E}_s}{Z_s} = (22 - 7,24 j) \text{ [A]}$$

quindi rimaniamo a trovare le correnti ohmiche di linea \bar{I}_c

$$\bar{I}_{L1} = \bar{I}_s + \bar{I}_c = (22 + 10,08 j) \text{ [A]} \quad I_{L1} = \sqrt{22^2 + 10,08^2} = 26,26 \text{ A}$$

Adesso cerchiamo il generatore a stelle ad impari linee



$$\begin{aligned} \bar{E}_{L12} &= \bar{E}_{S1} + \bar{U}_L \\ &= \bar{E}_{S1} + \bar{I}_{c1} \cdot \bar{Z}_L \\ &= (210,77 + 61,32 j) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_{L12 \text{ eff}} &= 219 \text{ V} & V_{L12} &= \sqrt{3} E_{L1} \\ & & &= 380,12 \text{ V} \end{aligned}$$

Astesso calcolo siamo da \dot{Z}_{eq} della monofase

$$\dot{Z}_{eq} = \dot{Z}_S \parallel \left(R + jX_C \right) + j\dot{X}_L$$
$$= (8,97 - j1,33) \Omega$$

Il cui modulo è $|\dot{Z}_{eq}| = 9,07 \Omega$

e la fase è $\arg(\dot{Z}_{eq}) = -0,147$ rad del circuito stelle.

Va quindi riportato a triangolo.

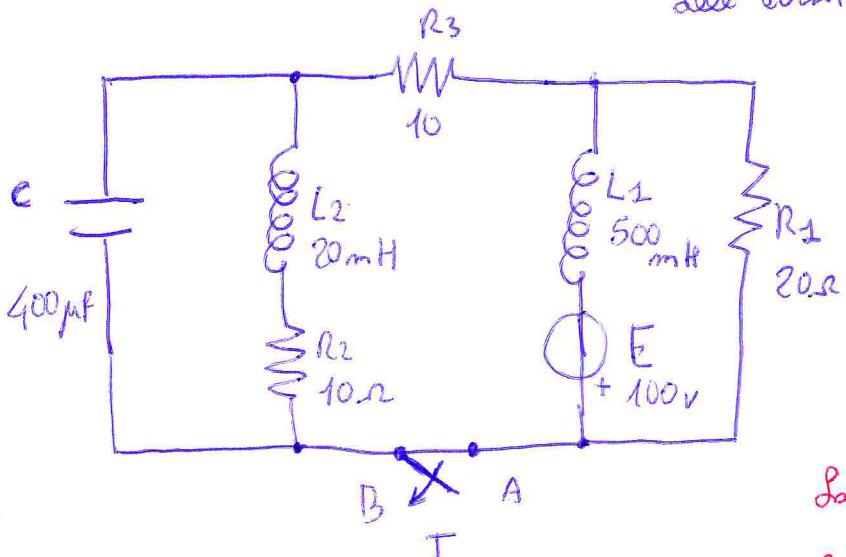
Vediamo la potenza. Dato che la potenza apparente all'indice delle linee è 3 volte la potenza delle linee monofase,

si ha $\dot{A} = 3 \bar{E}_{L12} \frac{v}{I_{L1}}$

$$= 15765 - 2328 J$$

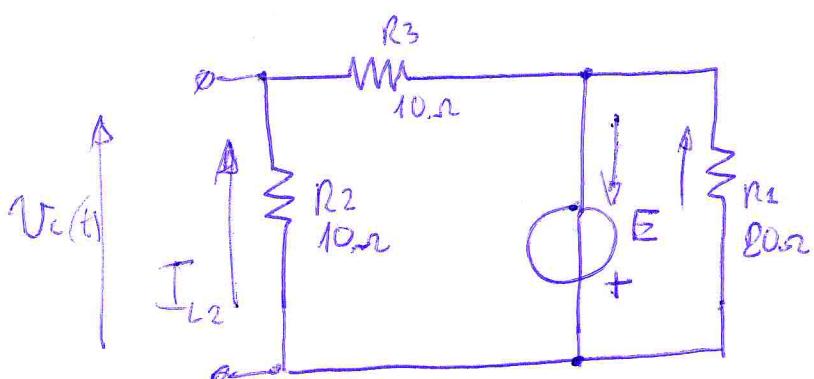
[W] [Var]

Esercizio del variabile; in rete in regime statistico prima dell'evento critico in T.



$$U_{AB}(t) = U_{R1}(t) + U_C(t)$$

La rete è, (prima dell'evento)



NON CI SONO IMPULSI PER I POTERI

$$U_C(0^-) = U_C(0^+) = -50 \text{ V}$$

$$i_{L1}(0^-) = i_{L1}(0^+) = 10 \text{ A}$$

$$i_{L2}(0^-) = i_{L2}(0^+) = 5 \text{ A}$$

$t < 0$

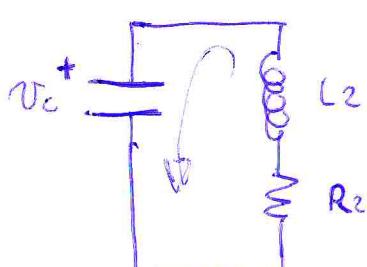
$$U_C(t) = -U_{R2} = -\frac{E R_2}{R_2 + R_3} = -50$$

$$i_{L2}(t) = \frac{U_{R2}}{R_2} = 5 \text{ A}$$

$$i_{L1}(t) = i_{L2} + \frac{E}{R} = 10 \text{ A}$$

Verifichiamo che $i_{L1} = 10 \text{ A}$

utilizziamo la LKT



$$U_C(t) + U_{R2}(t) + U_{L2}(t) = 0$$

$$i_{L2}(t) = i_{R2}(t) = i_C(t) = \frac{dU_C(t)}{dt}$$

Sostituendo l'espressione differenziale e troviamo l'equazione differenziale

$$v_c(t) + R_2 C \frac{dv_c}{dt} + L_2 C \frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} = 0$$

è del secondo
ordine con soluzione
complessa.

passiamo ai parametri S e otteniamo una equazione algebrica

$$1 + R_2 C S + L_2 C S^2 = 0$$

$$S^2 + \frac{R_2}{L_2} S + \frac{1}{L_2 C} = 0$$

$$S_2 = -\frac{250}{T} \pm j\frac{250}{\omega_s}$$

da cui si ricava il $T = 0,004$ s

$$\omega_s = 250 \frac{\text{rad}}{\text{sec.}}$$

quindi una soluzione dell'omogenea (mentre il termine noto è quinella
non c'è integrale particolare) vale:

$$v_c(t) = A e^{-\frac{t}{T}} \cos \omega_s t + B e^{-\frac{t}{T}} \sin \omega_s t$$

$$= A_1 e^{-\frac{t}{T}} \cos(\omega_s t + \delta)$$

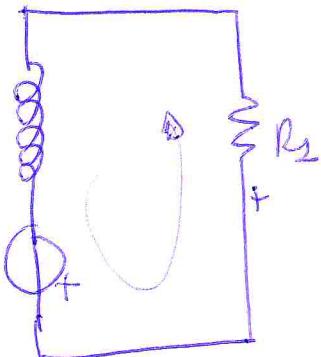
Ora si utilizzano le condizioni iniziali sulle v_c

$$v_c(0^+) = A e^{-\frac{0}{T}} \cos \omega_s 0 + B e^{-\frac{0}{T}} \sin \omega_s 0 \Rightarrow S + \frac{R_2}{L_2} S + \frac{1}{L_2 C} = 0$$

quindi $A = -50 \quad i_C = \frac{d(v_c)}{dt} = i_C \quad B = 0$

(391) $i_C(t) = -50 e^{-\frac{t}{0,004}}$

Vediamo l'altro punto di rete



$$V_{R_2}$$

$$-e(t) + V_{R_2}(t) + V_{L_1}(t) = 0$$

$$e(t) = R_1 \cdot i_{L_1}(t) + L_1 \frac{di_{L_1}(t)}{dt}$$

richiede il
calcolo dell'integrale
particolare

richiede il
calcolo dell'integrale
dell'omogenea associata.

$$R_2 + L_1 S = 0 \quad S = -\frac{R_2}{L_1} \quad T_{L_1} = \frac{L_1}{R_2} = 0,0025 \text{ sec}$$

$$i_{L_1}(t) = A_{L_1} e^{-\frac{t}{T_{L_1}}} \quad \text{poi troviamo l'integrale particolare prima di applicare le condizioni iniziali.}$$

$$i_{L_1p}(t) = \frac{E}{R_1} = 5 \text{ A}$$

$$i_{L_1}(t) = i_{L_10} + i_{L_1p}$$

$$\frac{1}{2} A_1 e^{-\frac{t}{T_{L_1}}} + 5 = 5 e^{-\frac{t}{T_{L_1}}} + 5$$

$$i_{L_1}(0^+) = 10 = A_{L_1} e^{-\frac{0}{T_{L_1}}} + 5 A_{L_1} = 5$$

$$V_{R_2}(t) - R_2 L_1(t) = 100 e^{\frac{-t}{T_{L_1}}} + 100$$

$$V_{AB} = V_C(t) + V_{R_2}(t) = -50 e^{\frac{-t}{T_{L_1}}} 250t + 100 e^{\frac{-t}{T_{L_1}}} + 100 \quad (39)$$

Mezzo anisotropo = il comportamento varia in funzione delle direzioni dei campi, sicché il legame \vec{B} e \vec{H} ha natura tensoriale.

Permeabilità magnetica dei mezzi, μ , caratterizza la risposta di un materiale permeato da un campo \vec{H} .

Nei mezzi uniformi la permeabilità μ è uno scalone costante e \vec{H} e \vec{B} risultano paralleli con intensità proporzionali. In questo caso μ è detta costante magnetica.

μ_0 = permeabilità magnetica del vuoto o "costante magnetica"

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

$$\text{In un mezzo vale } \mu_r \stackrel{\Delta}{=} \frac{\mu}{\mu_0}$$

μ_r è la permeabilità magnetica relativa.

I Mezzi sono di tipo:

- 1) Diamagnetici con $\mu_r = \text{cost} < 1$
- 2) Paramagnetici con $\mu_r = 1$ sono mezzi uniformi
o volte chiamati "diamagnetici"
- 3) Ferromagnetici

Argomenti della lezione

- 1) Energia magnetica
- 2) tubi di flusso

CIRCUITI INDUTTIVI

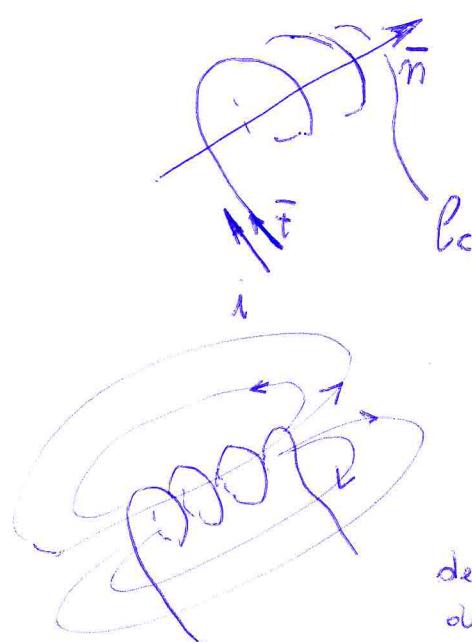
Sono insiemi di materiali conduttori per i quali si può andare a determinare il flusso concatenato di B



$$\Phi_c(t) = \int_S \vec{B} \cdot \vec{m} \, ds$$

dovranno le spire "se riuscire" a rendere il sistema isolato dall'ambiente esterno e quindi della situazione aliena dei campi.

Orientamento dell'induttore: condutture e linea orientata nel versore tang. t coincide con \vec{t} (corrente)



La linea l_c coincide con il conduttore

Φ_c = flusso auto concatenato
è l'induttore stesso che produce un flusso e se lo concatena

da solo

definendo un rapporto fra il flusso auto concatenato e la corrente che lo produce = coefficiente di autoinduzione o induzione dell'avvolgimento in Henry

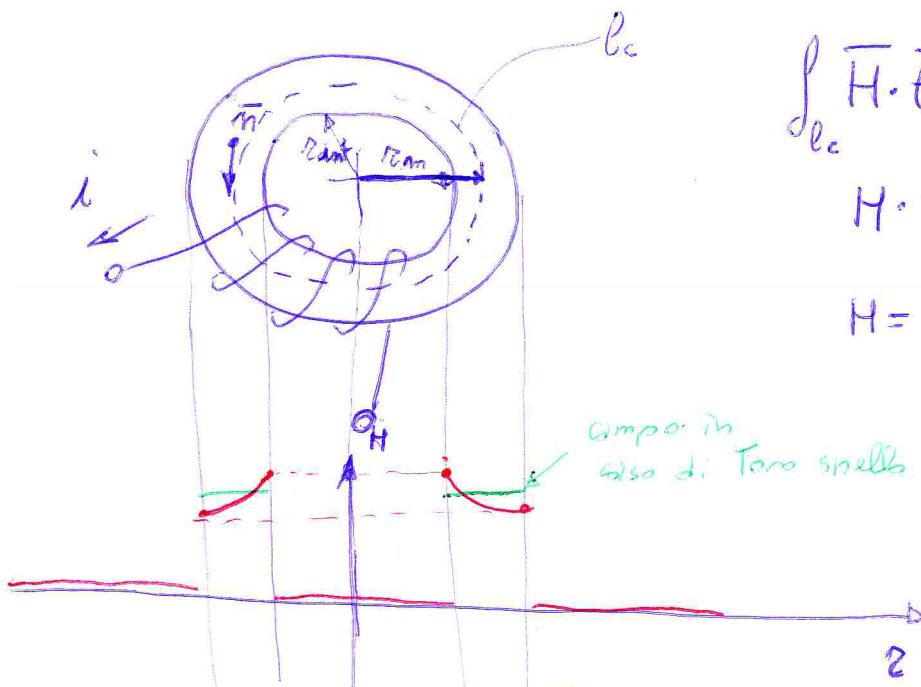
$$K = \frac{\Phi_2}{i} [H] \quad \begin{array}{l} \text{coefficiente di autoinduzione} \\ \text{induttanza} \end{array}$$

$$L = \frac{Wb}{A} = \frac{V \cdot \text{sec}}{A} \quad \begin{array}{l} \text{IL coefficiente di autoinduzione o induttanza} \\ L \text{ è sempre positivo.} \end{array}$$

da cui si può trovare che $L = \Omega \cdot A$

S'induttanza si può esprimere in Ohm per secondo di corrispondono a Henry. (che sono Weber su Ampea)

Le induttanze GROSSI si avvolgono su materiali magnetici
induttanza dell'avvolgimento toroidale "TORO"



$$\int_{l_c} \vec{H} \cdot \vec{dl} = N \cdot i$$

$$H \cdot 2\pi r = Ni$$

$$H = \frac{Ni}{2\pi r}$$

Se il toro è snello, ovvero di sezione piccola rispetto al raggio del foro interno allora il campo H interno è quasi lineare e anche costante

$$H_{\text{int}} = \frac{Ni}{2\pi (r_m - r_i)}$$

$$H_{\text{ext}} = \frac{Ni}{2\pi (r_m + r_o)}$$

$$\bar{B} = \mu H = \frac{\mu H i}{2\pi R_m} \bar{n} q$$

Il flusso geometrico $\varphi = \int_S \bar{B} \cdot \bar{n} dS = \frac{\mu H S i}{2\pi R_m}$

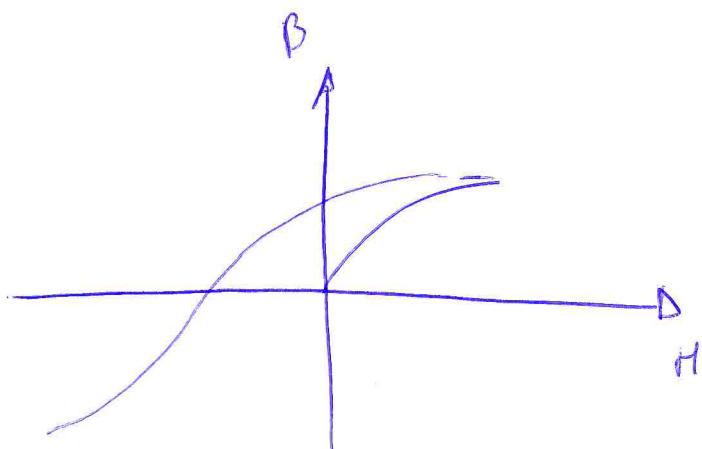
Se toro risulta essere un tubo di flusso del campo magnetico.

Il flusso induttato è:

$$\varphi_c = N\varphi = \frac{\mu N^2 S i}{2\pi R_m}$$

da cui si ha il coefficiente di autoinduzione, detta induzione L di volle:

$$L = \frac{\varphi_c}{i} = \frac{\mu N^2 S}{2\pi R_m}$$



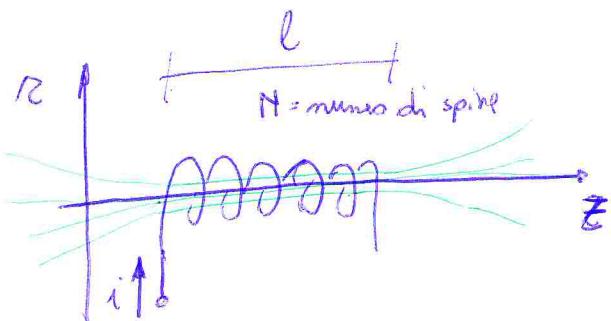
ATTENZIONE, penso il metallo: Ferro e' isteretico

saturato e disperde le linee magnetiche.

Dopo un certo valore i nuclei saturano e emettono linee di flusso magnetico disperso.

coefficiente di autoinduzione di un avvolgimento solenoidale.

Distinguiamo tra solenide lungo e solenide corto



Si deve considerare una sezione di avvolgimento infinitamente lungo affinché le linee di campo siano parallele, e il campo è uniforme (significa che non dipende dal raggio interno).

$$\varphi = \frac{\mu H i s}{l}$$

$$\varphi_c = \frac{\mu N^2 i s}{l}$$

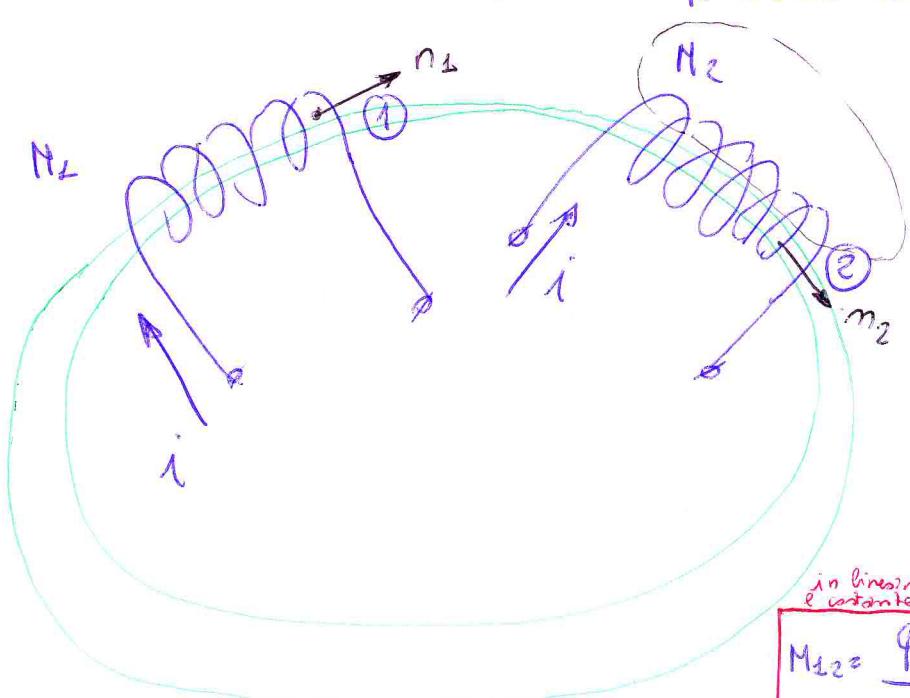
$$L = \frac{\mu N^2 s}{R}$$

Solenide corto

Esiste un effetto hardt in cui le linee di campo si incurvano.

MUTUA INDUZIONE - oppure - MUTUA INDUCTANZA

tra due circuiti induttori, o coefficiente di mutua induzione



ipotesi: i mezzisfere lineari
condizioni iniziali

$$i_1 = 0$$

$$i_2 \neq 0$$

il circuito 1 conserva qualche linea del flusso del circuito 2

$$M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{i_2}$$

Φ_{12} = flusso prodotto dal circuito 2 e consentito
in linea retta e costante
con circuito 1
dipende dalla geometria

$$N_{12} = \frac{\Phi_{012}}{i_2} [H] \quad \text{si misura in Henry}$$

possiamo anche fare il ragionamento contrario, ovvero
il phuso prodotto dal circuito 1 è un cestello del circuito 2

allora M_{21} avremo ancora $\frac{\Phi_{021}}{i_1} = M_{21}$

si verifica sempre

$$M_{12} = M_{21}$$

Non è sempre positivo
dipende dai riferimenti
delle correnti.

Il sistema è sempre simmetrico esprimibile su un unico M .

$$M_{12} = M_{21} = M [H]$$

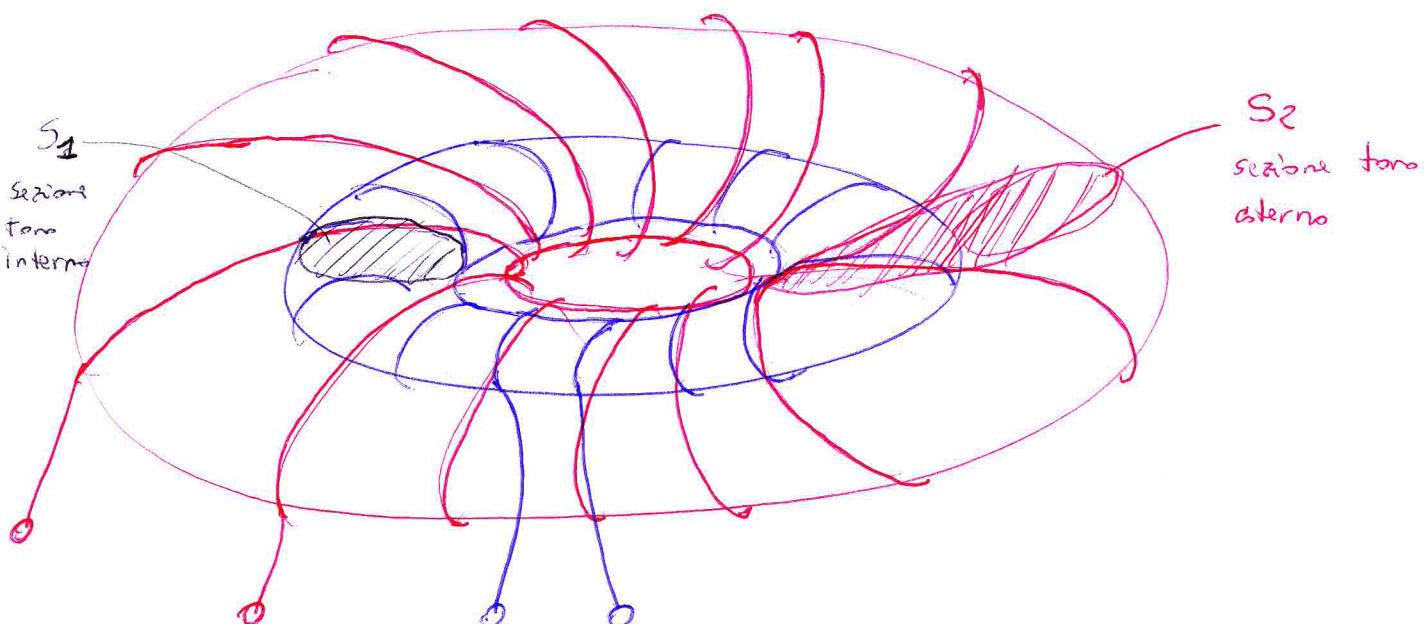
$$\begin{array}{l} i_1 \neq 0 \\ i_2 \neq 0 \\ i_1 \neq i_2 \end{array}$$

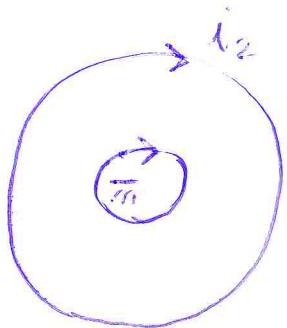
$$\Phi_{012} = \Phi_{01} + \Phi_{012} = L_1 i_1 + M_{12} i_2$$

$$\Phi_{021} = \Phi_{02} + \Phi_{021} = M_{12} i_1 + L_2 i_2$$

si devono considerare i coefficienti di mutua e di doppia induzione.

Toroidi concentrici "radiali"





$$M_{21} = \frac{\Phi_{C21}}{i_2}$$

$$i_1 = 0$$

$$B = \mu \frac{N_2 i_2}{2\pi R_m}$$

$$i_2 = 0$$

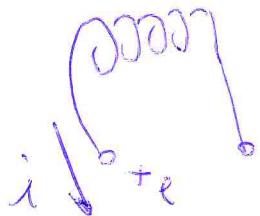
$$\Phi_{C21} = \frac{\mu N_1 N_2 S_1}{2\pi R_{\text{medio}}} i_1$$

$$B_L = \frac{\mu N_2 i_2}{2\pi R_{\text{medio}}}$$

$$\Phi_{C12} = \frac{\mu N_2 i_2 S_1 N_2}{2\pi R_{\text{medio}}}$$

$$\frac{\Phi_{C2}}{i_2} = \frac{\mu N_1 N_2 S_1}{2\pi R_{\text{medio}}} = M_{12}$$

Se consideriamo un circuito induttivo, come quelli usati per lo studio delle leggi di Faraday Maxwell, con le convenzioni di generazione di f.e.m., è anche un campo passivo che reagisce con una tensione quando sulle catode con una corrente entrante.



$$e(t) = -\frac{d\Phi_C}{dt}$$



$$V(t) = \frac{d\Phi_C}{dt} = \frac{d(Li)}{dt} = L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt}$$

sì arriva a: $\frac{d\Phi_C}{dt} = \frac{d(Li)}{dt}$

$$v(t) = L \frac{di}{dt}$$



Per i due induttori mutuamente decapitati tra di loro si ha:

$$\varphi_{ct} = \varphi_{c11} + \varphi_{c22}$$

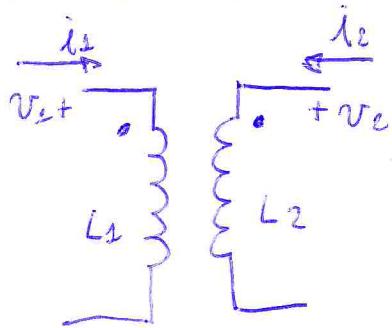
$$\varphi_{cr} = \varphi_{c12} + \varphi_{c21}$$

$$v(t) = \frac{d\varphi_{ct}}{dt} = \frac{d\varphi_{c11}}{dt} + \frac{d\varphi_{c22}}{dt}$$

$$v(t) = \frac{d\varphi_{cr}}{dt} = \frac{d\varphi_{c12}}{dt} + \frac{d\varphi_{c21}}{dt}$$

diventa un sistema a 4 morsetti rappresentabile come

DOPPIO BIPOLE INDUTTORE



$$\begin{cases} v_1 = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt} \\ v_2 = M \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 \frac{di_2(t)}{dt} \end{cases}$$

scrivendo lo più pulito

$$\begin{cases} v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt} \\ v_2(t) = M \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 \frac{di_2(t)}{dt} \end{cases}$$

Prendi come riferimento che hanno i riferimenti di corrente entroanti dei pallini, che orientano il segno della mutua induzione. Da questi concetti si arriva al trasformatore.

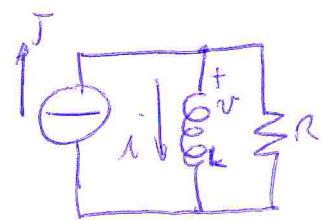
ENERGIA MAGNETICA

Analizziamo il circuito R-L per i doppio bipolo

$$i(t) = J \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right)$$

$$\text{con } T = \frac{L}{R}$$

$$v(t) = R J e^{-\frac{t}{T}}$$



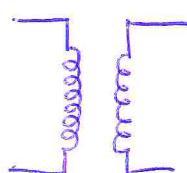
Per volutamente a fine del processo di carica l'energia costruita di tipo magnetico sarà calcolabile per via integrale fino all'infinito con

$$W_L(t) = \int_0^{\infty} v(t) i(t) dt = \frac{1}{2} L J^2$$

Dato che il flusso è espresso con $\varphi_c = L I$
sostituendo:

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \frac{\varphi_c^2}{L} = \frac{1}{2} \varphi_c I$$

$$W_m = \int_0^{\infty} (v_1 i_1 + v_2 i_2) dt$$



$$\begin{cases} v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt} \\ v_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

energia magnetica
accumulata nel doppio
bipolo induttore.

mo si ha da integrando

$$\begin{cases} v_1 dt = L_1 di_1 + M di_2 \\ v_2 dt = M di_1 + L_2 di_2 \end{cases}$$

$$\int_0^{i_2} L_2 i_2 \, di_2 + M_{12} i_1 + \int_0^{i_1} L_1 i_1 \, di_2 + M_{21} i_2 =$$

$$= \boxed{\frac{1}{2} L_2 i_2^2 + \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + M_{12} i_1 i_2}$$

Energie dei due induttori del doppio bipolo induttore a cui
si deve sommare un termine dovuto alla mutua induzione $M_{12} i_1 i_2$

che può essere positivo o negativo.

Se sommo può essere additiva o sottrattiva.

si usa il coefficiente di accoppiamento K

$$\boxed{K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}}$$

valori ammessi quando c'è accoppiamento mutuo

$$\boxed{-1 < K < +1}$$

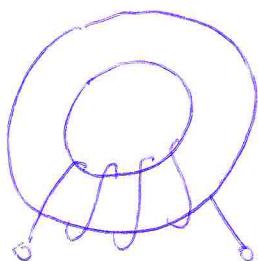
K vale zero, quando ad esempio le superfici sono a 90°
e quindi i flussi non si sovrappongono.

Esprime come i flussi si accoppiano. "concentrano"

con $K=1$ si ha accoppiamento pari a 1 e si cerca
nella costruzione delle macchine elettriche.

07/06/ 2012 LEZ n° 45

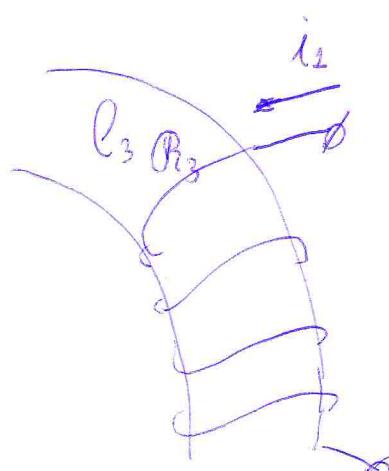
$$L = \frac{\Phi_C}{i} = N \frac{\Phi_B}{i} = \frac{N^2 \Phi_B}{Ni} = \frac{N^2 \Phi_B}{R_C \Phi_B} = \frac{N^2}{R_C}$$



$$B = \frac{2\pi R_m}{\mu_0 s}$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 s}{2\pi R_m} = \frac{\mu_0 N^2}{R_C}$$

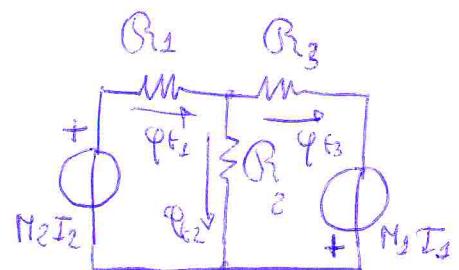
f.m.m.



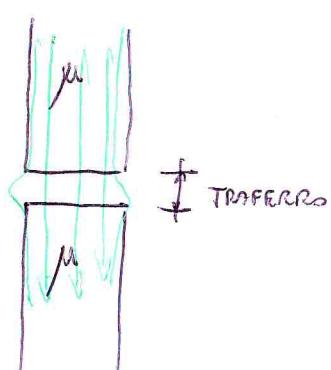
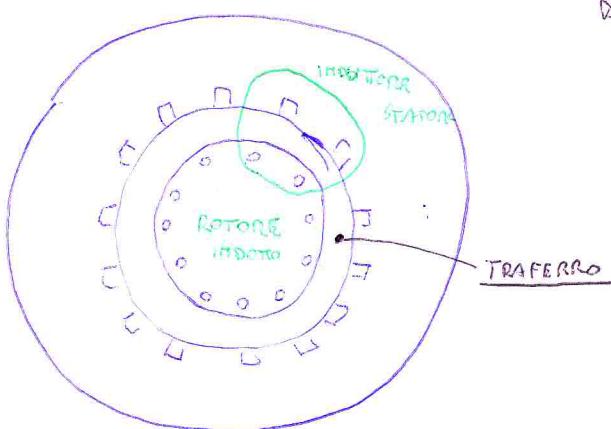
$$B_{l1} = \frac{l_1}{\mu_0 s_1}$$

$$B_{l2} = \frac{l_2}{\mu_0 s_2}$$

$$B_{l3} = \frac{l_3}{\mu_0 s_3}$$



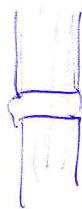
MACCHINE RUTTRICHE ROTANTI, SONO CARATTERIZZATE DALLA PRESENZA DI UN TRAFERRO



IPOTESI: Se il traferro è piccolo non c'è ragione per pensare che le linee del rettangolo di variazione magnetico B siano continue con andamenti inflessi e non ci sia dispersione. C'è solo una deformazione sul baro, che cambia un po' l'induzione.

E' possibile concentrire le rilassanti solo sui trasformatori

Differenza tra trasformatori elettrici e di valore di permeabilità è
della linea di versi ordinari di grandezza. Esempio: $\mu_r = 1$ ferro $\mu_r = 1000$.

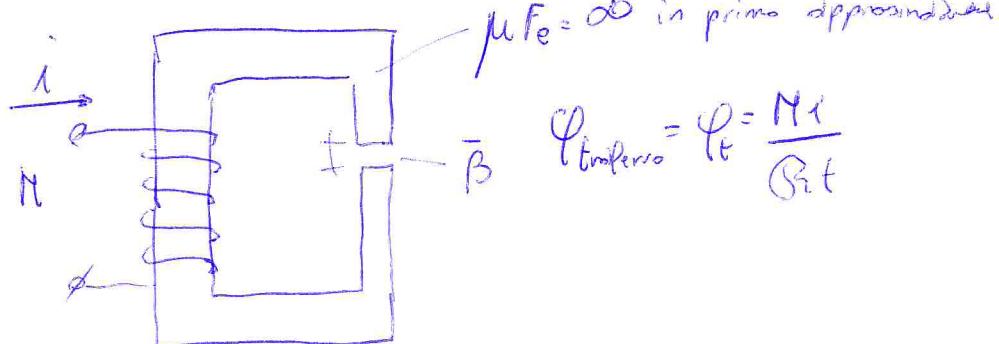


$$R_m = \frac{l}{\mu_0 s}$$

$$R_{\text{trasf}} = \frac{lt}{\mu_0 s}$$

MOTIVO PER CUI I TRASFERRI SONO STRETTI.

Le linee rimangono abbastanza lineari



In prima approssimazione si pone la μ del circuito magnetico (ferro) = 00

Per quanto riguarda la densità di energia nel trasformatore e nel ferro, mi accorgo che è tutta localizzata nel trasformatore

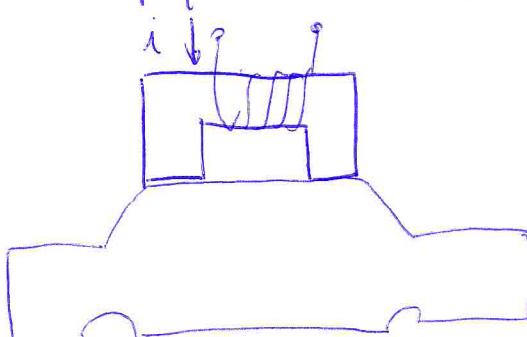
$$W_{m_f} = \frac{\beta^2}{2\mu_0} \quad \gg \quad W_{m_f} = \frac{\beta^2}{2\mu_{Fe}}$$

(energia magnetica)

$$W_{m_f} = \frac{\beta^2}{2\mu_0} \cdot S l_f = [J]$$

Iponesi permeabilità del ferro pari a $\mu_r = 1000$ e del trasformatore pari a $\mu_r = 1$ ovvero

tra le superfici del trasformatore si esercitano forze molto intense



Principio dell'elettromagnete

Tende a chiudere il trasformatore, perché le forze si sviluppano nella direzione che tende a minimizzare le energie, le quali si trovano nei trasformatori.

densità di energia magnetica

$$F_m = \frac{\partial W_{mi}}{\partial l_t}$$

quando c'è variazione di ampiezza del trafilato

ENERGIA MAGNETICA
IMMAGGIAZINATA NEL TRAFILATO

$$W_{mi} = \frac{B^2}{2\mu_0} S f l_t$$

volume del trafilato

↑
Superficie trafilato

l lunghezza trafilato

ecco che si pro' pensare a una pressione dovuta alla forza magnetica.

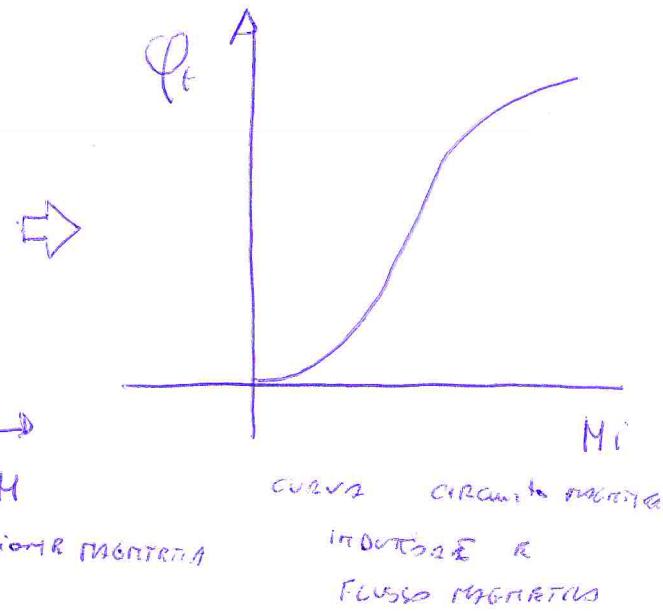
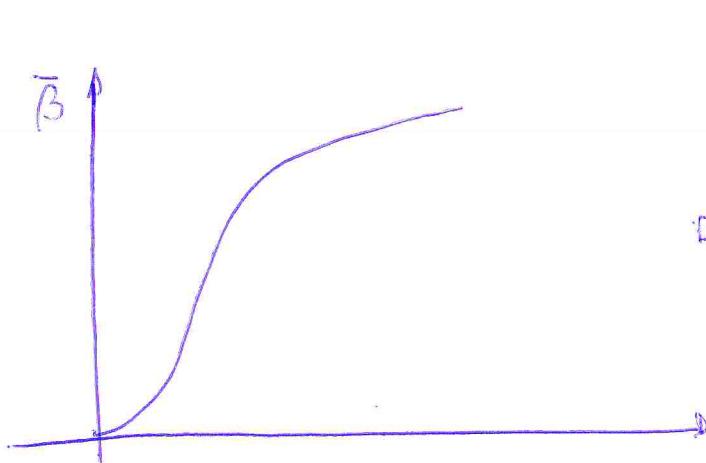
$$F_m = p = S$$

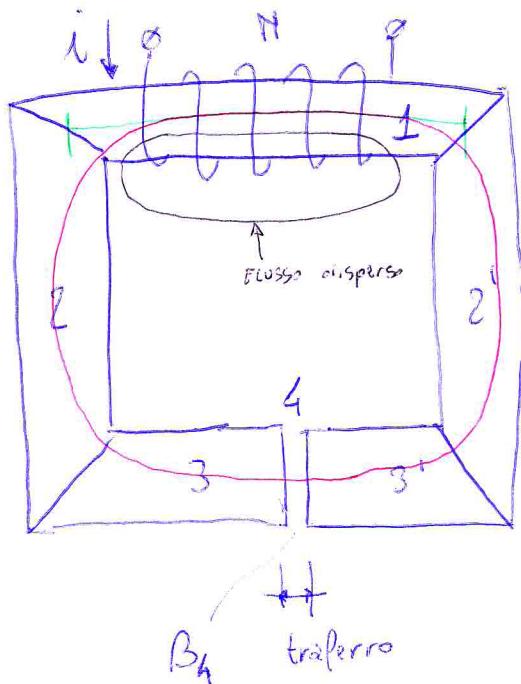
$$P = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Pressione magnetica

F_m = forza magnetica

Si possono ottenere macchine elettriche piccole, che sviluppano grandi forze specifiche, usando materiali non lineari.
Le progettazioni si fanno nei pressi della saturazione di famigerini





Stz sezione del ferro



$$l_1 =$$

$$l_2 =$$

$$l_3 =$$

$$l_4 =$$

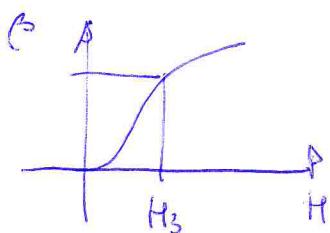
Si vuole una certa induzione B_4 al traferro

$\Phi_f = B_4 S_f$ sia costante in tutti i tronchi del circuito magnetico

se ci sono tronchi del tubo di flusso a sezioni diverse

Allora devo comunque considerare costante il flusso.

$$\frac{\Phi_f}{S_3} = B_3$$

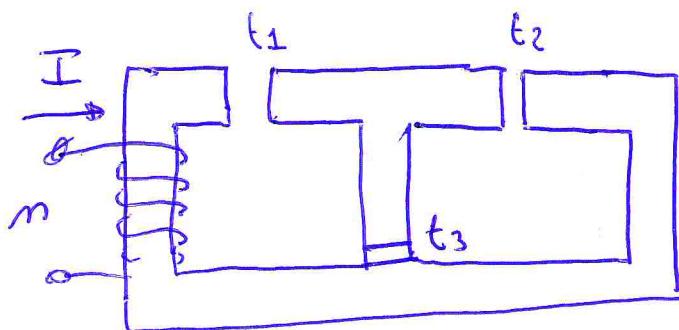


Applichiamo la legge di Hopkinson

$$(R_f + 2R_3 + 2R_2 + R_1) \Phi_f = Ni$$

siamo dimensionate le ampiezze spine riferendoci per andare a calcolare l'induzione B_4 al traferro.

Il contenzio è più complicato, ovvero cercare l'induzione rispetto alle due correnti fornite vale i.



tra rotore
flussi nei traferri
 B nei traferri

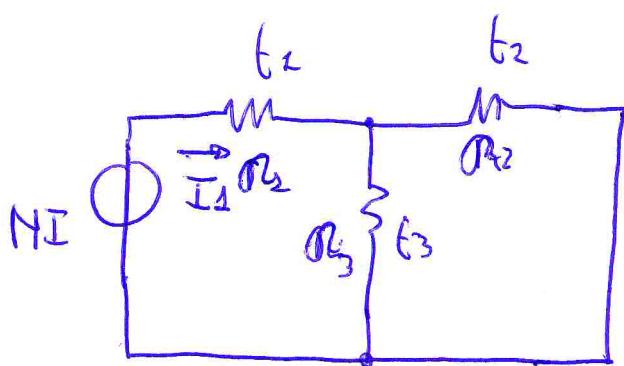
$$t_1 = 1,1 \text{ mm} \quad S = 80 \text{ cm}^2 \text{ sezione di traferri}$$

$$t_2 = 1,5 \text{ mm} \quad I = 0,5 \text{ A}$$

$$t_3 = 1,8 \text{ m} \quad N = 155$$

$$\mu = \infty$$

$$R_2 = \frac{t_2}{\mu_0 S} = 49,2 \cdot 10^3 \text{ H}^{-1}$$



$$R_2 = \frac{t_2}{\mu_0 S} = 49,4 \cdot 10^3 \text{ H}^{-1}$$

$$\phi = \frac{\phi_{R_3}}{R_2 + R_3} = 0,22 \text{ m Vs}$$

$$\phi_2 = 0,14 \text{ m Vs}$$

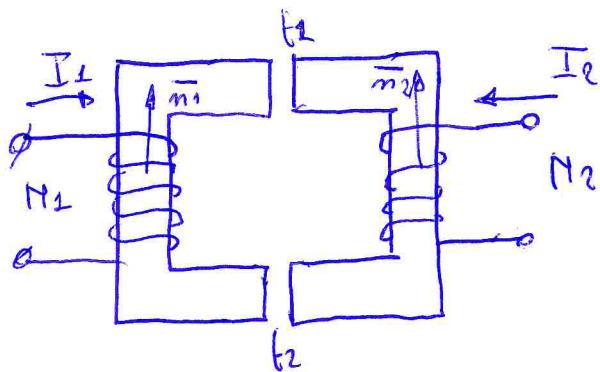
$$\phi_3 = 0,19 \text{ m Vs}$$

$$\beta_{t_2} = \frac{\phi_1}{S} = 50,3 \text{ mT}$$

$$\beta_{t_2} = \frac{\phi_2}{S} = 27,7 \text{ mT}$$

$$\beta_{t_3} = \frac{\phi_3}{S} = 23 \text{ mT}$$

Esercizio



$$\mu_2 = \infty$$

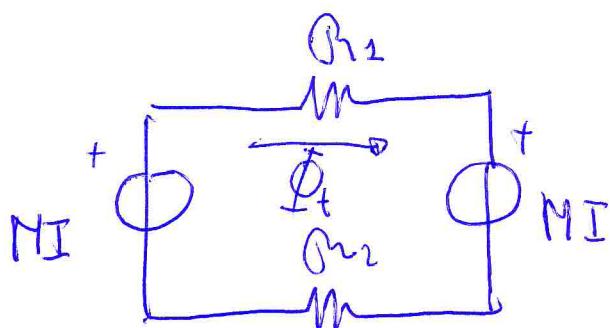
$$t_1 = t_2 = 1,2 \text{ mm}$$

$$I_1 = 0,3 \text{ A} \quad I_2 = 0,5 \text{ A}$$

$$N_1 = 350 \quad N_2 = 653$$

Trovare

L_1 M_1 e l'energia magnetica W_m immagazzinata
Poff. di mutua induzione



$$B_{R1} = B_{R2} = \frac{t_1}{\mu_0 S} = 106,1 \cdot 10^3 \text{ H}^{-1}$$

Per trovare l'induttanza L_1 si
cerca il flusso auto indotto sul
primo avvolgimento, ovviamente il
secondo avvolgimento non opera.

$$L_1 = \frac{\Phi_{M1}}{I_1}$$

$$\boxed{\phi_i = \frac{N_i I_i}{B_{R1} + B_{R2}}}$$

$$L_1 = \frac{\Phi_{M2}}{I_2}$$

se flussi costanti in n_2 e:

$$\phi_{M2} = N_2 \cdot \frac{N_1 I}{B_{R1} + B_{R2}}$$

$$L_1 = \frac{H_1^2}{B_{R1} + B_{R2}} = 57 \text{ mH}$$

$$L_2 = 97 \text{ mH}$$

vediamo il valore della mutua induttanza

$$N_{12} = \frac{\phi_{H21}}{I_2} = N_{21} = -750 \text{ mH}$$

$$\phi_{H21} = N_2 \frac{M_2 I_2}{R_{21} + R_2} = -2,250 \text{ mWb}$$

$$\phi_{H22} = -225 \text{ mWb}$$

calcoliamo l'energia immagazzinata, si può ragionare secondo l'energia negli induttori o nei traferri

$$W_m = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M_{12} I_1 I_2$$

$$W_m = \frac{1}{2} 0,577 \cdot 0,3^2 + \frac{1}{2} 0,976 \cdot 0,15^2 - 0,75 \cdot 0,3 \cdot 0,15$$

$$= 35,4 \text{ mJ}$$

L'energia immagazzinata in un traferro vuole

$$W_t = \frac{1}{2} \frac{B_0}{\mu_0} St$$

L'energia immagazzinata nel traferro
è la metà dell'induzione del
traferro per il volume del
traferro sezione per lunghezza t

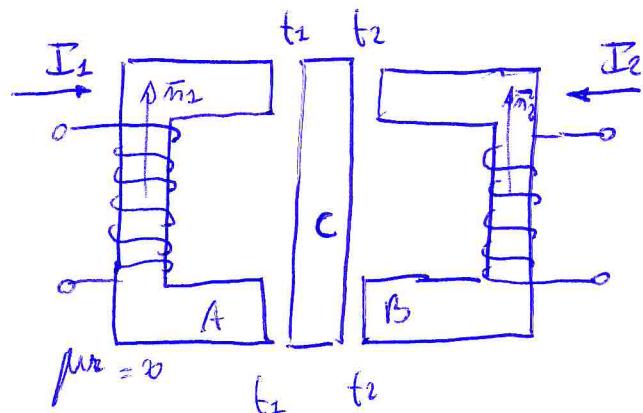
$$N_1 I_1 + R_{21} \phi + N_2 I_2 + R_2 \phi = 0 \quad \text{da cui ricaviamo il flusso}$$

$$\boxed{\phi = \frac{N_1 I_1 - N_2 I_2}{R_{21} + R_2}} = -0,58 \text{ mWb} \quad (\text{mille Weber})$$

$$W_{t_1} = \frac{1}{2} \frac{\phi}{\mu_0 S} \cdot t_1$$

$$W_{\text{tot}} = 2 W_{t_1} = 35,5 \text{ mJ}$$

Esercizio



$$t_1 = 1,8 \text{ m}$$

$$t_2 = 2 \text{ mm}$$

$$I_1 = 0,3 \text{ A}$$

$$I_2 = 0,65 \text{ A}$$

$$N_1 = 360 \quad N_2 = 225$$

Trovare

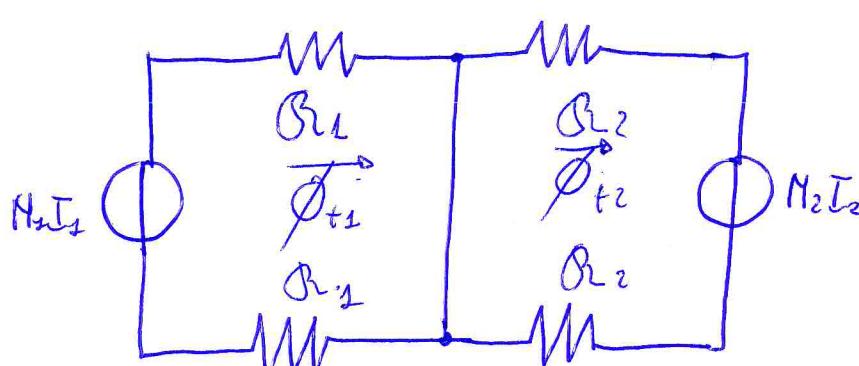
il flusso nei trafori

risultante delle forze sue

$$\mathcal{R}_{t_1} = \frac{t_1}{\mu_0 S} = 102,3 \cdot 10^3 \text{ H}^{-1}$$

$$\mathcal{R}_{t_2} = \frac{t_2}{\mu_0 S} = 113,7 \cdot 10^3 \text{ H}^{-1}$$

circuito equivalente



$$-M_2 I_1 + \mathcal{R}_1 \phi_{t_1} + \mathcal{R}_1 \phi_{t_3} = 0$$

$$\phi_{t_1} = \frac{N_1 I_1}{2 \mathcal{R}_1} = 0,53 \text{ mWb}$$

analogamente $\phi_{t_2} = \text{calcolo } \phi_{t_2}$

$$N_2 I_2 + \mathcal{R}_2 \phi_{t_2} + \mathcal{R}_2 \phi_{t_3} = 0$$

$$\phi_{t_2} = \frac{N_2 I_2}{2 \mathcal{R}_2} = -0,65 \text{ mWb}$$

$$\phi_{t_2}^1 = -\phi_{t_2} = 0,65 \text{ mWb}$$

Ora troviamo le forze su C, che sono direttive più verso A che verso B. non ci sono componenti verticali.

Si calcolano le pressioni magnetiche da cui si ricava la forza.

$$P_i = \frac{B^2 t_i}{2 \mu_0} = \frac{\phi_t^2}{2 \mu_0 S^2}$$

Le due pressioni di A e di B su C sono:

$$P_1 = \frac{\phi_{t_1}^2}{2 \mu_0 S^2} = 565,5 \text{ Pascal}$$

$$P_2 = \frac{\phi_{t_2}^2}{2 \mu_0 S^2} = 402,6 \text{ Pascal}$$

La forza è la superficie per la pressione

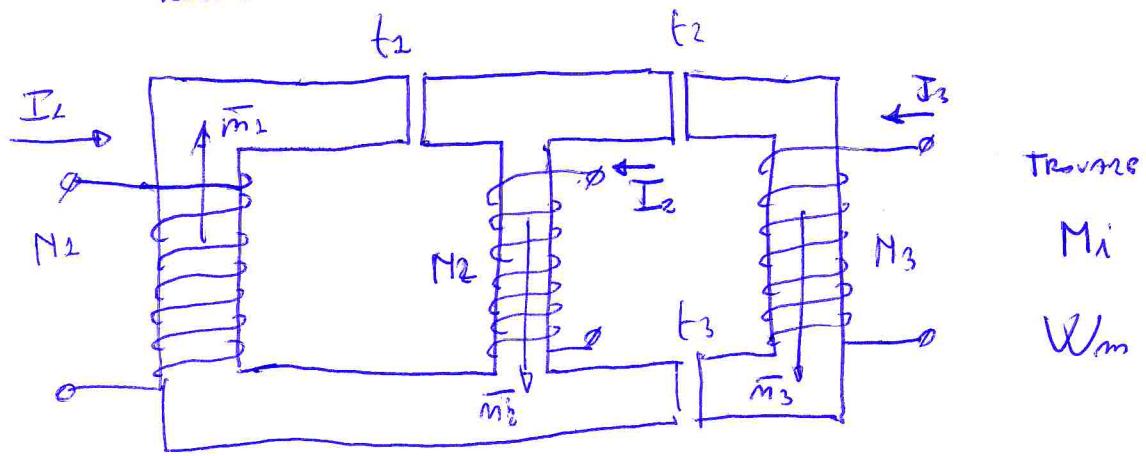
$$\boxed{F_i = S P_i}$$

$$\bar{F}_1 = 2 S p_1 = 15,8 \text{ N}$$

$$F_2 = 2 S p_2 = 11,3 \text{ N}$$

$$F_{TOT} = F_1 - F_2 = 4,5 \text{ N} \quad \text{tira verso l'elemento A.}$$

Esercizio



$$\mu = \infty$$

$$t_1 = 0,6 \text{ m} \quad t_3 = t_2 = 0,3 \text{ m}$$

$$N_1 = 750$$

$$N_2 = 585$$

$$N_3 = 935$$

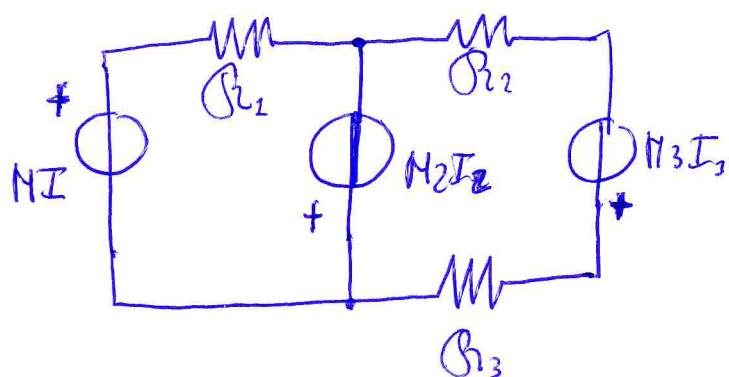
$$I_{22} I_2 = 0,6 \text{ A} \quad I_3 = 0,6 \text{ A}$$

Soluzione: trovare le induttanze

$$\beta_{12} = 4,15 \cdot 10^3 \text{ H}^{-1}$$

$$\beta_{22} = -20,8 \cdot 10^3 \text{ H}^{-1}$$

$$\beta_{32} = 20,8 \cdot 10^3 \text{ H}^{-1}$$



Si sovrapposino gli effetti.

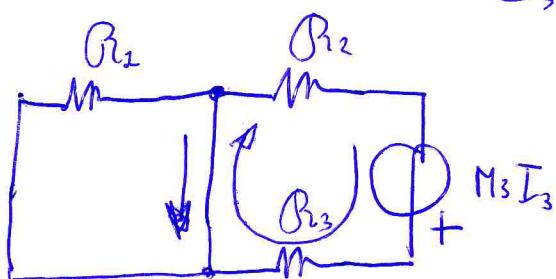
MUTUE INDUTTANZE

$$M_{21} = M_{12}$$

$$M_{23} = M_2 \cdot \frac{N_3 I_3}{\beta_{22}} = \frac{\phi_{23}}{I_3}$$

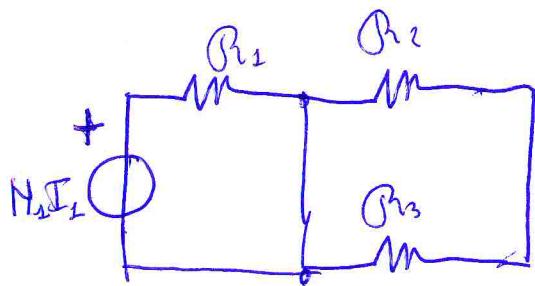
$$M_{13} = M_{31}$$

$$M_{23} = M_{32}$$



$$\phi_{23} = \frac{N_2 N_3 I_3}{\beta_{22} + \beta_{32}} = 7,9 \text{ Wb}$$

$$\frac{\phi_{23}}{I_3} = -13,15 \text{ H}$$



$$M_{13} = \frac{\Phi_{13}}{I_3} = 0$$

$$M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1} = 16,6 \text{ H}$$

$$M_{21} = M_2 = 16,6 \text{ H}$$

$$M_{13} = M_{31} = 0$$

$$M_{23} = M_{32} = 13,15 \text{ H}$$

$$\Phi_{12} = M_2 \frac{N_1 I_1}{R_{12}} = 1,23 \text{ Wb}$$

$$W_{f2} = \frac{1}{2} \frac{B_{f2}^2}{\mu_0} S t_2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\Phi_{12}^2}{\mu_0 S} t_2$$

$$-M_1 I_1 + R_2 \phi_2 - M_2 I_2 = 0$$

$$\phi_{t2} = \frac{N_1 I_1 + M_2 I_2}{R_2} = 12,9 \text{ mWb}$$

$$M_2 I_2 - M_3 I_3 + R_3 \phi_2 + R_2 \phi_3 = 0$$

$$\phi_2 = \phi_3 = \frac{M_3 I_3 - M_2 I_2}{R_2 + R_3}$$

$$= 7,9 \text{ mWb}$$

Ora si calcola l'energia nei trasferri, con la formula scritta sopra, sostituendo si ottiene:

$$W_{f2} = 3,63 \text{ J}$$

$$W_f = W_{f1} + W_{f2} + W_{f3} = 4,7 \text{ J}$$

$$W_{f2} = 0,66 \text{ J} = W_{f3}$$

Analogamente si calcolano le autoinduttanze degli avvolgimenti: fare uno P.S.E.

$$L_1 = \frac{N_1^2}{R_{12}} = 13,5 \text{ H}$$

$$L_2 = \frac{N_2^2}{R_2 / (R_{12} + R_3)} = 16,5 \text{ H}$$

$$L_3 = \frac{N_3^2}{R_3} = 2,1 \text{ H}$$

L'energia magnetica diventa quindi

$$W_m = \frac{1}{2} L_1 J_1^2 + \frac{1}{2} L_2 J_2^2 + \frac{1}{2} L_3 J_3^2 + M_{12} J_1 J_2 + M_{13} J_1 J_3 + M_{23} J_2 J_3$$

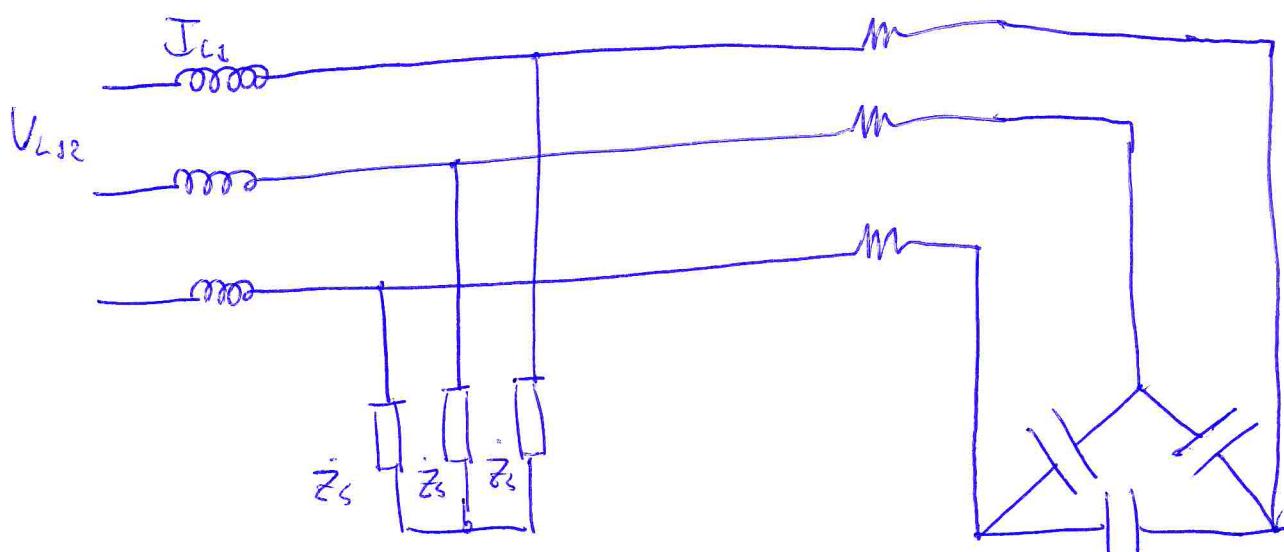
|
=

Calcoliamo la forza da agire sull'elemento B

$$F = 2 F_{t2} = 2 \cdot \frac{1}{2} \frac{\phi^2}{\mu_0 S}$$

|
= 4,3 KN

Esercizio trifase della lezione precedente impostato sulle potenze.



$$Q_C = \frac{3 V_n^2}{X_C A} = -12 \text{ kV A}$$

$$Q_C = 3 X_{ley} I_c^2$$

Si deve trasformare il circuito shells, l'unica magnitudine è il valore effettivo del corrente $I_c = 10\sqrt{3} \text{ A}$

$$P_R = 3 RI_c^2 = 900 \text{ W}$$

$$A = V_p \cdot I_c = \sqrt{P_h^2 + Q_c^2} =$$

$$V_p = 401,1 \text{ V}$$

$$\bar{Z}_{S\Delta} = 3 Z_{S\lambda}$$

$$\operatorname{Re}(Y_s) = \frac{\cos \alpha}{|\bar{Z}_s|} \quad \operatorname{im}(Y_s) = -\frac{\sin \alpha}{|\bar{Z}_{S\Delta}|}$$

da cui

$$P_{Z_s} = 3 Y_{S\Delta} V_p^2 = 16863 \text{ W}$$

$$Q_{Z_s} = 3 Y_{S\Delta} V_p^2 = 6137 \text{ VAR}$$

$$P_{t_1} = 15763 \text{ W} \quad \text{summa delle altre ve}$$

$$Q_{t_1} = -5843 \text{ VAR}$$

$$Q_L = 3514 \text{ VAR}$$

$$A_2 = 16811 \text{ VA}$$

$$Q_{t_2} = -2330 \text{ VAR}$$

$$I_{L2} = \frac{A_2}{\sqrt{3} V_p} = 24,2 \text{ A}$$

$$A_L = \sqrt{3} V_{L2} I_{L2}$$

Da cui ricaviamo $V_{L2} = 388,1 \text{ V}$

