ORE 9:00 ÷ fine 11:00 DUGHIERO AVVISARE TUTTI GLI ALLIEVI

AULA P100. 50 persone circa

LEZIONE 29: Prof. Dughiero Fabrizio. 03/05/2012

ISCRIVERSI AL GRUPPO DI FACEBOOK.

I SISTEMI TRIFASE

Tutta la trasmissione e distribuzione dell'energia elettrica elevata (in Italia si intende sopra i 6KW) viene eseguita in trifase.

Nelle abitazioni civile viene consegnata in monofase ma di solito, anche negli istituti universitari, viene distribuita trifase.

I contratti monofase possono essere chiesti fino a 6 KWatt oltre viene automaticamente passato a trifase

Generalmente i sistemi polifase sono POLIFASE.

La simmetria è dovuta alla parità degli angoli tra le grandezze

l'equilibrio dalla parità delle correnti in ogni fase

Ogni grandezza è isofrequenziale.

SISTEMA SIMMETRICO POLIFASE.

$$\frac{2\pi}{m} \qquad \begin{cases} a_1(t) = \sqrt{2}\, A \sin(\omega t) \\ a_2(t) = \sqrt{2}\, A \sin \omega t \pm \frac{2\pi}{m} \\ \vdots \\ a_m(t) = \sqrt{2}\, A \sin \omega t \pm \frac{m-1}{m} 2\pi \end{cases}$$

Con il segno (−) la successiva fase è in ritardo sulla precedente in questo caso il sistema si dice diretto

La terna (o il gruppo di grandezze nel polifase) è inversa quando si considera il $\oplus$ della fase successiva.

AT. i motori trifase cambiano senso di marcia invertendo il sistema da diretto a inverso.

$$\sum_{i=1}^{m} a_i(t) = 0$$ sia nei sistemi diretti che inversi

$$\sum_{i=1}^{m} \bar{A}_i = 0$$ in fasoriale.

dato che i sistemi sono di grandezze isofrequenziali allora è sempre riconducibili a sistemi di FASORI.

In elettronica di potenza si usano i sistemi di potenza polifasi. Vedasi conversione statica dell'energia.

Esistono trasformatori che trasformano sistemi trifase in dodecafase. si riduce ripple e si agisce sulle armoniche.

SISTEMI TRIFASE

$$\begin{cases} e_{g1}(t) = \sqrt{2}\, E_g \sin(\omega t) \\ e_{g2}(t) = \sqrt{2}\, E_g \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \\ e_{g3}(t) = \sqrt{2}\, E_g \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{3} \bar{E}_{gi} = 0$$

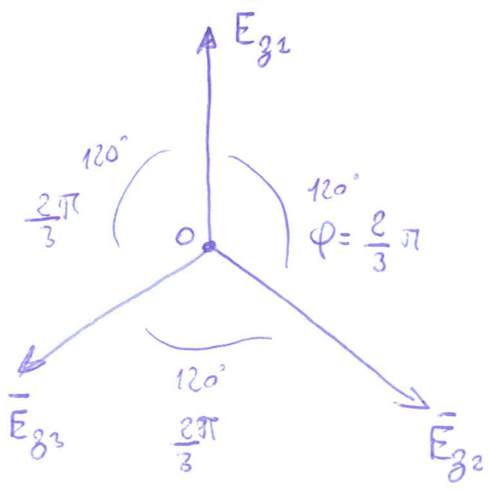


diagramma a stella

con 0 si indica il centro stella

SISTEMA DIRETTO

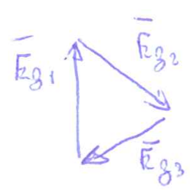


diagramma a triangolo

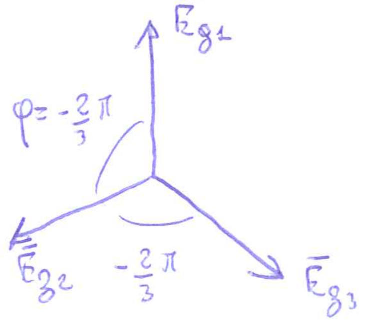


DIAGRAMMA A STELLA

SISTEMA TRIFASE INVERSO

(RAPPRESENTAZIONE FASORIALE)

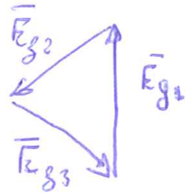
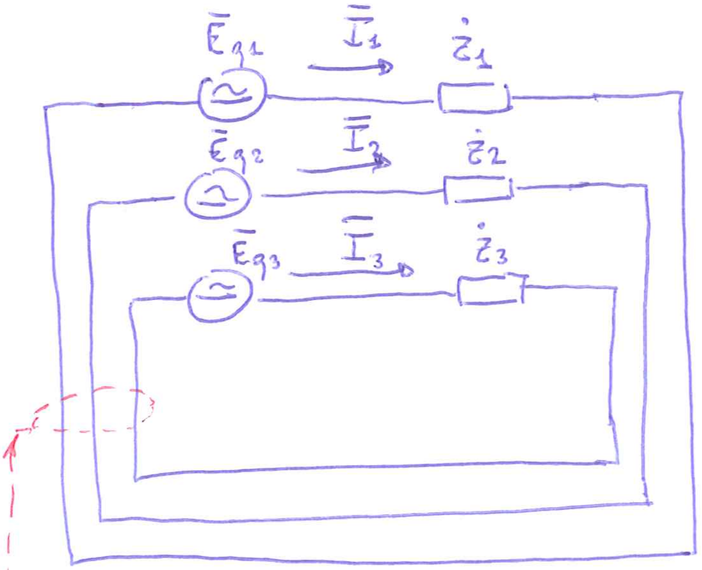


DIAGRAMMA A TRIANGOLO

COSTRUZIONE DEL SISTEMA TRIFASE.

Vediamo come è fatto. Si prendono tre sistemi monofasi e si vincolano meccanicamente a una fase iniziale.

potranno subire sfasamenti ma inizialmente e a vuoto risultano simmetrici (pari sfasamenti tra le grandezze) e equilibrati (pari correnti di linea in modulo).



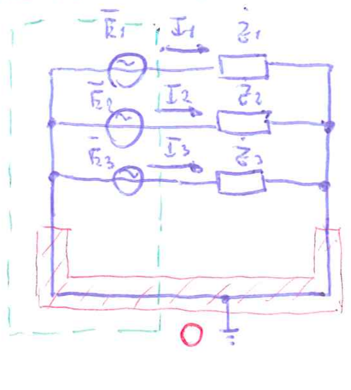
$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}_{g1}}{\dot{Z}_1}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_{g2}}{\dot{Z}_2}$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{E}_{g3}}{\dot{Z}_3}$$

E_g ← "generatore"

se saldo assieme questi tre conduttori ottengo un unico conduttore chiamato NEUTRO

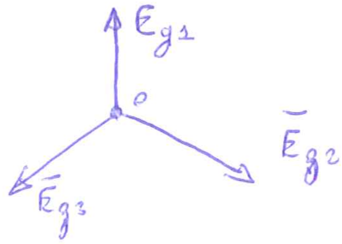


dentro al rettangolo verde identifico un quadripolo "GENERATORE DI TENSIONE TRIFASE"

(con neutro)

Il centro stella definisce il potenziale di neutro (che posso porre a zero)

$$\boxed{\bar{I}_0 = -\bar{I}_1 - \bar{I}_2 - \bar{I}_3}$$

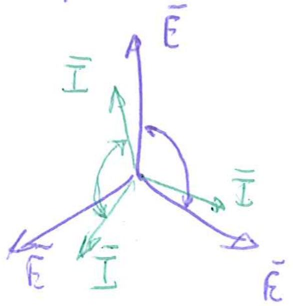


E_{g1} questo G indica "generatore"

Le correnti dipendono dall'impedenza (i generatori hanno lo stesso modulo) quindi quando queste impedenze hanno uguale valore allora il carico è <u>EQUILIBRATO</u>

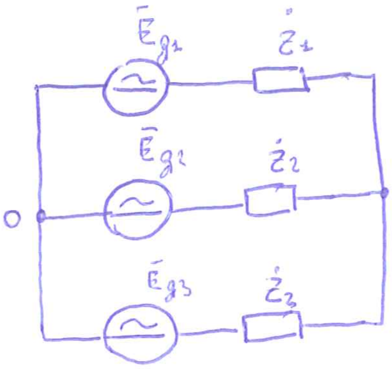
Si origina un sistema equilibrato e simmetrico anche di correnti $\bar{I}$ che circolano nelle linee.

In un sistema simmetrico ed equilibrato anche le correnti costituiscono un sistema simmetrico ed equilibrato con un certo sfasamento rispetto alla terna di tensioni definito dalle impedenze di carico.

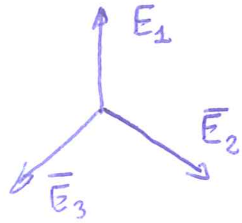


Dato che, in virtù degli sfasamenti, la somma fasoriale delle $\bar{I}$ da zero, allora posso eliminare il conduttore di neutro.

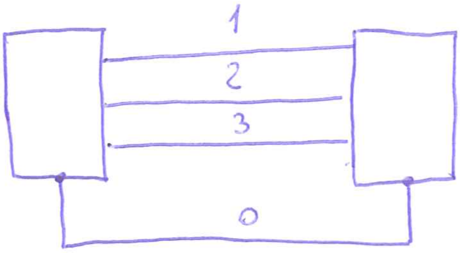
Per il teorema di sostituzione sostituisco il tratto di conduttore con un generatore di tensione che imprime zero ovvero apro il ramo ovvero tolgo il filo di neutro



SISTEMA TRIFASE



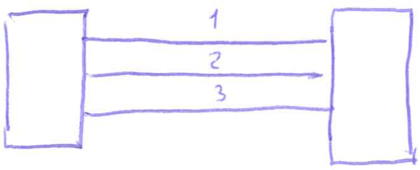
genericamente, guardando una porzione centrale di elettrodotto, vedrei una situazione del tipo:



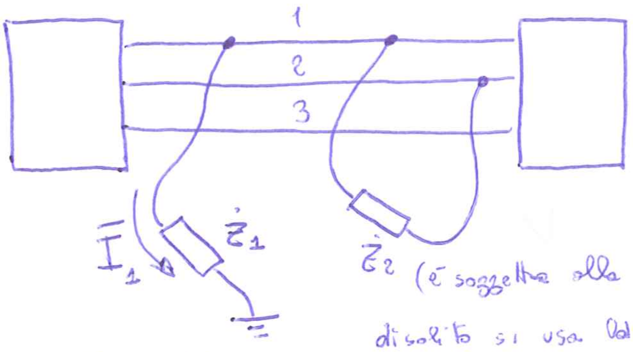
possibile impianto con neutro

oppure (senza neutro)

elettrodotto

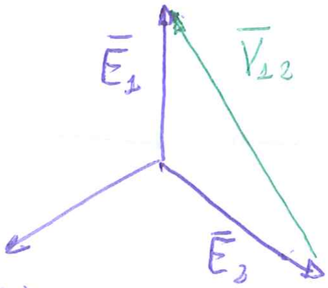


non c'è mai il neutro (pensare di tralicci)



(è soggetta alla V_{12} concatenata)

di solito si usa la concatenata

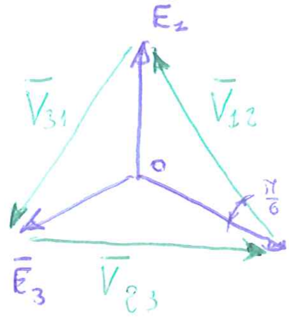


$$\bar I_1 = \frac{\bar E_1}{\dot Z_1}$$

$$\bar V_{12} = \bar E_1 - \bar E_2$$

La tensione concatenata è pari alla differenza delle tensioni stellate.

In un sistema trifase con neutro abbiamo disponibili sia le tensioni stellate che concatenate se $\bar E_1 \simeq 230$ allora $\bar V_{12} \simeq 400$



$$\boxed{\bar V_{12} = \sqrt{3}\,\bar E}$$

se $\bar E = 230$ allora la tensione concatenata è circa 400 volt

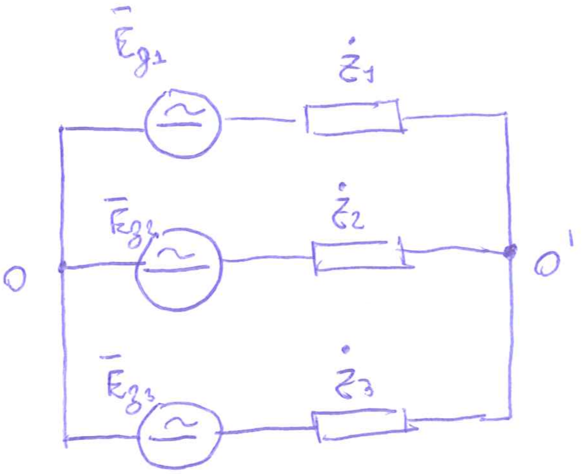
$\bar V_{12} = \bar E_1 - \bar E_2 \qquad \bar V_{23} = \bar E_2 - \bar E_3 \qquad \bar V_{31} = \bar E_3 - \bar E_1$

$$\bar V_{12} = \sqrt{3}\,\bar E\, e^{j\frac{\pi}{6}}$$

Tra i moduli vale $V_{12} = \sqrt{3}\, E_1$

I carichi sarebbe bene fossero sempre equilibrati in un sistema senza neutro (altrimenti la tensione sale sulle fasi scariche)

PERCHÉ PUÒ ESSERE UTILE IL NEUTRO?

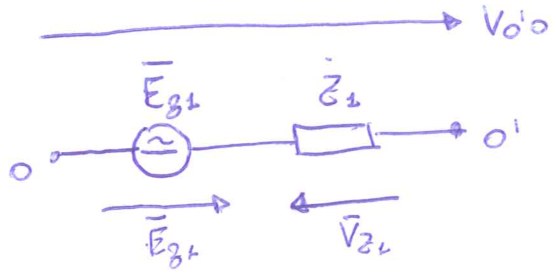


Regola di Millman

$$\dot{V}_{0'0} = \frac{\dfrac{\bar{E}_{g1}}{\dot{Z}_1} + \dfrac{\bar{E}_{g2}}{\dot{Z}_2} + \dfrac{\bar{E}_{g3}}{\dot{Z}_3}}{\dfrac{1}{\dot{Z}_1} + \dfrac{1}{\dot{Z}_2} + \dfrac{1}{\dot{Z}_3}}$$

vale $\emptyset$ nei sistemi equilibrati quindi $V_{00'} = 0$

con 3 impedenze uguali $V_{00'} = \emptyset$

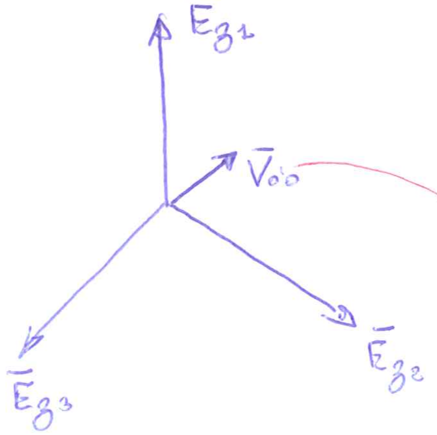


$$\bar{V}_{0'0} = \bar{E}_{g1} - \bar{V}_{Z1}$$

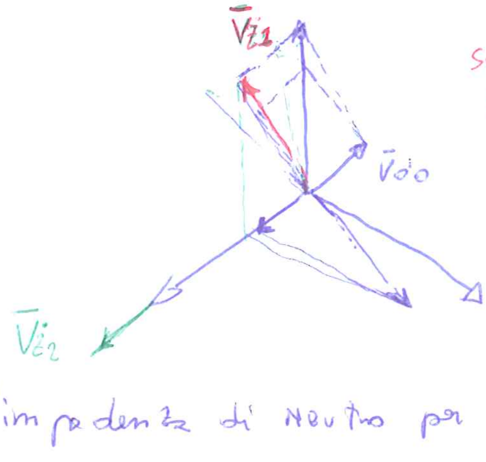
$$\bar{V}_{Z1} = \bar{E}_{g1} - \bar{V}_{0'0}$$

$$\bar{V}_{Z2} = \bar{E}_{g2} - \bar{V}_{0'0}$$

$$\bar{V}_{Z3} = \bar{E}_{g3} - \bar{V}_{0'0}$$



supponiamo di avere inizialmente questa $V_{0'0}$.
facciamo le differenze fasoriali



su $\bar{V}_{Z1}$ la tensione è più bassa.

su $\bar{V}_{Z2}$ la tensione sale

ESEMPIO DI CARICO SQUILIBRATO

si deve aggiungere l'impedenza di neutro per ricaricare correttamente la terna trifase

Il corpo umano ha un'impedenza di circa 2000 Ω quindi con il 230 volt si superano i 100 mA che portano ~~alla~~ il cuore alla fibrillazione che risulta mortale.
bisogna avere un buon impianto di messa a terra (protezione passiva) e un interruttore differenziale (è una protezione attiva che sgancia a 15 mA in ambienti umidi e 30 mA in ambienti di lavoro standard e utenze domestiche).

Vediamo come sono le connessioni a triangolo e a stella.
Ci sono diverse configurazioni tra generatori e carichi.
Come si comportano queste configurazione.
Adesso vediamo come si risolvono gli esercizi, ovvero gli impianti reali.
Vediamo cosa è e come si usa la rete monofase equivalente.
Bisogna sempre cercare di portarsi a carichi e generatori a stella e ricavare la rete monofase equivalente.

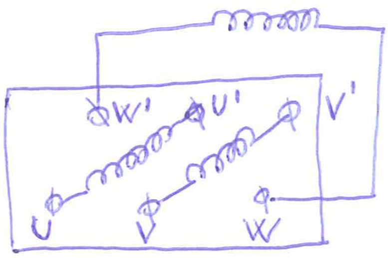
04/05/2012 TRIFASE Prof. Dughiero LEZIONE 30

Vediamo i generatori trifasi e i carichi trifase

Se i generatori sono i secondari di 1 trasformatore trifase, queste potranno essere connessi a stella o a triangolo.

Analogamente per i carichi, ad esempio motori che potranno essere a stella o a triangolo.

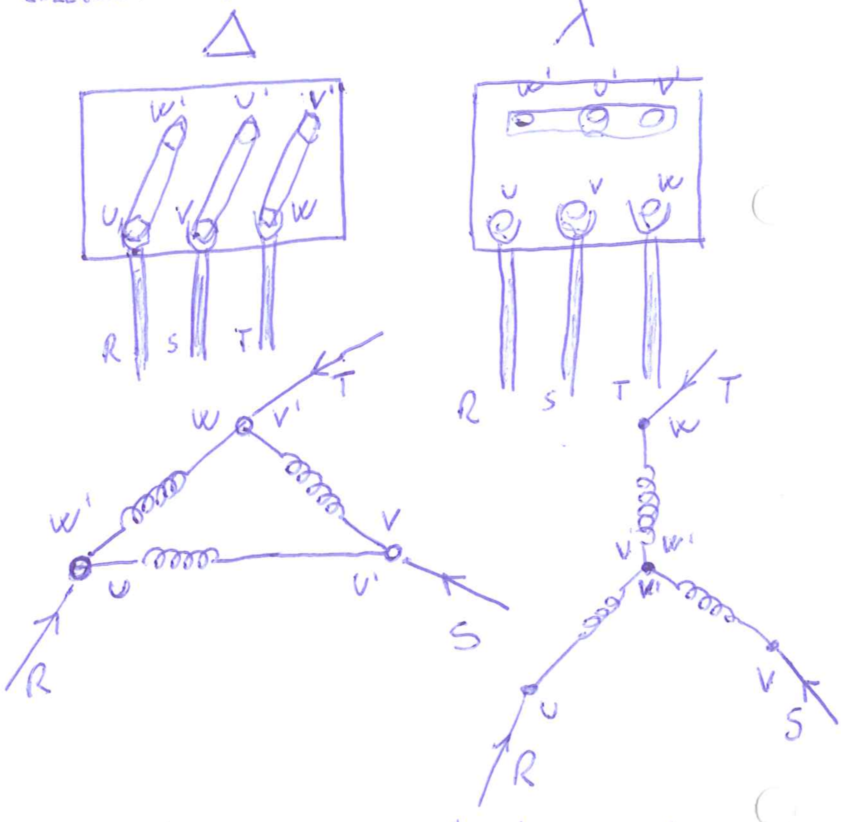
Il motore ha una morsettiera che di solito ha gli avvolgimenti collegati così

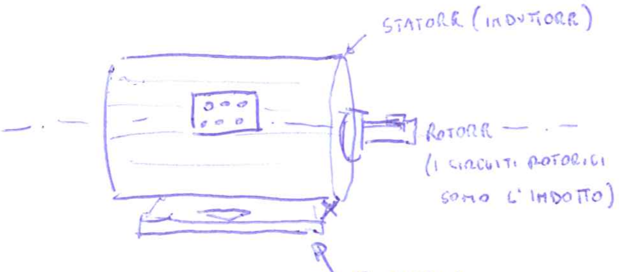


MORSETTIERA MOTORE

AGGIUNTO DA ING. GOTTARDO

COLLEGATE IL MOTORE COSÍ



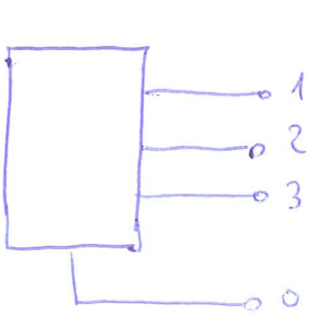


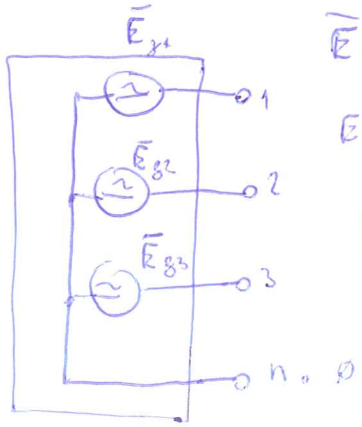
M.A.T.

MOTORE ASINCRONO TRIFASE

PROF DUGHIERO

I generatori sono solitamente trasformatori o inverter.





$\bar{E} = \bar{E}_g$

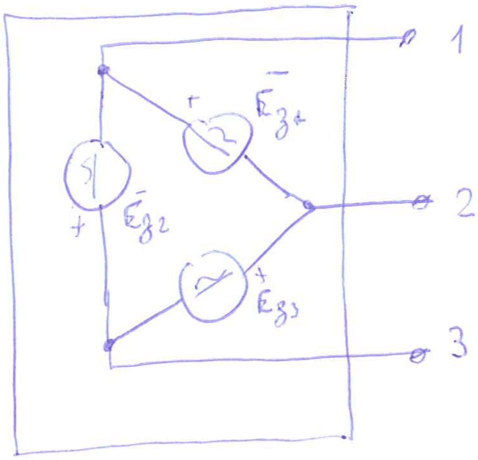
$E = E_g$

$V = \sqrt{3} E_g$

OPPURE

STELLA CON NEUTRO

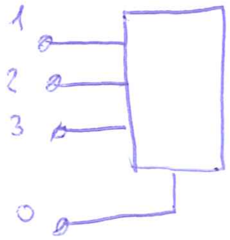
ovviamente in un collegamento a triangolo non può esserci il neutro

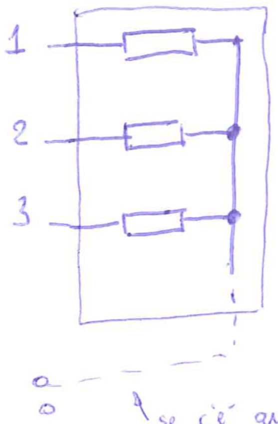


$V = E_g$

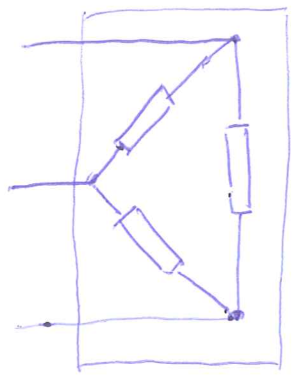
Δ oppure D

Vediamo adesso i carichi





Y



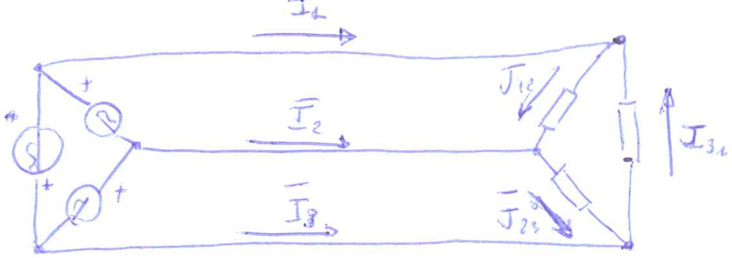
D o Δ

se c'è questo diventa

Y_n

Applicando i generatori di carichi si sviluppa un sistema di correnti di linea e un sistema di correnti di fase interna.

- CORRENTI DI LINEA
- CORRENTI DI FASE INTERNA



$$\underbrace{\bar{J}_{12} + \bar{J}_{23} + \bar{J}_{31} = 0}_{\text{correnti di fase interna}}$$

LKC

$$\bar{I}_1 = \bar{J}_{12} - \bar{J}_{31}$$
$$\bar{I}_2 = \bar{J}_{23} - \bar{J}_{12}$$
$$\bar{I}_3 = \bar{J}_{31} - \bar{J}_{23}$$

$$\boxed{I = \sqrt{3}\, J}$$

valori efficaci

se il carico è a stella le correnti di fase interna sono ovviamente uguali alle correnti di linea.

Vediamo di calcolare le tensioni di fase interna.

$\bar{V}_{AB}$ è sempre una concatenata (ha i pedici)

$$\bar{J}_{12} = \frac{\bar{V}_{12}}{\dot{Z}_1} \qquad \bar{J}_{23} = \frac{\bar{V}_{23}}{\dot{Z}_2} \qquad \bar{J}_{31} = \frac{\bar{V}_{31}}{\dot{Z}_3}$$

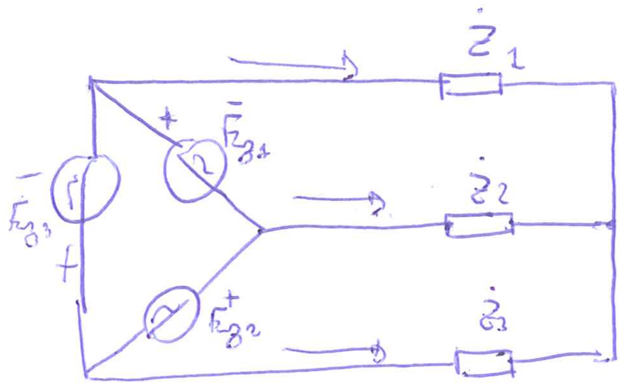
in modulo vale ...di valori eff vale:

$$\boxed{J = \frac{V}{Z}} \qquad I = \sqrt{3}\,J = \frac{\sqrt{3}\,V}{Z} = \frac{\sqrt{3}\,E_g}{Z}$$

D-D

Vediamo che se i generatori sono a triangolo e i carichi a triangolo le relazioni sopra scritte mostrano che le tensioni concatenate sono date dalle correnti di fase interne per l'impedenza del carico

Vediamo un collegamento $\Delta - Y$ oppure $D - Y$



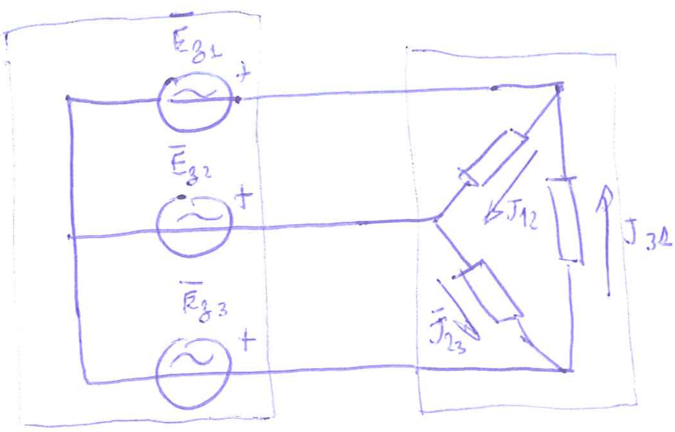
abbiamo disponibili solo le tensioni concatenate, ma se volessimo la tensione stellata potrei crearmi un neutro fittizio e otterrei

$$\boxed{E = \frac{V}{\sqrt{3}} = \frac{E_g}{\sqrt{3}}}$$ con E_g tensione di ogni generatore

ma per le correnti vale $\boxed{\bar{I} = \bar{J}}$ cioè le correnti di linea sono quelle di fase interna.

è più corretto dire che $I = \frac{E}{Z} = \frac{V}{\sqrt{3} Z} = \frac{E_g}{\sqrt{3} Z}$

Vediamo il caso $\lambda - \Delta$ generatore carico



corrente di fase interna

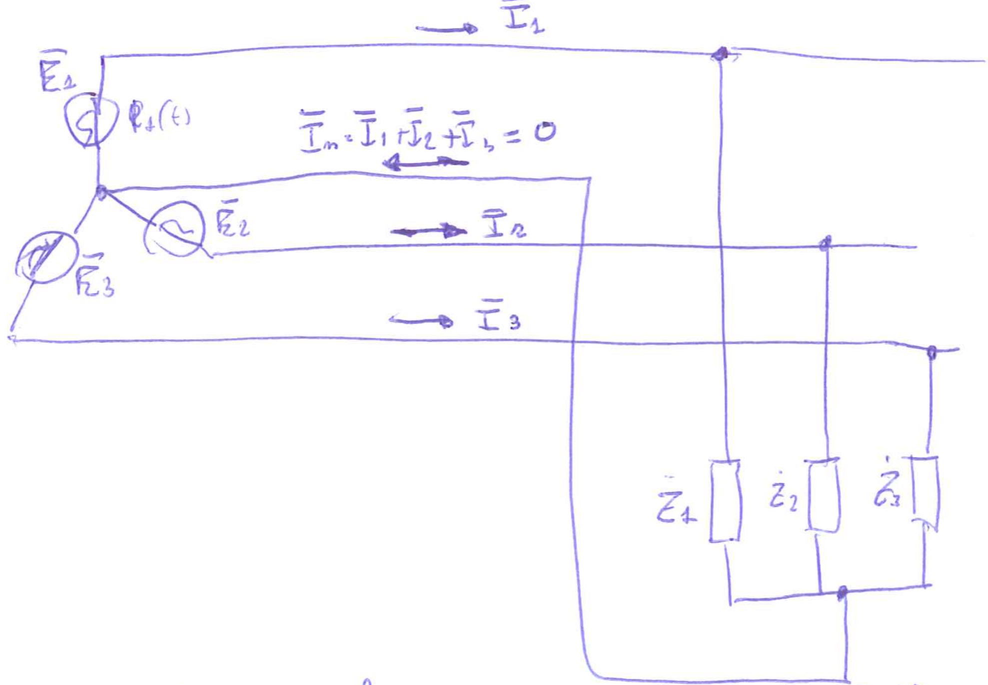
tensione concatenata

$$J = \frac{V}{Z} = \frac{\sqrt{3} E}{Z} = \frac{\sqrt{3} E_g}{Z}$$

correnti di linea

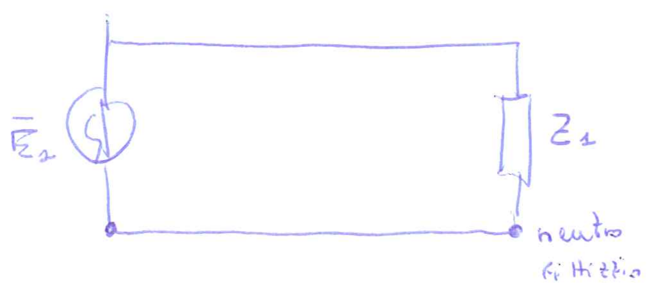
$$\boxed{I = \sqrt{3} J = 3 \frac{E_g}{Z}}$$

Ci si deve riportare sempre al caso $\lambda - \lambda$ è molto semplice da ricondurre a una monofase.



il neutro può non esserci ma lo possiamo aggiungere per ottenere la monofase equivalente.

Rete monofase equivalente



Se le impedenze sono a λ stella reale

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{\dot{Z}_\lambda} \qquad J = \frac{E}{Z}$$

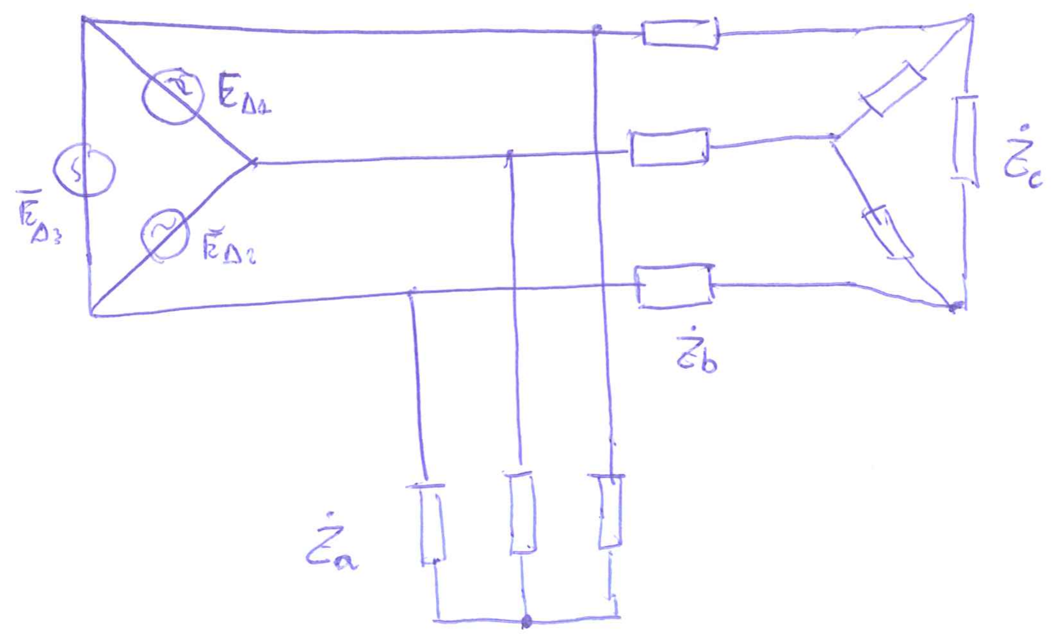
Se le impedenze sono a triangolo "Δ"

$$J = \frac{\sqrt{3}\,E}{Z} \qquad I = \sqrt{3}\,J \qquad I = \frac{3E}{Z_\Delta}$$

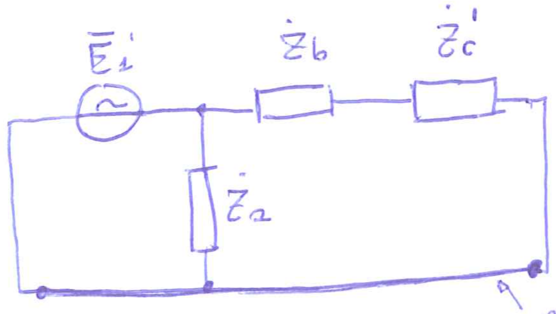
Relazioni tra impedenze collegate a λ e a Δ

$$\boxed{\dot{Z}_\Delta = 3\dot{Z}_\lambda} \quad \text{e anche} \quad \boxed{\dot{Z}_\lambda = \frac{\dot{Z}_\Delta}{3}}$$

Esempio: ricavare da una rete trifase una monofase equivalente.
La rete ha delle configurazioni miste.



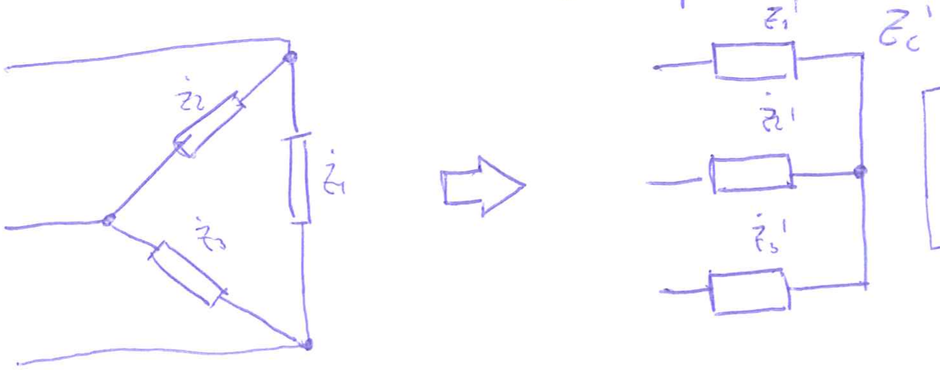
La rete monofase equivalente avrà la seguente configurazione.



$\dot{Z}_c'$ va calcolato perché era a Δ nella rete trifase.

$$\boxed{\dot{Z}_c' = \frac{\dot{Z}_{c\Delta}}{3} = \dot{Z}_{c\lambda}}$$

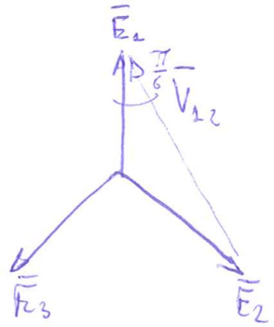
sul carico $\dot{Z}_c$ è stato fatto questo passaggio



SUI MODULI

$$\boxed{E_\lambda = \frac{E_\Delta}{\sqrt{3}}}$$

attenzione che con i moduli si perde informazione.



$$\boxed{\bar{E}_\lambda = \frac{\bar{E}_\Delta}{\sqrt{3}} e^{\mp j\frac{\pi}{6}}}$$

le tensioni hanno uno sfasamento di $\frac{\pi}{6}$ tra stellata e triangolo

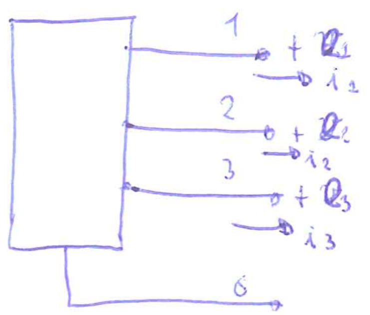
lo sfasamento tra le tensione stellate e concatenate è fisso e vale $\pm\frac{\pi}{6}$ a seconda che la terna sia diretta $(-)$ o inversa $(+)$

LA POTENZA NEI SISTEMI TRIFASE

consideriamo il sistema trifase con neutro come un quadripolo, ovvero un triplo-doppio bipolo alle cui singole porte è fissata una tensione e una corrente

e : tensione λ

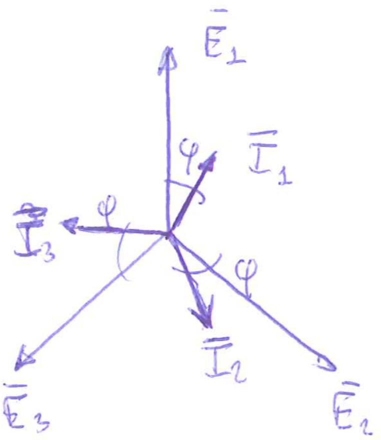
V = tensione Δ



$$\boxed{P(t) = \sum_{i=1}^{3} e_i i_i}$$

$$\begin{cases} e_1(t) = \sqrt{2}\, E \sin(\omega t + \alpha) \\ e_2(t) = \sqrt{2}\, E \sin(\omega t + \alpha - \frac{2}{3}\pi) \\ e_3(t) = \sqrt{2}\, E \sin(\omega t + \alpha - \frac{4}{3}\pi) \end{cases} \qquad \begin{cases} i_1(t) = \sqrt{2}\, I \sin \omega t + \beta \\ i_2(t) = \sqrt{3}\, I \sin \omega t + \beta - \frac{2}{3}\pi \\ i_3(t) = \sqrt{3}\, I \sin \omega t + \beta - \frac{4}{3}\pi \end{cases}$$

RAPPRESENTIAMO LA TERNA DIRETTA DI TENSIONE E CORRENTE IN MANIERA FASORIALE



La potenza media distribuita in italia è di circa 300 Tera WATT/h.

La potenza istantanea trifase è $p(t) = e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3$

$$p(t) = E_1 I_1 \cos\varphi - E_1 I_1 \cos(2\omega t + \alpha + \beta) + E_2 I_2 \cos\varphi - E_2 I_2 \cos\left(2\omega t + \alpha + \beta - \frac{4}{3}\pi\right) +$$

$$\ldots + E_3 I_3 \cos\varphi - \cos\left(2\omega t + \alpha + \beta - \frac{2}{3}\pi\right)$$

Questo per i sistemi simmetrici. Se non fossero simmetrici la procedura è la stessa ma gli angoli sono diversi e compare il termine di potenza fluttuante.

nel caso di sistema simmetrico ed equilibrato, le tre cose contenute tra parentesi, sfasate di $120° = \frac{2}{3}\pi$ dà somma nulla e quindi la potenza fluttuante è nulla.

$P = P_1 + P_2 + P_3$ è la totale potenza attiva che trasferisco di uscita $3EI\cos\varphi$

La corrente a parità di potenza nel trifase è $\sqrt{3}$ volte più piccola.

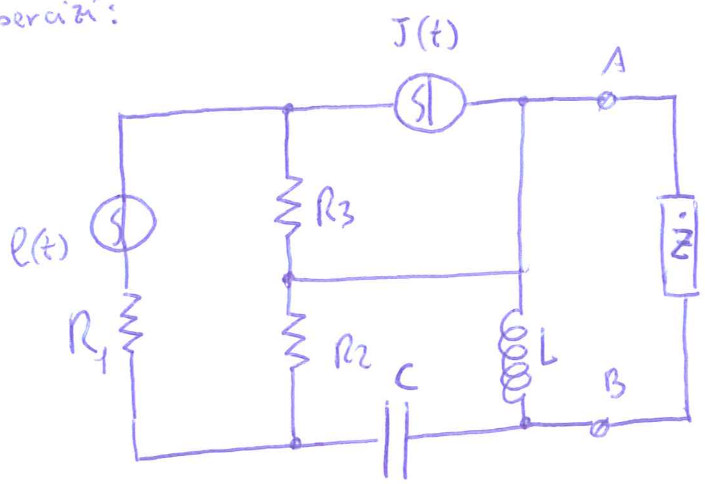
$$\boxed{P(t) = P = 3EI\cos\varphi = \sqrt{3}VI\cos\varphi}$$

e per la reattiva vale
$Q = 3EI\sin\varphi = \sqrt{3}VI\sin\varphi$
e l'apparente
$A = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3EI = \sqrt{3}VI$

si sfruttano meglio le linee trasferendo in trifase.

Lezione aggiuntiva Sabato 6 maggio 2012 Prof. Dughiero Lez. 30 bis

Esercizi:



$e(t) = \sqrt{2}\, E \sin(\omega t + \alpha)$

$J(t) = \sqrt{2} J \sin(\omega t + \beta)$

$\omega = 500 \frac{rad}{s}$

$E = 80\,V$ $J = 4\,A$ $C = 100\,\mu F$

$\alpha = \frac{\pi}{4}$ $\beta = \frac{\pi}{4}$ $R_1 = 20\,\Omega$

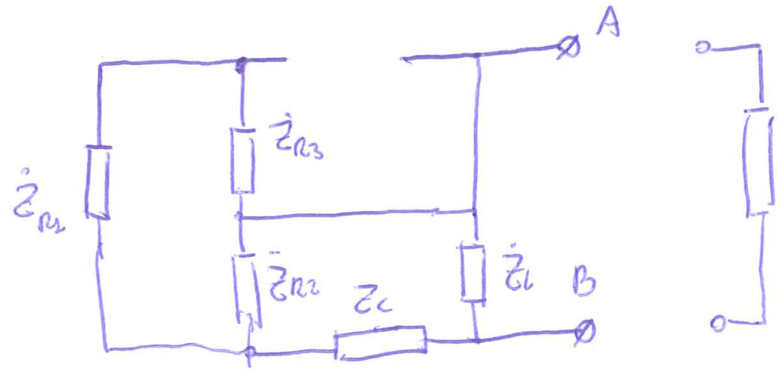
$R_2 = 40\,\Omega$

$R_3 = 20\,\Omega$

$L = 40\,mH$

1) Determinare il ~~generatore~~ equivalente di thevenin della rete vista dalla sinistra della morsetti AB

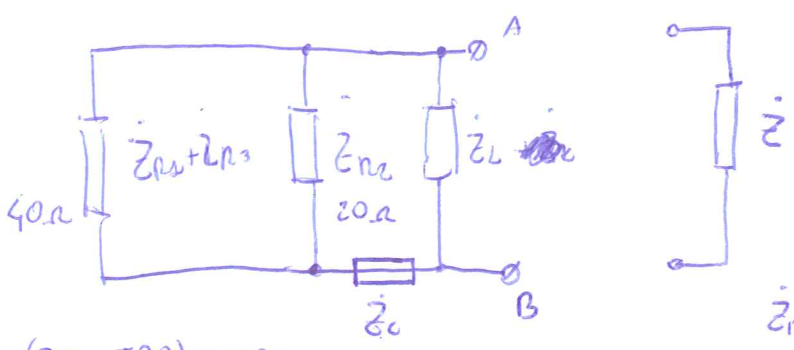
2) E trovare i parametri della sintesi serie dell'impedenza $\dot{Z}$ tale perchè in essa venga trasferita la massima potenza possibile i i valori della potenza massima.



$J \cdot \frac{J}{J} = \frac{J^2}{J} = -\frac{1}{J}$

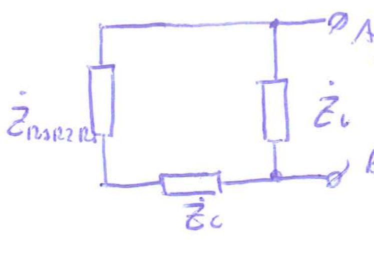
$\dot{Z}_L = J\omega L = J20\,\Omega$

$\dot{Z}_C = \frac{-J}{\omega C} = -J20\,\Omega$



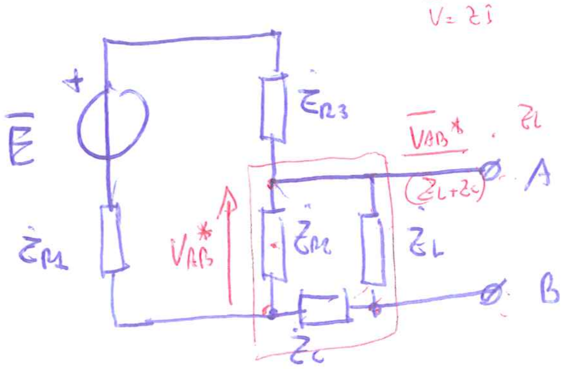
$Z_{R_1,R_2,R_3} \frac{40 \cdot 20}{40 + 20} = \frac{400}{60} = 10\,\Omega$

$\underline{(20 - J20) + J20}$



$\dot{Z}_{TT} = \frac{20 \cdot J20}{20 + J20} = \frac{1}{2}(10 + J10)$

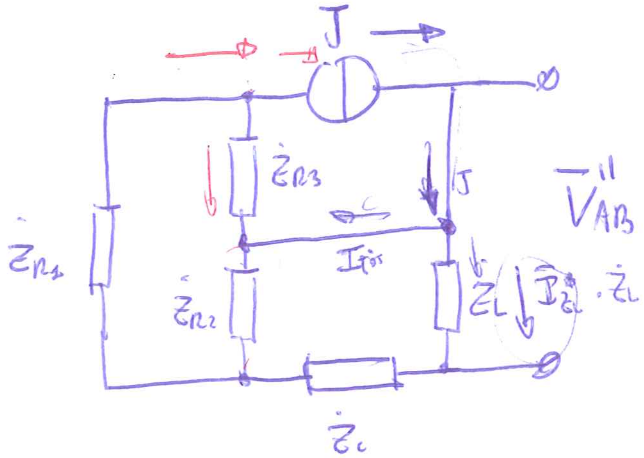
$\overline{V} = \dot{Z}\dot{I}$



$\overline{V}_{AB}'$

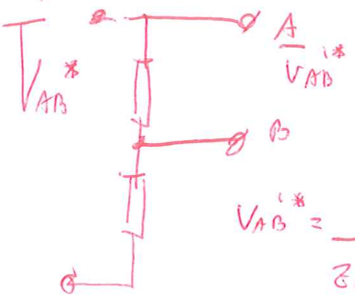
$$\boxed{\frac{\overline{V}_{AB}^*}{\dot{Z}_L + \dot{Z}_C} \cdot \dot{Z}_C = \overline{V}_{AB}'}$$

$$\boxed{\overline{V}_{AB\,th} = \overline{V}_{AB}' + \overline{V}_{AB}''}$$



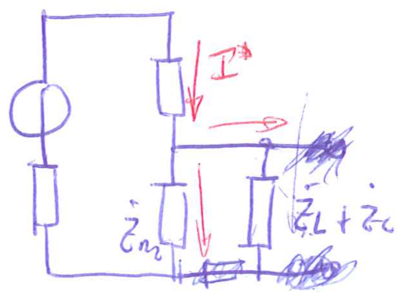
$\overline{V}_{AB}''$

$E_{eq\,AB} = J\,40\sqrt{2}$

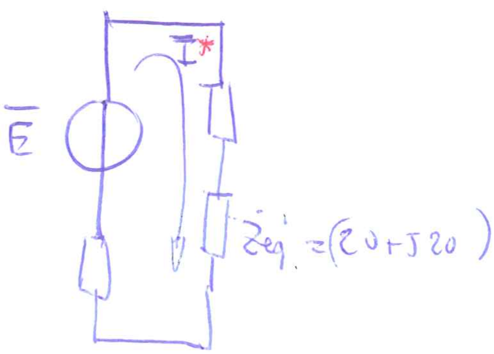


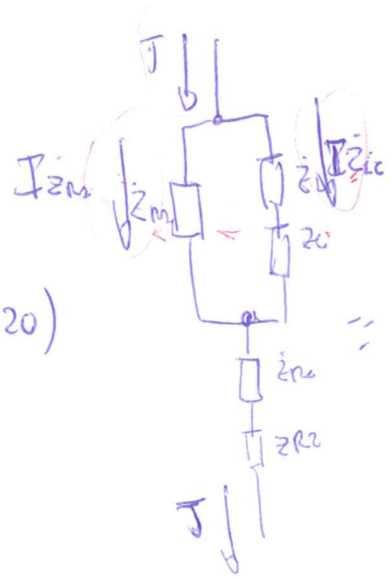
$$\overline{V}_{AB}'^* = \frac{\overline{V}_{AB}^*}{\dot{Z}_L \cdot \dot{Z}_C} \cdot \dot{Z}_L$$

calcolo di $\overline{V}_{AB}'$



$= \dot{Z}_{R2} \,//\, (\dot{Z}_L + \dot{Z}_C) = (20 + j20)$



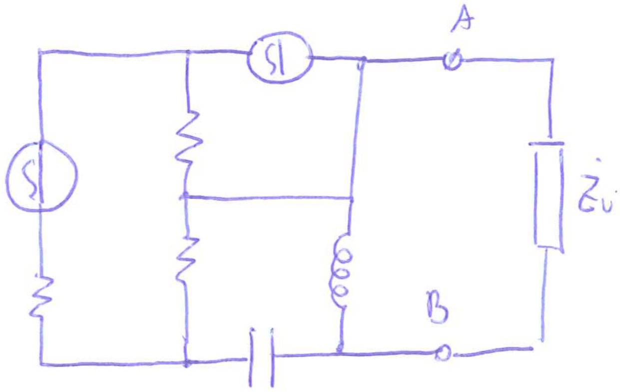


$$\boxed{\dot{I}_{Z_{LC}} = \frac{J}{\dot{Z}_{R1} + (\dot{Z}_L + \dot{Z}_C)} \cdot \dot{Z}_{R1}}$$

$\dot{I}_{Z_{LC}} = 4.$

Soluzione degli esercizi di Dughiero 6 MAGGIO 2012

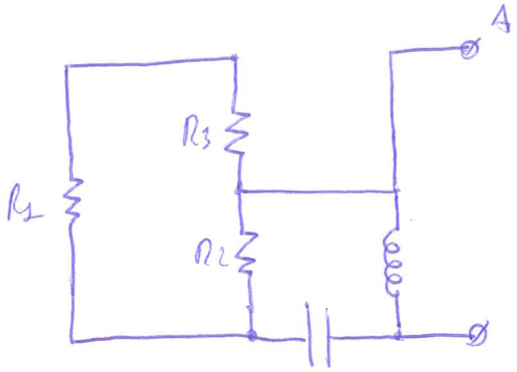
Il 27 GIUGNO c'è un compito



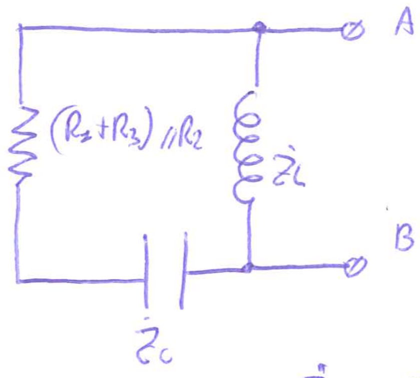
Per il massimo trasferimento di potenza si dovrà avere

$$\dot{Z} = R_u + jX_u$$

$$\boxed{\text{con } \dot{Z} = \check{Z}_{eq}}$$



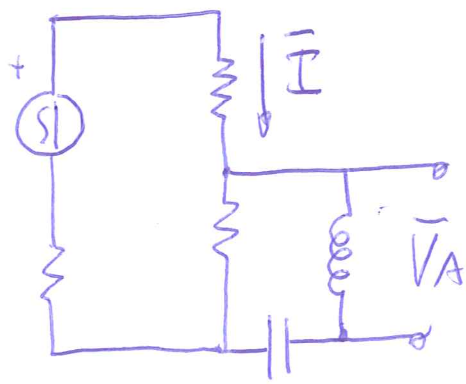
$\triangleright \dot{Z}_{eq\,AB}$



$$\dot{Z}_{eq_{AB}} = 20 + j20$$

APPLICHIAMO P.S.E.

AGISCE $\bar{E}$



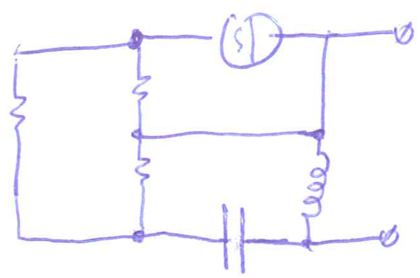
$$\bar{V}_{AB}' = \bar{V}_{XL}$$

$$\boxed{\bar{V}_{XL} = \bar{V}_{AB}' = jX_L\bar{I}}$$

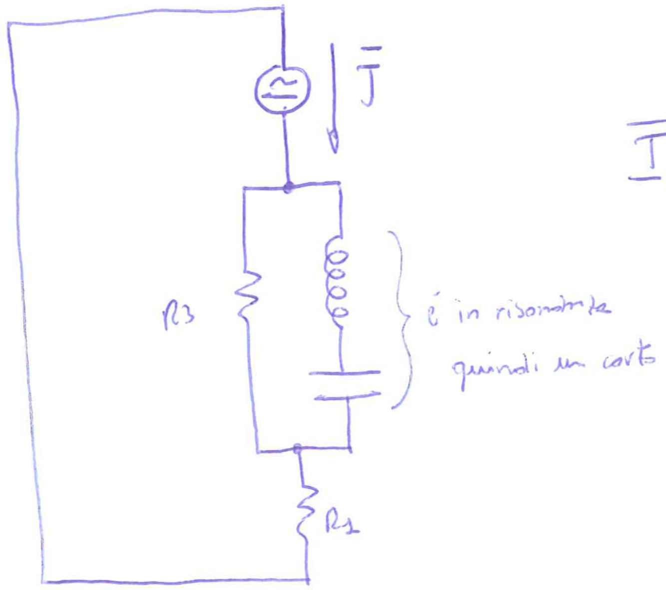
$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{R_1 + R_3} = \bar{I}_{XL}$$

nella risonanza la corrente entra anche in L essendo visto come un corto la serie L e C.

Vediamo il secondo contributo dovuto a $\bar{J}$



$$\bar{V}_{AB}'' = jX_L\bar{I}_{XL}$$

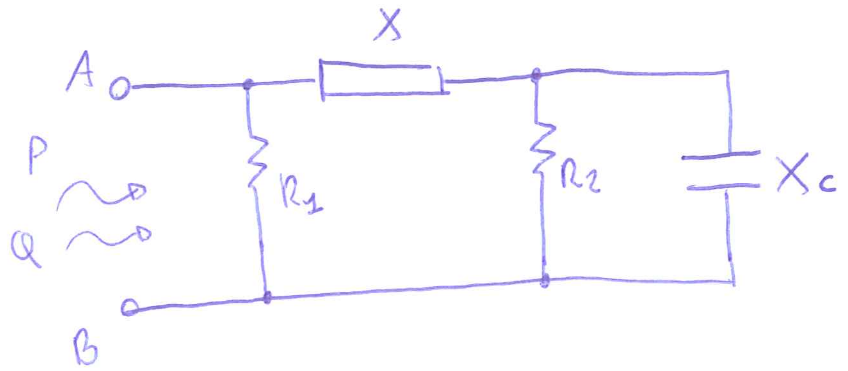


$$\bar{I}_{R_1} = \bar{I}_{X_L} = \frac{R_3}{R_1+R_3}\bar{J} = \frac{\bar{J}}{2}$$

$$\boxed{P_{max} = \frac{E_q^2}{4R_i}}$$

La rete equivalente è questa.

Esercizio: Questo esercizio tratta le potenze



$P = 300\,W$

$Q = 200\,VAR$

$V_{AB} = 100\,V$

$R_1 = 100\,\Omega$

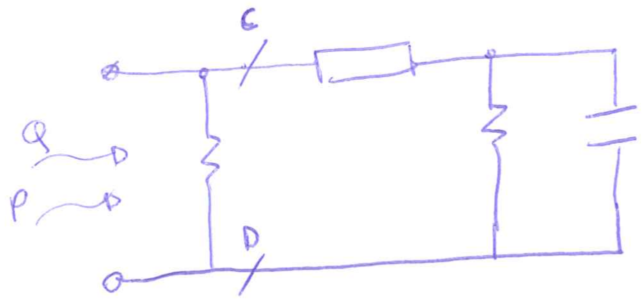
$R_2 = 50\,\Omega$

Il bipolo assorbe le potenze attive reattive P e Q.

trovare X_c e il valore e la natura della reattanza X

Semplifichiamo il circuito trasferendo R_1 a valle di X

aggiungiamo i morsetti C - D



La potenza reattiva di morsetti CD è uguale a quella di AB (il carico è resistivo.

La potenza attiva è invece la differenza tra quella che entra AB e quella ai morsetti CD.

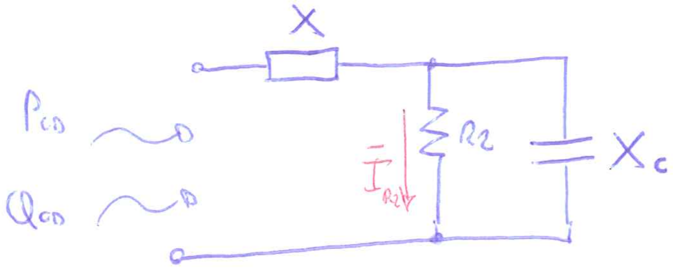
i BILANCI DELLE POTENZE SONO

$P_{AB} = P_{R1} + P_{CD} \qquad P_{CD} = P_{AB} - P_{R1}$

$Q_{AB} = Q_{R1} + Q_{CD} \qquad Q_{CD} = Q_{AB}$

$$P_{R1} = \frac{V_{AB}^2}{R_1}$$

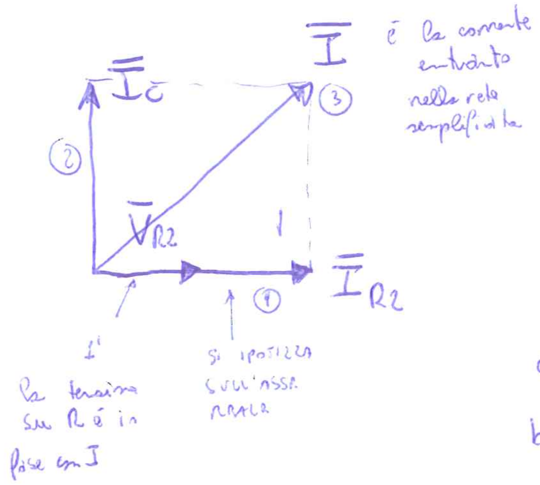
La rete quindi equivale a:

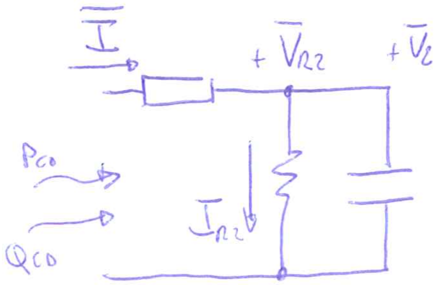


Le reattanze non possono dissipare potenza attiva, ma solo reattiva, quindi P_{CD} va tutta sulla R_2 e quindi posso trovare $\bar{I}_{R2}$

$$\boxed{P_{R2} = I_{R2}^2 R_2}$$

vediamo un diagramma fasoriale





conoscendo la P e la Q sul bipolo posso ricavare l'apparente A

$$\boxed{\underbrace{V_{CD}\, I}_{\text{Pot apparente}} = \sqrt{P_{CD}^2 + Q_{CD}^2}}$$

$$I = \frac{\sqrt{P_{CD}^2 + Q_{CD}^2}}{V_{CD}} = 2\sqrt{2}\,[A]$$

è la diagonale di un quadrato di lato due

$I_C = 2A$ PITAGORA

$$V_{R2} = V_C = R_i I = 100$$

$$X_C = -50\,\Omega = -\frac{V_C}{I_C}$$

Adesso si può applicare il bilancio delle potenze

$$Q_C = X_C I_C^2 = -50 \cdot 2^2 = -200 \text{ VAR}$$

$$Q_X = Q_{CD} - Q_C = 200 + 200 = 400 \text{ VAR}$$

Q_X è una pot. ~~app~~ reattiva positiva quindi la reattanza è induttiva

$$Q_X = X I^2$$

$$X = \frac{Q_X}{I^2} = \frac{400}{8} = 50\,\Omega$$

La potenza fluttuante in un sistema trifase simmetrico ed equilibrato è costante e pari a zero (si annulla) mentre la potenza istantanea è pari alla potenza attiva.

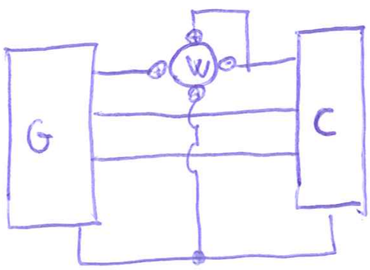
$$\boxed{p(t) = P = \sqrt{3}\, V I \cos\varphi = 3 E I \cos\varphi}$$

$$Q = \sqrt{3}\, V I \operatorname{sen}\varphi = 3 E I \sin\varphi$$

$$A = \sqrt{3}\, V I = 3 E I$$

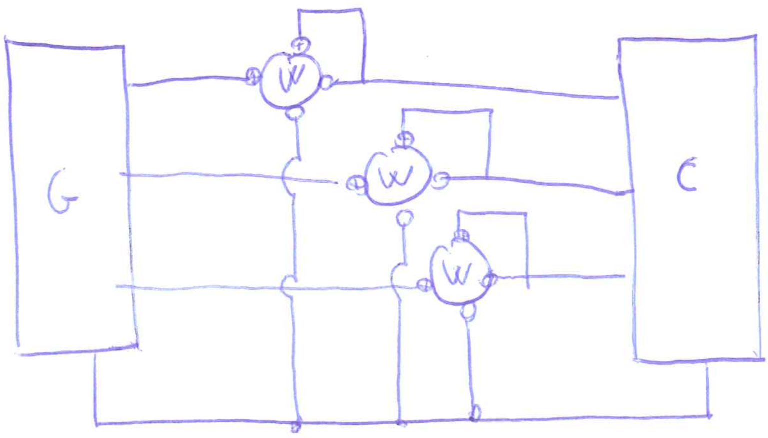
Solo se sono sicuro che il sistema è simmetrico ed equilibrato allora basterebbe un solo WATTMETRO

$$P_W = E_1 I_1 \cos\varphi_1$$



MA DI SOLITO IL SISTEMA RISULTA MALE EQUILIBRATO E UN WATTMETRO NON BASTA

servono quindi tre wattmetri



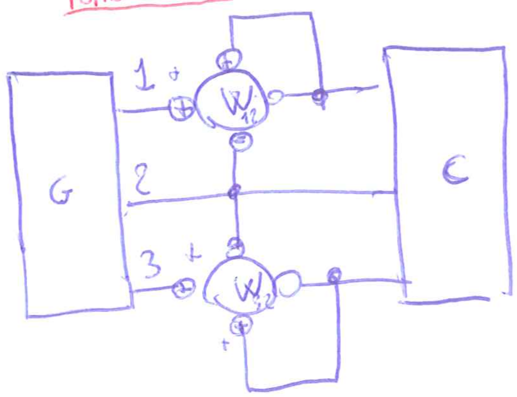
Il sistema a 4 fili è trattato come 3 sistemi monofasi

$$P_W = P_{W1} + P_{W2} + P_{W3}$$

$$P_W = E_1 I_1 \cos\varphi_1 + E_2 I_2 \cos\varphi_2 + E_3 I_3 \cos\varphi_3$$

INSERZIONE ARON (per sistemi trifase a 3 fili)

FONDAMENTALE



si usano 3 WATTMETRI

W_{12} e W_{32}

$$\boxed{P = P_{12} + P_{32}}$$

si dimostra con la trigonometria

Cosa misura W_{12}? è collegato all'amperometrica di linea $\bar{I}_1$ mentre la voltmetrica è collegata alla concatenata $\bar{V}_{12}$

vale anche per le istantanee v_{12} e i_1.

$$\boxed{p(t) = v_{12} \cdot i_1 + v_{32} i_3}$$

$$= (e_1 - e_2)\, i_1 + (e_2 - e_3)\, i_3$$

$$= e_1 i_1 - e_2 i_1 + e_2 i_3 - e_3 i_3$$

$$= e_1 i_1 + e_2 \underbrace{(-i_1 - i_3)} + e_3 i_3$$

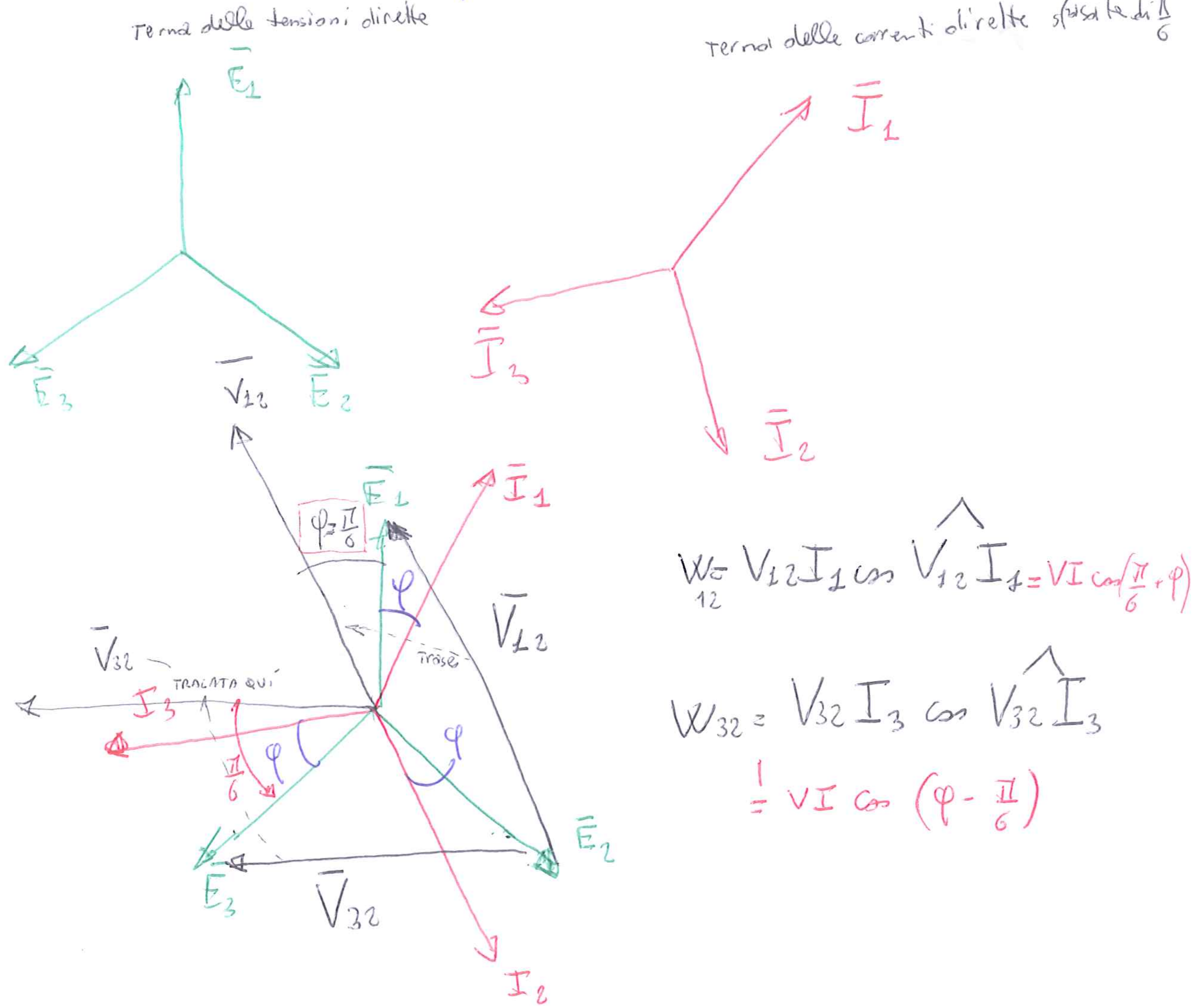
ma dato che $i_2 + i_2 + i_3 = 0$ si ha che

$$\boxed{i_2 = (-i_1 - i_3)}$$

che è il termine tra parentesi visto sopra

Sostituendo si ha $e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3 = p(t)$ quindi con solo due wattmetri posso stimare la potenza istantanea sulle tre linee.

Vediamo la situazione dal punto di vista fasoriale



$$W_{12} = V_{12} I_1 \cos \widehat{V_{12} I_1} = VI \cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right)$$

$$W_{32} = V_{32} I_3 \cos \widehat{V_{32} I_3} \overset{!}{=} VI \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right)$$

Applichiamo alcune formule e otteniamo

$$\boxed{W_{12} = VI \cos\varphi \cos\frac{\pi}{6} - VI \sin\varphi \operatorname{sen}\frac{\pi}{6}}$$

imparare a memoria

$$\boxed{W_{32} = VI \cos\varphi \cos\frac{\pi}{6} + VI \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\frac{\pi}{6}}$$

$\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}866$ si ha, sostituendo

quindi (attenzione ai pedici!) ARON mi permette la misura sia della P che della Q

$$\left.\begin{aligned} W_{12} &= \frac{\sqrt{3}}{2} VI\cos\varphi - \frac{1}{2} VI \operatorname{sen}\varphi \\ W_{32} &= \frac{\sqrt{3}}{2} VI\cos\varphi + \frac{1}{2} VI \sin\varphi \end{aligned}\right\}$$

$$\boxed{\begin{aligned} W_{12} + W_{32} &= \sqrt{3}\, VI \cos\varphi = P \\ W_{32} - W_{12} &= VI \operatorname{sen}\varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}} \end{aligned}}$$

ricordarsi di dividere per $\sqrt{3}$ e cambiare i pedici.

$$Q = \sqrt{3}\,(W_{32} - W_{12})$$

Possono indicare anche valori negativi? singolarmente sì ma la somma è positiva.

se $\varphi > +\frac{\pi}{3}$ ottengo un valore positivo (carichi molto capacitivi)

se $\varphi < -\frac{\pi}{3}$ ottengo un valore negativo (carichi molto induttivi)

ma la somma dei due danno sempre una somma positiva

PER I SISTEMI SIMMETRICI ED EQUILIBRATI

Dato che è possibile farlo, ragioniamo per le potenze sui sistemi trifase ridotti alla monofase equivalente

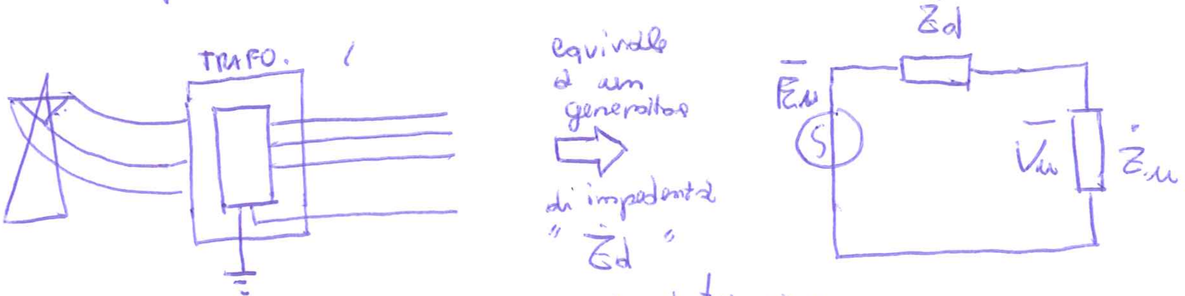
I sistemi di distribuzione devono essere il più possibile "simili" di carichi di utenza.

1) Va garantita la tensione corretta richiesta dai carichi, ovvero in civile 230 VAC per ogni appartamento inteso come utenza.

2) controllare l'assorbimento di potenza attiva. quindi i carichi devono avere un fattore di potenza elevato.

Vediamo il primo problema, la caduta di tensione. vediamo le trasformazioni

20 KV → 400 V concatenata
trifase



con d = distribuzione

$\dot{Z}_d$ impedenza della rete di distribuzione

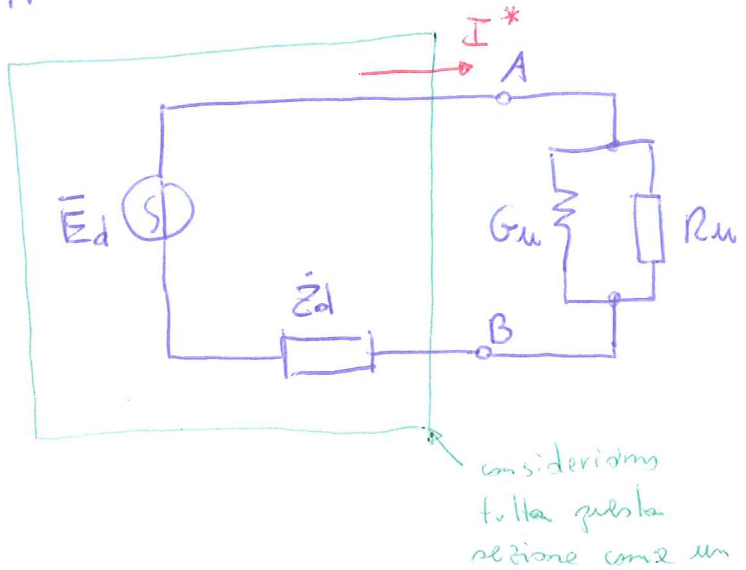
La $\dot{Z}_d$ deve essere molto prossima a zero, molto molto piccola, in pratica basta che la $\dot{Z}_d \ll \dot{Z}_u$ e quindi $V_u = E_d$

$$V_u = \frac{\dot{Z}_u}{\| \dot{Z}_u + \dot{Z}_d \|} E_d$$

l'impedenza di rete di solito è molto bassa, bisogna fare attenzione ai corti circuiti su $\dot{Z}_u$

Vediamo il problema del rifasamento del carico.

ridisegnamo la rete che rappresenta la distribuzione e il carico che rappresentiamo in sintesi parallelo.



$P = VI\cos\varphi$

in condizioni generiche assorbe anche una pot. reattiva

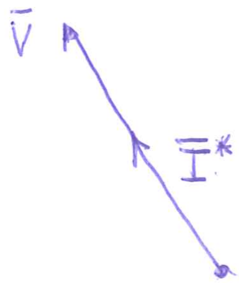
$Q = VI\sin\varphi$

si vorrebbe che

$\bar{I}^* = \bar{I} \overset{\text{comporta che}}{\Longrightarrow} Q = 0$

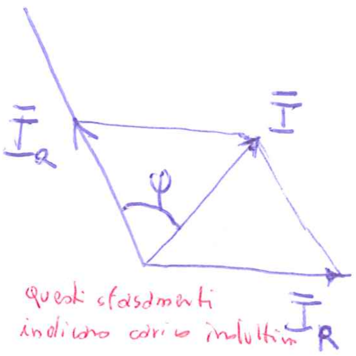
quindi vorremo sempre $\bar{I}$ in fase con V sul carico

La condizione ottimale sarebbe, dal punto di vista fasoriale



$\cos\varphi^* = 1$

condizione ottimale (teorica)



$\bar{I} = \bar{I}_a + \bar{I}_R$

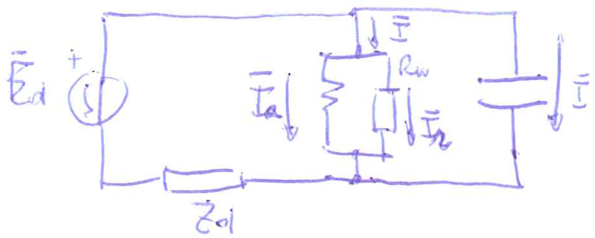
se $\cos\varphi = 1$

$\begin{cases} \bar{I}_a = \bar{I}^* \\ \bar{I}_R = \emptyset \end{cases}$

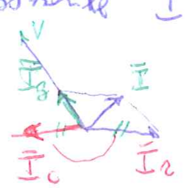
Caso reale, in cui la corrente $\bar{I}$ è associata non solo alla $\bar{I}_a$ (corrente attiva) ma anche a una reattiva

La suscettanza "<" di zero indica carico induttivo

mettiamo un componente reattivo in parallelo al carico, in questo caso è capacitivo



deve avere suscettanza uguale ed opposta alla componente $\bar{I}_u$



$\bar{I}_c$ e $\bar{I}_R$ si sommano vettorialmente e danno zero mettiamo una capacità tale che $X_L = -X_C$ reattanze. $B_C = -B_L$ suscettanze.

Se Q era la potenza reattiva assorbita dalla linea allora devo fare assorbire dalla nuova capacità aggiunta una $-Q$

$$\boxed{Q_2 = -Q = -\omega C_2 V^2}$$

$$\boxed{C_2 = \frac{Q}{\omega V^2}}$$ è la capacità di rifasamento

Per il primo corso di elettrotecnica le basi di trifase fornite sono sufficienti. E si considera per il momento chiuso l'argomento.

Manca l'analisi delle reti in regime variabile.

Regime Variabile (PRIMO ACCENNO)

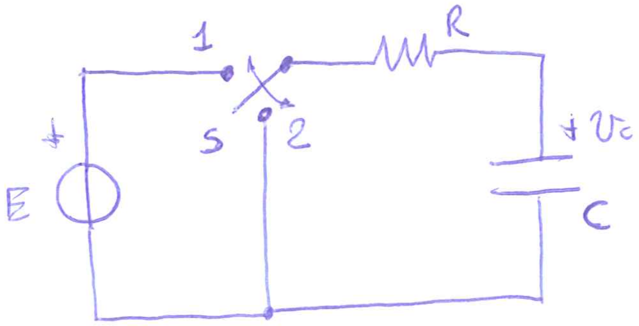
Durante le commutazioni si verificano delle situazioni che non sono ne stazionarie ne variabili in regime sinusoidale ma varia a regime variabile qualsiasi

1) Si può alimentare il circuito con impulsi, con esponenziali, o funzioni note qualsiasi (prima condizione di regime variabile) ← (con termine forzante variabile nel tempo)

2) Si ha regime variabile in variazioni repentine di topologia della rete.

Topologia prima	→	evento critico	→	Topologia dopo
↑ Prima c'era una tensione con un regime noto		↑ variazione di regime		↑ nuovo regime (variabile)

si tratteranno solo tipi del secondo caso vediamo una rete qualsiasi che può funzionare in regime variabile



vediamo la rete nota per lo studio del transitorio di carica della rete R-C

definiamo gli ingressi e le uscite

$u(t)$ sono gli ingressi o grandezze forzanti (tensione del generatore)

$y(t)$ sono le uscite (tensione del condensatore)

La variazione topologica è data dalla commutazione dello SWITCH "S"

Prima dell'evento critico siamo in corto "posizione 2"

dopo dell'evento critico siamo collegati al generatore "posizione 1"

Va analizzato lo stato della rete in $t = t_0^-$, ovvero nell'istante prima di spostare l'interrutore da 2 a 1 $2 \rightarrow 1$

Lo stato energetico della rete va analizzato nei bipoli reattivi nell'istante t_{0^-} ovvero l'istante prima della commutazione dell'interruttore.

Se definiamo in t_0 le tensioni nei condensatori e le correnti negli induttori abbiamo fissato i dati iniziali.

le condizioni iniziali della rete, sono dati iniziali in t_0^- e valori iniziali in t_0^+ (nei nostri esercizi saranno coincidenti) ~~non non~~ in

$$t = t_0^- \longrightarrow \text{DATI INIZIALI } V_c(t_0^-),\ i_L(t_0^-)$$

è il limite calcolato da sinistra rispetto a t_0

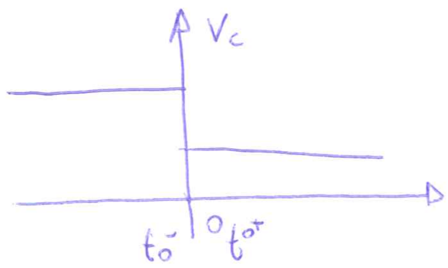
I valori iniziali sono invece quelli che ho dopo la chiusura

$$t = t_0^+ \rightarrow \text{valori iniziali}$$

vediamo cosa succede se non si considera un condensatore che ha effetto memoria

$$\boxed{v_c(0^-) = v_c(0^+)}$$

Se non fosse vero ci sarebbe la generazione di un impulso



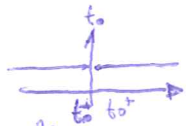
$$\boxed{i_c = C\frac{dv_c}{dt}}$$

→ genera il delta di Dirac

$\delta_{-1}(t)$

$\delta(t)$

In generale è vero, ma nel nostro corso si semplifica la situazione fingendo che $v_c(0^-) = v_c(0^+)$



Gli impulsi citati saranno di tensione nelle discontinuità sui condensatori o di corrente sulle discontinuità negli induttori.

Vanno impostate delle equazioni differenziali, e i loro metodi risolutivi. Vanno trattate le condizioni iniziali

Si prevede che non esistano correnti e tensioni impulsive

λ e X

Le reti hanno variazioni di Topologia o inserzioni di generatori.

La rete prima dell'evento critico può essere in $t_0 < 0$

1) stazionario
2) variabile (come dopo l'istante critico)
3) sinusoidale

Vogliamo ricavare i valori iniziali a partire dai dati iniziali

si studia successivamente la rete per $t > 0$

si deve scrivere la relazione ingresso uscita

valutiamo delle tensioni sui condensatori e delle correnti sugli induttori

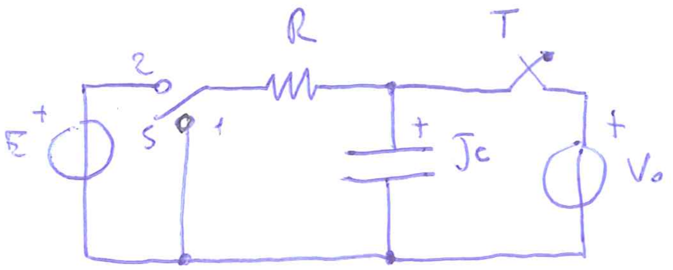
si deve scrivere un'equazione differenziale ordinaria a coefficienti costanti

Va trovata la omogenea associata

La eq. differenziale contiene delle costanti di integrazione che si trovano per imposizioni di valori iniziali.

Vengono forniti i concetti di tensione discontinua e di corrente impulsiva.

La tensione discontinua si verifica nei condensatori e la corrente impulsiva negli induttori



$t<0$ S in 1 $\quad v_c(t) - t>0$

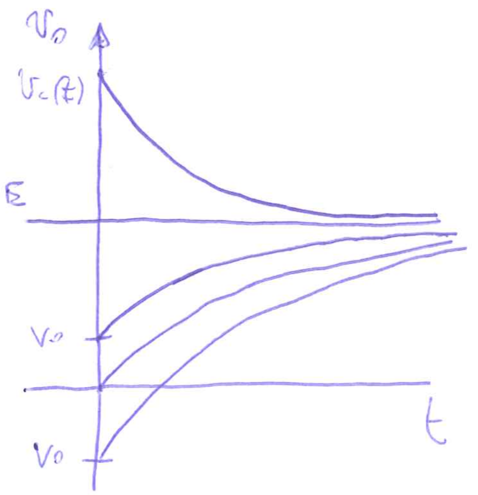
T chiuso $\quad t_0$ T. apre $\quad$ S passa a 2

$$v_{c0}(t) = Ae^{\delta_1 t} = Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

$$v_c(t) = E + Ae^{-\frac{t}{RC}} \qquad v_c(t) = E + (V_0 - E)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

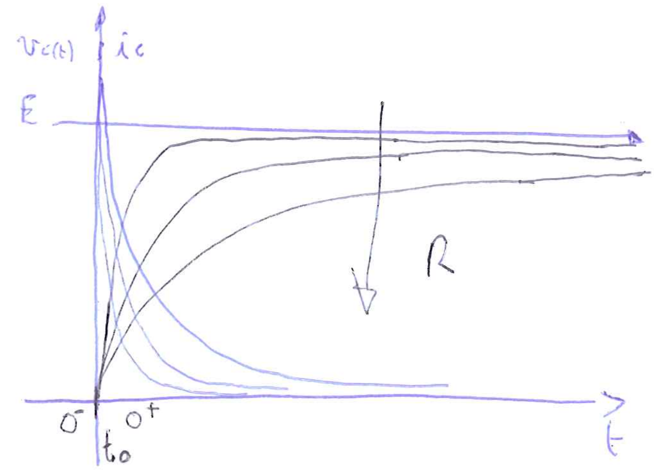
$$v_c(0+) = V_0 = E + A \qquad \tau = RC$$

$$A = V_0 - E$$



$$i_c = i_R = C\frac{dv_c}{dt}$$

$$i_c = -\frac{C}{RC}(V_0 - E)e^{-\frac{t}{\tau}} = -\left(\frac{V_0 - E}{R}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$$



Una volta passato il transitorio se si aprono i due interruttori il condensatore rimane carico a V_0 per sempre perché è definito "ideale"

Il cap 18 del testo spiega in termini matematici gli impulsi ma non è richiesto dall'esame.

Il tempo di carica e scarica è definito con 4τ o per sicurezza 5τ

L'equazione differenziale che governa la scarica è sempre omogenea quindi dà origine alla stessa costante di tempo τ.

Tempi di scarica

Dato che la capacità pur essendo bassa, dà origine a una τ alta (Kilo secondi) quando gli è consentito di scaricarsi solo tramite la sua R interna che sempre molto alta.

Dal punto di vista circuitale potrei scrivere la $V_c(t)$ come:

$$V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} + E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

è la stessa soluzione in cui si è raccolto i termini in maniera diversa.

$$V_0 e^{-\frac{t}{RC}} = \text{soluzione da ingressi nulli}$$

ovvero se in quella rete si annullano gli ingressi ovvero evoluzione libera della rete, rappresenta la scarica della capacità inizialmente carica.

$$E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \text{soluzione da stato zero}$$

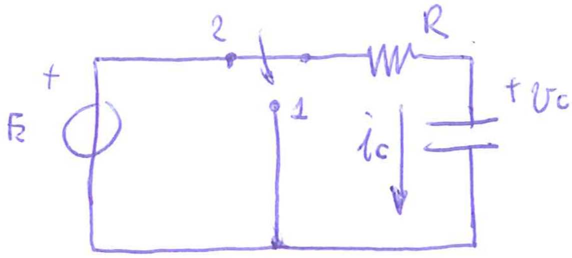
ovvero quella che si ha se il condensatore fosse inizialmente scarico.

"o soluzione da evoluzione"

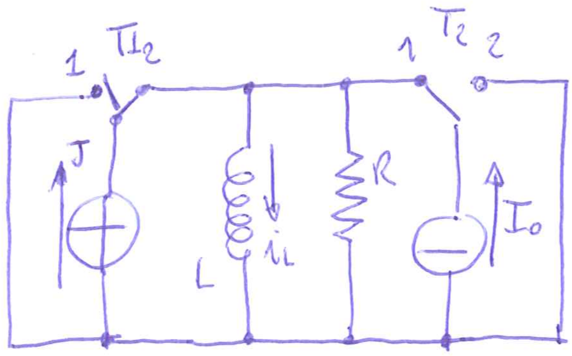
mettendole insieme si trova ancora la somma dell'integrale particolare più la soluzione dell'omogenea associata.
In sostanza si procede analizzando.

Ingresso NULLO	+ STATO ZERO
annullare tutti i generatori e analizzare cosa succede alle energie già presenti	si alimenta forzando lo stato energetico

si supponga, per esercizio di volere analizzare la scarica di C passando S da 2 a 1



Vediamo adesso di analizzare il bipolo L
Proponiamo il nuovo circuito che contiene L

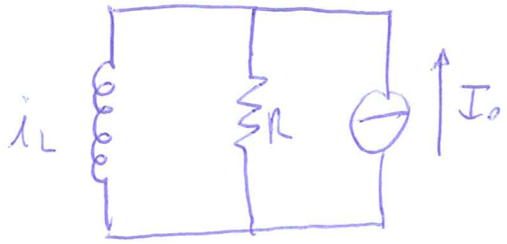


Annullare un generatore di corrente significa metterlo in corto circuito.
Non si potrebbe dire "LO APRO"

$t<0$ T_1 in 1 $t=0$ $T_1 \to 1 \to 2$ $i_2(t)$ $t>0$

T_2 in 1 $T_2 \to 1 \to 2$

vediamo la topologia della rete in $t<0$



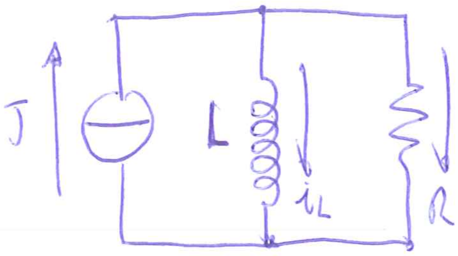
$t=0$

$i_L(0^-)=I_0$

$i_L(0^+)=i_L(0^-)=I_0$

perché nella nostra rete non ci sono discontinuità di corrente

Per $t>0$ si ha la topologia seguente



L.K.C.

$$\boxed{-J+i_R+i_C=0}$$

le equazioni di bipolo sono

$v_R = iR$

$v_L = L\dfrac{dV}{dt}$

$v_L = v_R$

$\tau = \dfrac{L}{R}$ costante di tempo induttiva.

$$\boxed{i_R = \frac{v_R}{R} = \frac{v_L}{R} = \frac{L}{R}\frac{di}{dt}}$$

sostituendo su $-J+i_R+i_C=0$ il valore di i_R trovato si ottiene l'equazione differenziale

$$\boxed{-J+\frac{L}{R}\frac{di_L}{dt}+i_C=0}$$

Ora cerchiamo i valori iniziali e l'integrale dell'omogenea associata.

$i_{Lp}(t)=J$ integrale particolare

$s+\dfrac{R}{L}=0 \qquad s=-\dfrac{R}{L}$

mettendo insieme le due cose si ha

$i_L(t)=J+Ae^{-\frac{t}{\tau}} \qquad i_L(0)=I_0=J+A \qquad A=I_0-J$

$$\boxed{i_L(t) = J + (I_0 - J)\, e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

Possiamo quindi tracciare le curve di carica e scarica dell'induttanza.

Si genera una tensione impulsiva quando la corrente passa da zero al valore J.

Vale anche, continuando le uguaglianze

$$i_L(t) = \underbrace{I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\substack{i_L \text{ da ingressi} \\ \text{nulli}}} + \underbrace{J\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}_{\substack{i_L \text{ da stato zero} \\ \text{cioè da condizioni} \\ \text{nulle iniziali del bipolo con memoria}}}$$

10/05/2012 LEZ 33. Regime variabile. (RICAVIAMO L'INTEGRALE PARTICOLARE)

Impostazione generale di una rete in regime variabile

Si parte dalla relazione ingresso uscita ovvero dall'equazione differenziale risolvente che si ricava dalle LKT e LKC

La particolare relazione è la seguente

$$\boxed{\sum_{i=0}^{m} a_i \frac{d^i y(t)}{dt^i} = f(t)}$$

$$f(t) = \sum_{i=1}^{m} b_i \frac{d^i x}{dt^i}$$

sul testo di Guarnieri con X = ingressi, chiamati u da altri docenti

$$\boxed{y(t) = y_o(t) + y_p(t)}$$

y_o = soluzione dell'omogenea associata

y_p = soluzione dell'integrale particolare

Integrale particolare: è un qualsiasi integrale ovvero una funzione risultante che inserito all'interno dell'equazione, soddisfa l'equazione è valida come funzione integrale particolare.

L'ingresso della rete solitamente non è misto, ovvero o stazionario o sinusoidale.

Se abbiamo un ingresso costante, tutte le derivate si annullano rimane solo $a_0 \cdot y$ (costante) quindi rimane $a_0 y = b_0 X$ $\boxed{y = \frac{b_0}{a_0} X}$

Quando ho generatori stazionari nella rete allora vedo la rete nella "nuova topologia" e l'equazione $y = \frac{b_0}{a_0} x$ mi darà le correnti stazionarie nel punto in esame.

Se siamo in regime sinusoidale $y(t) = Y_{max} \sin(\omega t + \alpha)$

$$\frac{dy}{dt} = \omega Y_M \sin\left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right)$$

in termini fasoriali, la derivata di una funzione fasoriale si ottiene con uno sfasamento di $-\frac{\pi}{2}$ e poi si moltiplica per ω. nel complesso si moltiplica per $J\omega$

DERIVATE FASORIALI

$$\frac{d}{dt} y(t) \Rightarrow J\omega \overline{Y}$$

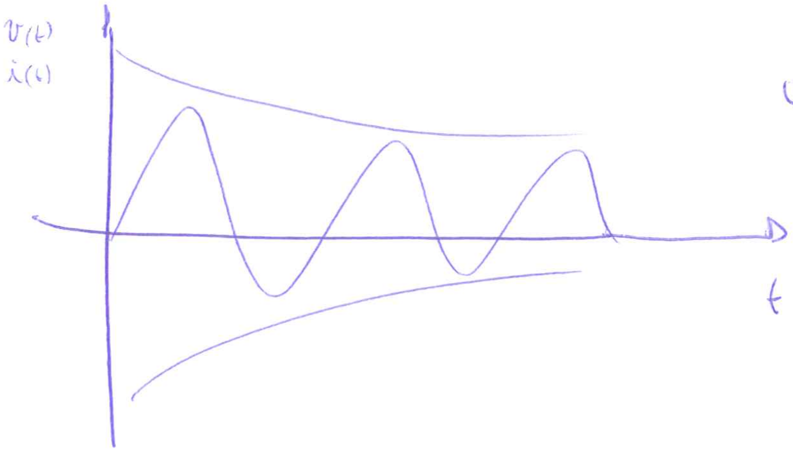
$$\frac{d^2 y}{dt}(t) \Rightarrow (J\omega)^2 \overline{Y}$$

$$\frac{d^i y(t)}{dt^i} \Rightarrow (J\omega)^i \overline{Y}$$

↑
fasore della grandezza di partenza

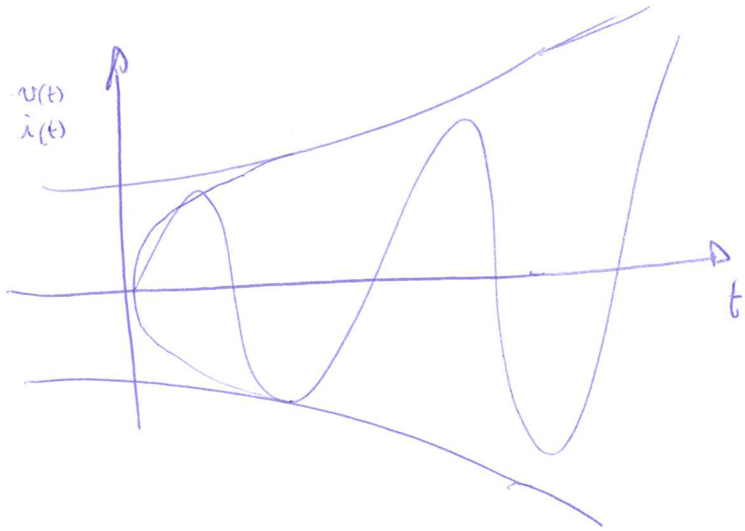
$$\boxed{\sum_{i=0}^{m} (j\omega)^i a_i \cdot \overline{Y} = \sum_{i=0}^{m} (j\omega)^i b_i \, \overline{U}}$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum_{i=0}^{m} (j\omega)^i b_i \, \overline{U}}{\sum_{i=0}^{n} (j\omega)^i a_i}$$



$$\omega(t) = e^{\delta t} U_m \sin(at+\alpha)$$

se δ e ω sono diversi da zero allora sia ingressi e uscite sono cissoidali



Adesso si analizza l'integrale dell'omogenea associata.

$$\boxed{\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{d^i y(t)}{dt^i} = 0}$$

Nella rete che stiamo analizzando si annullano tutti i generatori quindi i coefficienti a_i non dipendono dalle grandezze forzanti ma dai bipoli e dal loro stato.

Le derivate sono fatte fino al ~~grado~~ ordine n. dipenderà dal numero dei bipoli con memoria contenuti nella rete.

Il grado di libertà è sostanzialmente legato al numero di bipoli che sono dentro alla rete

Non uguale ma dipendente dal numero di bipoli, si chiamano variabili di stato indipendenti che sono minori o uguali al numero di bipoli con memoria nella rete, tenendo conto che alcune non influiscono perché dipendenti da altri stati (parallelo di L o serie di C).

$y_o(t) =$

$$\sum_{i=0}^{n} a_i s^i = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_i s^i + \underbrace{a_0 s_0}_{\text{ricordarsi del termine in zero}} = 0$$

Teorema fondamentale dell'algebra. in generale, in campo complesso, il numero delle radici è uguale al grado dell'equazione stessa e tra di loro sono complesse e coniugate due a due.

1) Vediamo i diversi casi: le radici posso essere nulle $s_i = 0$, reali pure $s_i = \delta_i$ oppure immaginarie pure $s_i = j\omega_i$

2) $s_i = j\omega_i$ $\quad s_{i+1} = -j\omega_i$ $\quad s_i = \delta_i + j\omega_i$ $\quad s_{i+1} = \delta_i + j\omega_i$

3) Se ho $s_i \neq 0$ le radici possono essere multiple, con $z_i = 0$ son sempre multiple

4) Il numero delle radici contate con la loro molteplicità sono pari al grado dell'equazione, ovvero sono n.

Se n_r son le radici reali e n_c sono le radici complesse allora il numero totale di radici è

$$\boxed{n = n_r + 2 \cdot n_c}$$

numero atteso di radici

perché le n_c sono accompagnate dal coniugato sempre

Le soluzioni sono chiamate: modi naturali normali, ovvero si lascia che la rete evolva secondo la sua natura.

Ci sono modi unidirezionali e modi pseudo armonici.

MODI UNIDIREZIONALI $\Longleftrightarrow$ RADICI REALI $\quad y_{i0}(t) = Y_i e^{\delta_i t}$

$\delta_i > 0$ exp crescente

$\delta_i < 0$ exp decrescente

molteciplità K

$$\begin{cases} y_{i1}(t) = Y_i e^{\delta_i t} \\ y_{i2}(t) = K_i t \, e^{\delta_i t} \\ \vdots \\ y_{iK}(t) = K_{i(K-1)} t^{K-1} e^{\delta_i t} \end{cases}$$

MODI PSEUDO ARMONICI ⟶ $s_i = \sigma_i \pm j\omega_i$

$$y_i(t) = \underbrace{e^{\sigma_i t}\Big[\big(\underset{\uparrow \text{ del seno}}{Y_{si}} \sin(\omega_i t) + \underset{\uparrow \text{ del coseno}}{Y_{ci}}(\cos \omega_i t)\Big]}_{\text{Rappresenta la forma di due sinusoidi}}$$

RADICI DELL'EQUAZIONE CARATTERISTICA

FREQUENZE GENERALIZZATE PROPRIE DELLE RETE ω_i dipendono, nell'omogenea associata, soltanto dai bipoli con memoria all'interno della rete

Esistono anche dei resistori attivi che hanno caratteristica nel II° e III° quadrante

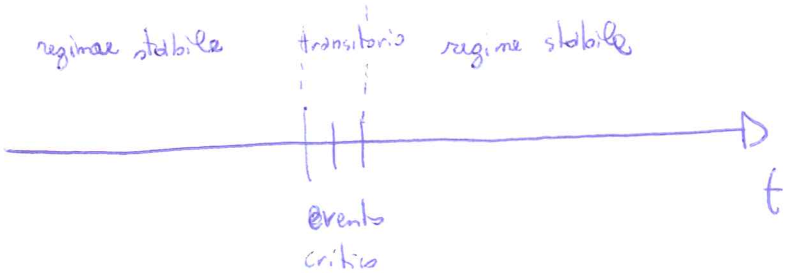
Se la rete contiene solo bipoli resistivi (passivi), capacitivi, induttivi, la parte reale (dell'equazione caratteristica) può essere NON NEGATIVA, quindi o nulle o ~~maggiore~~ minore di zero

la rete è con parte reale ... $=0$ oppure <0

$=0$ stabile

<0 assolutamente stabile (il regime variabile è transitorio)

quindi la rete passa da un regime stabile a un altro stabile attraverso un transitorio.



Con $\sigma_i < 0$ o uguale a 0 siamo in stabilità o in assoluta stabilità

con $\sigma_i > 0$ la rete è instabile.

invece di radici è preferibile ragionare in termine di costante di tempo

$$\boxed{T_i = -\frac{1}{S_i}} \qquad y = M_i e^{-\frac{t}{T_i}}$$

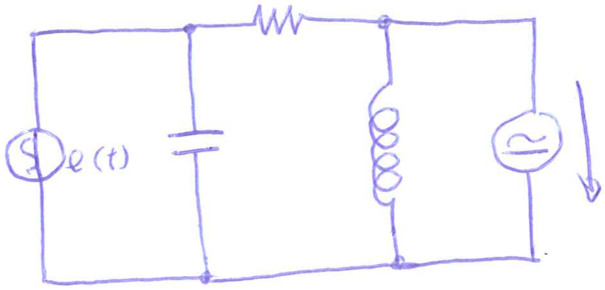
Rimane il problema di trovare le costanti di integrazione che sono dipendenti dalle condizioni iniziali

Come si trovano le costanti di integrazioni?

Si impongono le condizioni iniziali, tante quante sono le soluzioni e le costanti di integrazione.

Domande esercizi. Rete L-C con termine forzante sinusoidale.
avrai due radici complesse coniugate
puramente immaginarie.

Prof. Sieni 14/05/2012



Trovare $V_r(t)$

$\bar{E} = 150\sqrt{3}\, e^{j\frac{\pi}{4}}$

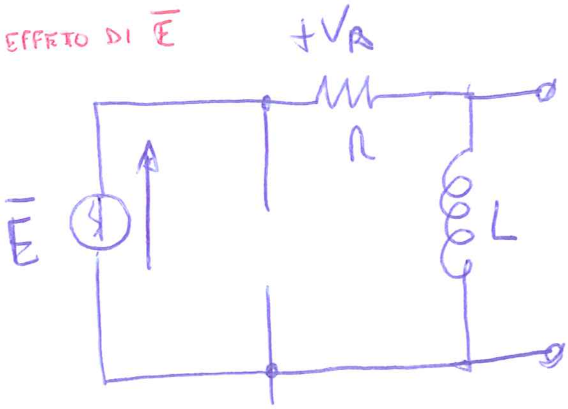
$\bar{J} = 10 e^{j\frac{-3}{3}\pi}$

$X_L = 15\sqrt{3}\,\Omega \quad X_C = -10\,\Omega$

$e(t) = 150\sqrt{3}\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) = 150\sqrt{3}\sqrt{2}\,\text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$

$J(t) = 10\sqrt{2}\,\text{sen}\left(\omega t - \frac{3}{4}\pi\right)$

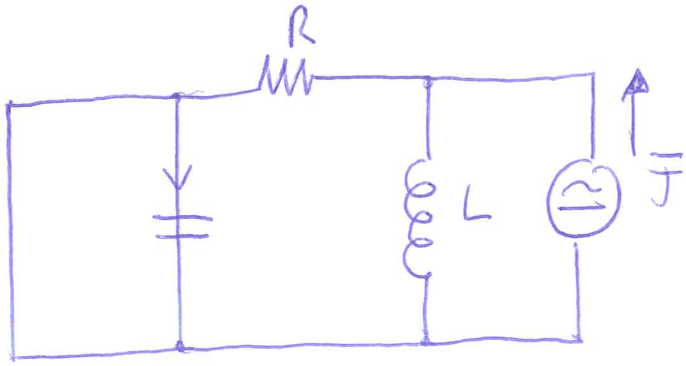
EFFETTO DI $\bar{E}$



$$\bar{V}_R\Big|_{\bar{E}} = \bar{E}\,\frac{R}{\dot{Z}_L + R} = \frac{R}{jX_L + R}$$

$$= 75\sqrt{3}\, e^{-\frac{\pi}{12}j}$$

EFFETTO DI $\bar{J}$



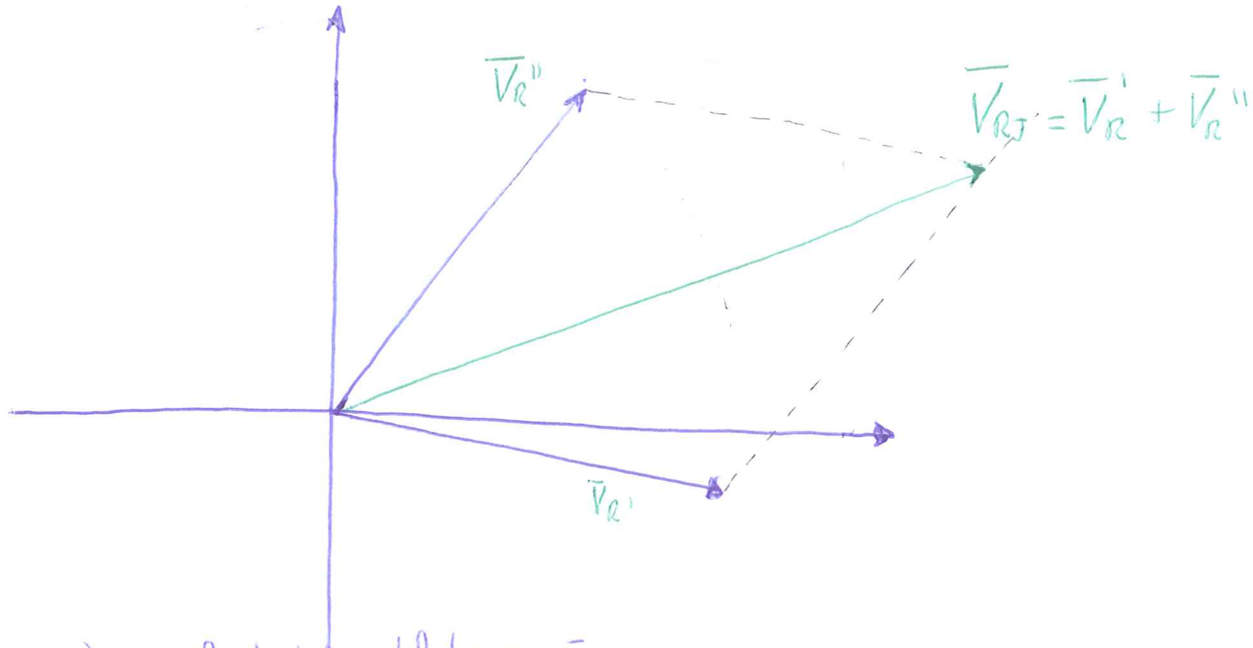
$$\bar{V}_R\Big|_{J} = \bar{J}\left(R /\!/ \dot{Z}_L\right)$$

$$= 75\sqrt{3}\, e^{j\frac{5\pi}{12}}$$

$$\bar{V}_{RJ} = \bar{V}_R' + \bar{V}_R'' = 75\sqrt{3}\, e^{-j\frac{\pi}{12}} + 75\sqrt{3}\, e^{j\frac{5\pi}{12}}$$

$$= 75\sqrt{3}\sqrt{2}\, e^{j\frac{\pi}{6}}$$

vediamo il diagramma fasoriale.



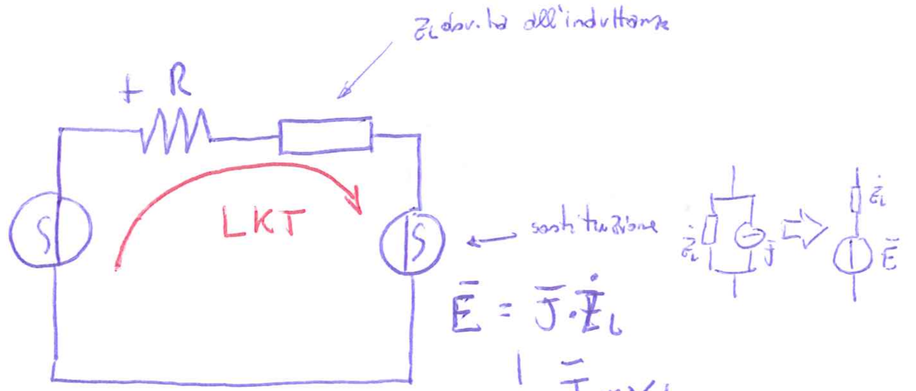
l'espressione nel dominio del tempo è:

$$v_R(t) = 150\sqrt{3}\,\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Risolviamo lo stesso esercizio applicando il teorema di thevenin.

La rete simbolica, sostituendo i bipoli ove possibile, diventa:

Il condensatore è in parallelo e dato che sto calcolando una tensione non influisce nel calcolo



$$\bar E = \bar J \cdot \dot Z_L \overset{!}{=} \bar J\, jX_L$$

La LKT è $\boxed{-\bar E + R\bar I + jX_L\bar I + \bar E_J = 0}$

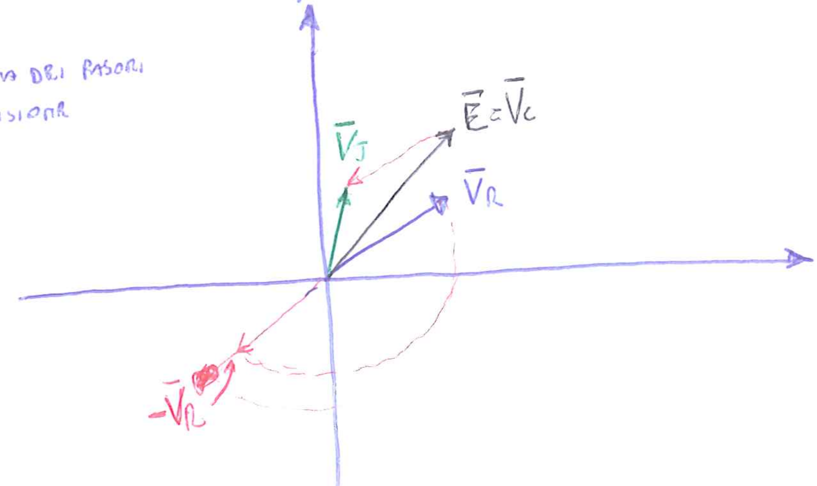
da cui ricaviamo la $\bar I$ che vale:

$$\boxed{\bar I = \frac{\bar E - \bar E_J}{R + jX_L} = 5\sqrt{3}\sqrt{2}\, e^{j\frac{\pi}{6}}}$$

$$\bar V_R = R\bar I \overset{!}{=} 75\sqrt{3}\sqrt{2}\, e^{j\frac{\pi}{6}}$$

Vediamo anche in questo caso il diagramma fasoriale per tensioni e correnti

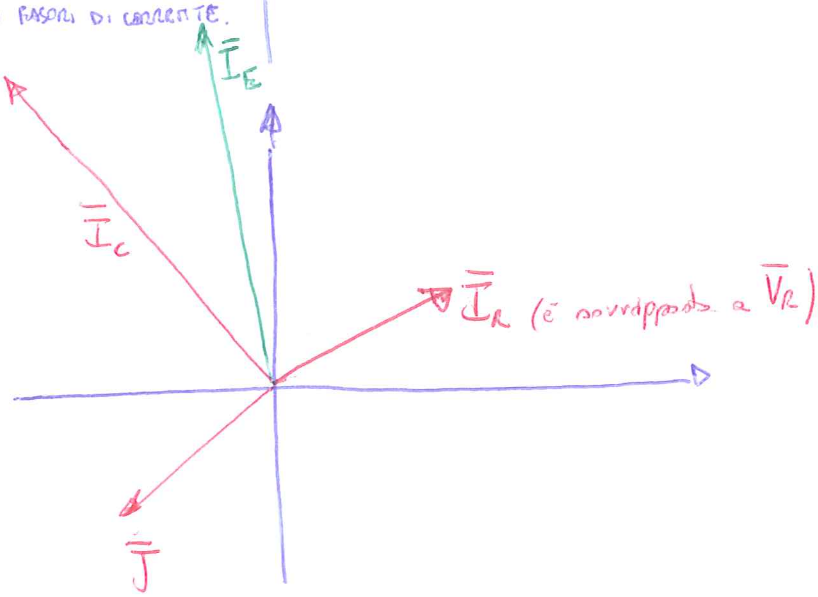
DIAGRAMMA DEI FASORI DI TENSIONE



$$\bar{V}_J = \bar{V}_L = \bar{E} - \bar{V}_R$$

Prima ricavo $-\bar{V}_R$ e poi sommo vettorialmente ottengo il fasore Verde

DIAGRAMMA DEI FASORI DI CORRENTE.



$$\bar{I}_C = \frac{\bar{V}_C}{\dot{Z}_C} = \frac{\bar{E}}{\dot{Z}_C} = \frac{150\sqrt{3}\, e^{j\frac{\pi}{4}}}{-j10} = \frac{150\sqrt{3}\, e^{j\frac{\pi}{4}}}{10\, e^{j\frac{\pi}{2}}} = 15\sqrt{3}$$

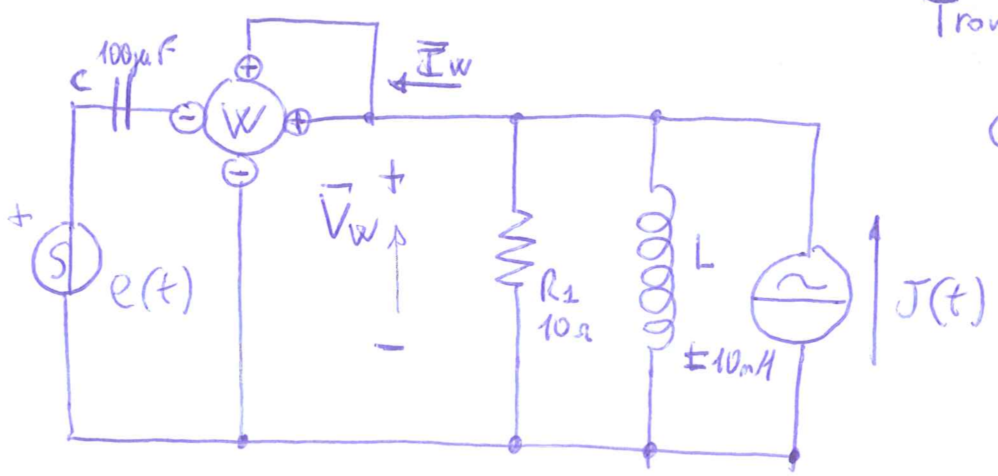
$$\boxed{\bar{I}_E = \bar{I}_C + \bar{I}_R}$$

Esercizio

ATTENZIONE AI RIFERIMENTI DEL WATTMETRO

Trovare: P_W

Q_E P_E



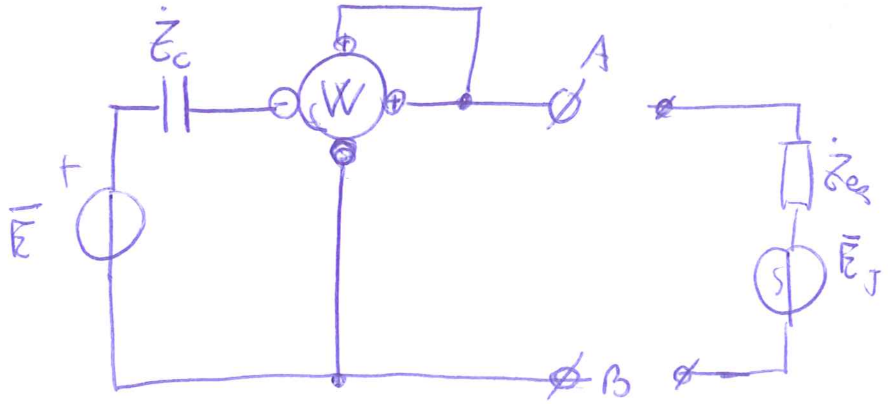
$e(t) = E_M \operatorname{sen}(\omega t + \alpha)$ $J(t) = J_M \operatorname{sen}(\omega t + \beta)$

$\omega = 1000 \frac{rad}{sec}$ $E_M = 40V$ $\alpha = -\frac{\pi}{4}$ rad $J_M = 4\sqrt{2}A$ $\beta = 0$

RICAVIAMO SUBITO I FASORI $\bar{E}$ e $\bar{J}$ dai dati iniziali, con α e β dati

$\bar{E} = \frac{40}{\sqrt{2}} e^{J-\frac{\pi}{4}}$ $\bar{J} = 4 e^{J0} = 4 + J0$

Utilizziamo il teorema di thevenin applicato ai morsetti A-B



$\dot{Z}_{eq} = R // \dot{Z}_L = \frac{R \cdot \dot{Z}_L}{R + \dot{Z}_L} = 5(1+J)$

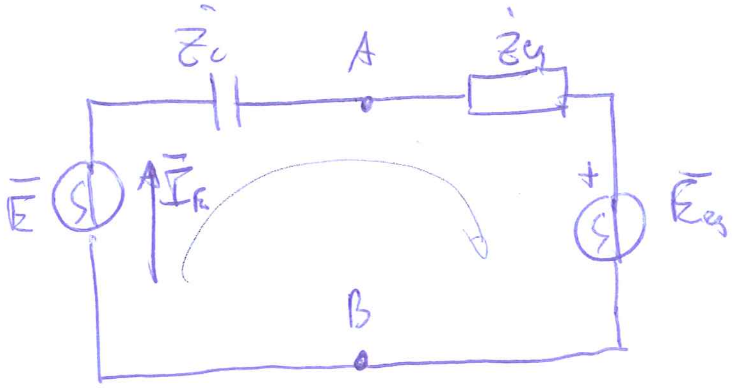
$\bar{E}_{eq} = \bar{J} \dot{Z}_{eq} = 20(1+J) = \frac{40}{\sqrt{2}} e^{J\frac{\pi}{4}}$

$X_L = \omega L = 1000 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 10 \Omega$

USIAMO LKT

$\dot{E} + \dot{Z}_c \bar{I}_W + \dot{Z}_{eq} \bar{I}_W - \bar{E}_{eq} = 0$

$\bar{I}_W = \frac{-\bar{E} + \bar{E}_{eq}}{\dot{Z}_c + \dot{Z}_{eq}} = 4(-1+J) = 4\sqrt{2} e^{J\frac{3}{4}\pi}$



$$\bar{V}_W = \bar{E} + \dot{Z}_c \bar{I}_W = 60 + J20$$
$$\stackrel{!}{=} (60 + J20)$$

LKT

Vediamo come calcolare la potenza attiva. Partiamo dalla complessa $\mathring{A}$

$$\mathring{A} = \bar{V}_W + \check{I}_W = P_W + JQ_W$$
$$\stackrel{!}{=} (60 + 20J)\,4(-1-J) = -160 - 320J \Rightarrow \text{separo ATTIVA e REATTIVA}$$

$P_W = -160$ W

Poi troviamo P_E e Q_E a partire dalla complessa $\mathring{A}$

$$\boxed{\bar{I}_E = -\bar{I}_W}$$

$$\mathring{A}_E = \bar{E} \cdot \check{I}_E = 160 + J0$$

$P_E = 160$ WATT

$Q_E = \emptyset$ VAR

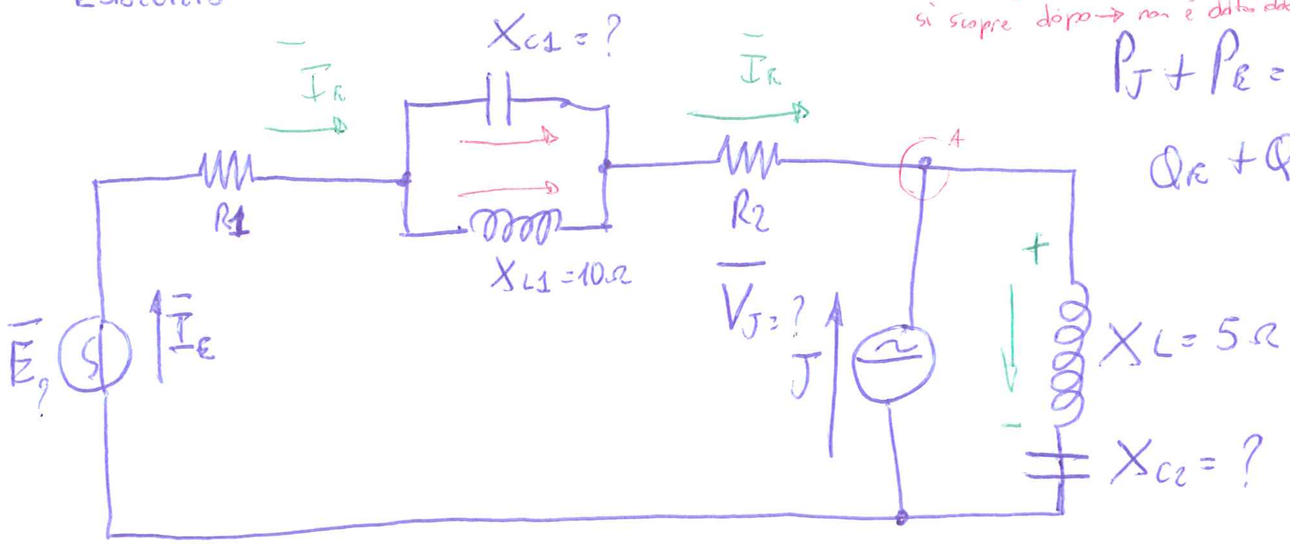
Ora va tracciato il diagramma de fasori.

Esercizio

I due X_{C_1} e X_{L1} sono in risonanza ma si scopre dopo → non è dato dall'esercizio

$P_J + P_E = 0\ W$

$Q_E + Q_J = -500\ VAR$



$R_1 \neq R_2 \neq 0 \qquad \bar{I}_{L1} = (5 + j\emptyset)A \qquad \bar{V}_{L2} = (25 + j\emptyset)\,[V]$

Si ragiona a partire dalle potenze

Le R assorbono potenza attiva. R_1 e R_2 sono in serie e quindi la stessa corrente. vale per le R:

$$P_J + P_E = P_{R1} + P_{R2} = R_1 \bar{I}_R^2 + R_2 \bar{I}_R^2$$

$$\overset{!}{=} \bar{I}_R^2 (R_1 + R_2)$$

$\overset{!}{=}$ implica che $I_R = 0$ dato che la somma $P_J + P_E = 0$.

$$P_E = \bar{E}\,\bar{I}_E \cos\varphi = 0 \quad \text{perché } \bar{I}_E = 0$$

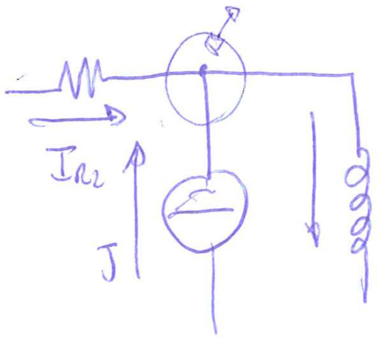
$$Q_E = \bar{E}\,\bar{I}_E \operatorname{sen}\varphi = 0\ VAR$$

quindi $Q_J = -500\ VAR$.

$P_J = 0$

$$\bar{I}_{L2} = \frac{\bar{V}_{L2}}{\bar{Z}_{L2}} = \frac{\bar{V}_{L2}}{jX_{L2}} = \frac{25}{j5} = -j5A$$

Applichiamo LKC sul nodo A



$$-\bar{I}_{R_2} - \bar{J} + \bar{I}_{L2} = 0$$

$$\boxed{\bar{J} = +\bar{I}_{L2} - \bar{I}_{R_2}} = -J5[A]$$

dalla pot complessa $\dot{A} = P_J + JQ_J = \bar{V}_J \check{I}_J$

quindi: $V_J = \dfrac{P_J + JQ_J}{\check{I}_J} = \dfrac{-500J}{5J} = -100$ Volt.

$J = -J5A \qquad V_J = (-100 + J0)$ volt

con $\bar{V}_J$ possiamo calcolare $\bar{V}_{C2}$ con la LKT

$$\bar{V}_J = \bar{V}_{XL2} + \bar{V}_{C2} \quad \text{da cui} \quad \bar{V}_{C2} = \bar{V}_J - \bar{V}_{XL}$$

$$= (-100 + J0) - (20 - J0)$$

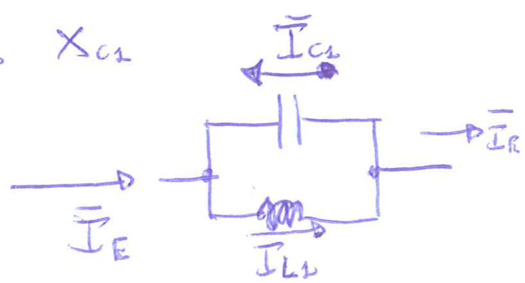
$$= -125 [V]$$

$\bar{V}_{C2} = \dot{Z}\bar{I}_{C2}$

$$\boxed{\dot{Z}_{C2} = \frac{\bar{V}_{C2}}{\bar{I}_{C2}} =}$$

Per calcolare la X_{C2} basta dividere per J

Calcoliamo X_{C1}



applico LKC
$\bar{I}_R = 0$ quindi
$\bar{I}_{C1} = +\bar{I}_{L1}$

Possiamo trovare la tensione ai capi del gruppo LC

$\bar{V}_{L1} = \bar{V}_C$ perché sono in parallelo

$$\bar{V}_{CL} = J10\,(5 + J0) = 50J$$

quindi $X_{C1} \Rightarrow \quad X_{C1} = \dfrac{\bar{V}_{C1}}{J\bar{I}_C} = -10\Omega$

Manca la tensione di $\bar{E}$

$\bar{E}$ la calcoliamo con la LKT

$$-\bar{E} + (R_1 + R_2)\bar{I}_R + \bar{V}_{XL1} + \bar{V}_J = 0$$

$$\bar{E} = \underbrace{(R_1 + R_2)\bar{I}_R}_{\text{vale zero}} + \bar{V}_{XL1} + \bar{V}_J = 0$$

$$= 0 - 100 + 5J - 100 + J0 = -200 + 50J$$