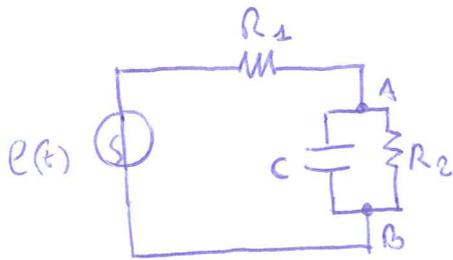


Esercizio impostato (ing. <sup>CONTINUITA'</sup>CONTINUITA') trovare la potenza trasmessa alla porta A-B del circuito in figura operante a 90KHz



$$e(t) = 400\sqrt{2} \sin(\omega t - \pi)$$

$$R_1 = 20 \Omega$$

$$R_2 = 50 \Omega$$

$$C = 10000 \mu\text{F}$$

Soluzione: si applica il teorema di Thevenin dopo avere ricavato la rete simbolica.

si sintetizza il carico della porta A-B con il parallelo delle impedenze  $\dot{Z}_C$  e  $\dot{Z}_{R2}$ .

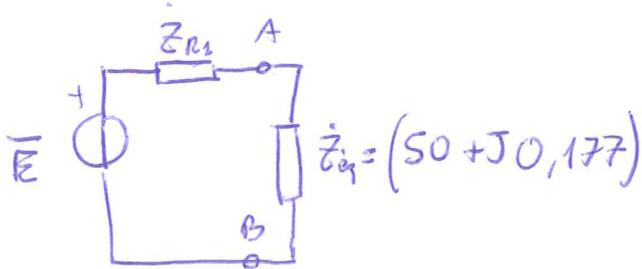
$$\omega = 2\pi f = 6,28 \cdot 90 = 565,48 \left[ \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$$

$$\dot{Z}_{R2} = 50 \Omega$$

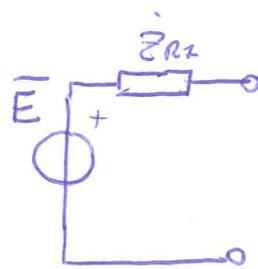
$$\dot{Z}_{R1} = 20 \Omega$$

$$\dot{Z}_C = \frac{j1}{\omega C} = \frac{j1000000}{(565,48 \cdot 10000)} = j0,177 \Omega$$

$$\bar{E} = 400 (\cos \pi - j \sin \pi) = -400 [V]$$



⇒



- L'impedenza della rete vista dalla porta carico con  $\dot{Z}_{R2}$
- Il generatore a vuoto corrisponde con  $\bar{E}$

Ricollego il carico e studio la maglia. Franco

quindi la corrente  $\bar{I}$  e ne calcolo il conjugato  $\bar{I}$

poi si esegue il calcolo della potenza complessa  $\bar{A} = \bar{V}_{AB} \bar{I}$

$$\text{con } \bar{V}_{AB} = \frac{\bar{E}}{\dot{Z}_{R2} + \dot{Z}_{eq}} \cdot Z_{eq} = \frac{-400 \cdot (50 + j0,177)}{20 + (50 + j0,177)} = \frac{-20 - j70,8}{(70 + j0,177)}$$

quindi  $\bar{V}_{AB} = (-285,71 - j0,288)$

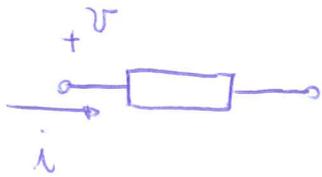
la corrente vale:  $\bar{I} (Z_{tot}) - \bar{E} = 0 \quad \bar{I} = \frac{\bar{E}}{\dot{Z}_{tot}} = \frac{-400}{70 + j0,177} = (-5,71 + j0,0144)$

$$\bar{A} = (-285,71 - j0,288) (-5,71 - j0,0144) = (1631 + j5,758) = (-5,71 + j0,0144)$$

la potenza trasmessa  $1631 \text{ WATT}$  e  $5,758 \text{ VAR}$ , e la risposta all'esercizio.

La volta scorsa si è introdotta la nozione dei bipoli resistivi induttivi e condensatori.  
Sono questi tre bipoli che sono sempre inseriti negli esercizi.

La potenza reale attiva sui bipoli deve essere capito a colpo d'occhio in segno e valore.



L'impedenza la rappresentiamo solo con un rettangolo  
sarà quindi lo sfasamento di corrente e tensione  
definerà il comportamento ohmico o capacitivo  
vale solo per bipoli passivi

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \alpha)$$

$$\bar{V} = V e^{j\alpha}$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \beta)$$

$$\bar{I} = I e^{j\beta}$$

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V}{I} e^{j(\alpha - \beta)}$$

Il modulo è il rapporto tra i valori efficaci della tensione e della corrente mentre l'argomento (fase) è la differenza degli argomenti. È quindi un operatore complesso che mostra due relazioni, una relativa ai moduli visti come rapporti dei valori efficaci, mentre l'argomento esprime un angolo.

L'argomento può assumere qualsiasi valore fra 0 e  $2\pi$ ? NO!!!  
ma solo  $\pm \frac{\pi}{2}$

La definizione parte dalla proprietà di PASSIVITÀ

$$P = VI \cos \varphi \geq 0 \quad \text{quindi} \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq +\frac{\pi}{2}$$

L'impedenza ha quindi un argomento che può avere qualsiasi angolo fra 0 e  $\pm \frac{\pi}{2}$

È il secondo operatore complesso che troviamo. Il primo era

la potenza complessa che indichiamo con il puntino e non con la barretta.

L'impedenza non è derivata da una funzione del tempo ma è una grandezza intrinseca del bipolo in esame. Significa che quando il rapporto dei fasori  $\frac{\bar{V}}{\bar{I}}$  apparisce la parte  $\omega t$ , ovvero è indipendente dal tempo. (Se moltiplica per il complesso coniugato sparisce anche il  $J\omega$  e denominatore  $\rightarrow J\omega t$  va a zero)

L'OPERATORE COMPLESSO IMPEDENZA PUÒ ESSERE ESPRESSA SIA IN COORDINATE POLARI CHE CARTESIANE

$$\dot{Z} = \overset{\text{modulo}}{Z} (\cos \varphi + J \sin \varphi) = \underset{\text{modulo}}{Z_R} + J \underset{\text{modulo}}{Z_{im}}$$

$$Z = \sqrt{Z_R^2 + Z_{im}^2}$$

$$Z_R = Z \cos \varphi \quad Z_{im} = Z \sin \varphi$$

$$\varphi = \arctan \frac{Z_{im}}{Z_R}$$

Attenzione se l'argomento venisse, ad esempio  $\frac{2}{3}\pi$ , quell'operazione non può essere un'impedenza dato che deve essere compresa fra  $\pm \frac{\pi}{2}$  come argomenti.

Vediamo per le potenze:

Ricordarsi che moltiplicare un complesso per il suo complesso coniugato dà un reale che è il quadrato del modulo.

$$\dot{A} = \bar{V}\dot{I} = \dot{Z}\bar{I}\dot{I} = \dot{Z}I^2 = Z_R I^2 + J Z_{im} I^2 = P + JQ$$

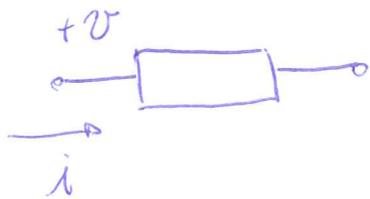
Quindi: Alla parte reale dell'impedenza è associata la dissipazione della pot. Attiva.

Alle parte immaginaria dell'impedenza è associata un assorbimento di potenza reattiva.

Dualmente all'impedenza definiamo l'admettenza.

comode quando si ha a che fare con configurazioni parallele di impedenze. (rappresentabile dentro all'unico rettangolo)

PASSIVO (PER DEFINIZIONE ALTAMENTE COM VALORI)



$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \alpha)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \beta)$$

$$\bar{y} = \frac{\bar{I}}{\bar{V}} = \frac{I}{V} e^{j\varphi'}$$

$$\varphi' = \beta - \alpha$$

con argomenti  $\beta$  e  $\alpha$  in gradi rispetto all'impedenza

$$P = VI \cos \varphi' \geq 0 \quad \text{con angolo ammesso compreso tra } -\frac{\pi}{2} \leq \varphi' \leq \frac{\pi}{2}$$

$\bar{e}$  anche questo un operatore complesso.

Essendo un rapporto in cui compare a numeratore e a denominatore lo stesso fattore  $\sin \omega t$  si semplifica il tempo.

$$= \underset{\text{moduli}}{y} (\cos \varphi' + j \sin \varphi') = \underset{\text{moduli}}{y_R + j y_{im}} \quad y = \sqrt{y_R^2 + y_{im}^2}$$

$$y_R = y \cos \varphi' \quad y_{im} = y \sin \varphi' \quad \varphi' = \arctan \frac{y_{im}}{y_R}$$

valido per le potenze sull'admettenza

$$\dot{A} = \bar{V} \dot{\bar{I}} = (\bar{V} \cdot \dot{\bar{y}} \cdot \bar{V}) = \dot{\bar{y}} V^2 = (y_R - j y_{im}) V^2$$

Tutto coniugato

$$A = \bar{y} V^2$$

$$P = y_R V^2$$

$$Q = -y_{im} V^2$$

↑  
Pot.  
apparente  
(ma c'è il puntino)

# Impedenze e ammettenze elementari

	IMPEDEENZE	AMMETTENZE
R	$Z = R + j0$	$Y = G + j0$
C	$Z = 0 + j\frac{1}{\omega C} = 0 + jX_C$	$Y = 0 + j\omega C = jB_C$
L	$Z = 0 + j\omega L = 0 + jX_L$	$Y = 0 + j\omega L = jB_L$

Impedenza e ammettenza sono reciprocamente inverse, quindi

$$Z = \frac{1}{Y} \quad Y = \frac{1}{Z}$$

Se conosco modulo e argomento  $Z, \varphi$  oppure  $Y, \varphi'$  voglio dire  
passare dall'impedenza all'ammettenza e viceversa

conosco  $Z$  e  $\varphi$

$$Y_R = \frac{\cos \varphi}{Z} \quad Y_I = -\frac{\sin \varphi}{Z}$$

conosco  $Y$  e  $\varphi'$

$$Z_R = \frac{\cos \varphi'}{Y} \quad Z_I = -\frac{\sin \varphi'}{Y}$$

$$Y_R + jY_I = \frac{1}{Z_R + jZ_I} \begin{cases} Y_R = \frac{Z_R}{Z_R^2 + Z_I^2} \\ Y_I = -\frac{Z_I}{Z_R^2 + Z_I^2} \end{cases}$$

$$Z_R + jZ_I = \frac{1}{Y_R + jY_I} \begin{cases} Z_R = \frac{Y_R}{Y_R^2 + Y_I^2} \\ Z_I = -\frac{Y_I}{Y_R^2 + Y_I^2} \end{cases}$$

Tutti i concetti del regime sinusoidale sono stati ottenuti

tutti i principi e i teoremi dello stazionario, vengono riportati al sinusoidale. Non sono molti ma importanti.

Le leggi di Kirchhoff alle tensioni e alle correnti.

$$\sum_{\text{taglio}} \pm i_k(t) = 0 \Leftrightarrow \sum_{\text{taglio}} \pm \bar{I}_i = 0 \quad \text{Si applica ai fasori} \quad \text{non ai valori efficaci}$$

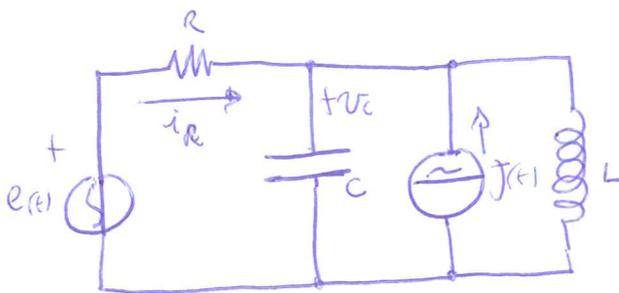
Vietato applicarlo ai valori efficaci. è assurdo

~~$\sum_{\text{taglio}} \bar{I}_i = 0$~~  NO!!! MAH!!  
segno di potenza e quindi parla di somma di valori efficaci  
FALSO  $\sum = 0$

importanti il simbolo di fase

$$\sum \pm v_i(t) = 0 \Rightarrow \sum_{i \in \text{R}} \pm \bar{V}_i = 0 \quad \text{non vale per i valori efficaci}$$

Vediamo un esercizio molto significativa (svolgimento Daghiana)

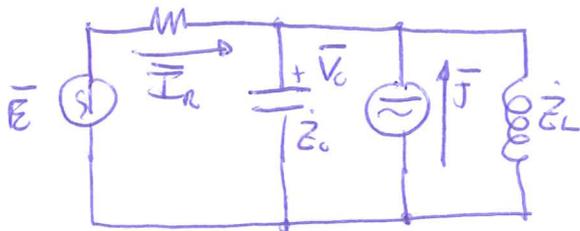


$$R = 25 \Omega \quad L = 50 \text{ mH} \quad \omega = 100 \text{ s}^{-1}$$

$$C = 100 \mu\text{F} \quad i_R(t) = 4 \cos \omega t \quad v_C(t) = 50 \cos \omega t$$

correnti e tensioni sono espresse entrambe in cos.  
 ma questo non è un problema. se fossero misti,  
 allora pure di fare STRETTAMENTE partire tutto a seno o a coseno

Soluzione: Cominciamo RAPPRESENTANDO LA RETE NEL DOMINIO DEI FASORI ovvero traducendo la rete simbolica



$$\bar{I}_R = \frac{4}{\sqrt{2}} e^{j0}$$

$$\bar{Z}_R = R + j0 = (25 + j0)$$

$$\bar{V}_C = \frac{50}{\sqrt{2}} e^{j0}$$

$$\bar{Z}_L = 0 + jX_L = (0 + j50)$$

$$\bar{X}_C = -\frac{1}{\omega C} = -10 \Omega$$

$$\bar{Z}_C = 0 + jX_C = (0 - j10)$$

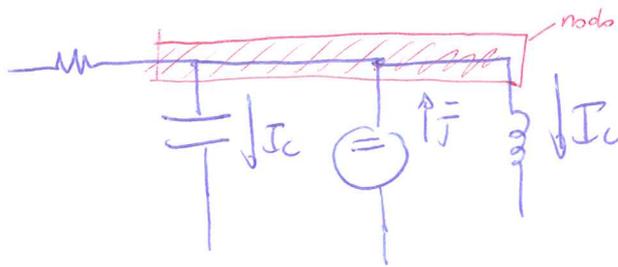
$$\bar{X}_L = \omega L = 50 \Omega$$

$$\bar{E} - \bar{V}_R - \bar{V}_C = 0 \quad V_R = \bar{Z}_R \cdot \bar{I}_R = R \cdot \bar{I}_R \quad \text{in termini positivi } \Rightarrow 25 e^{j0} \cdot \frac{4}{\sqrt{2}} e^{j0} =$$

$$= \frac{100}{\sqrt{2}} e^{j0} \quad \text{quindi la } V_R \text{ è definita}$$

$$\bar{E} = \bar{V}_R + \bar{V}_C = \frac{100 e^{j0}}{\sqrt{2}} + R \bar{I}_R = \frac{150}{\sqrt{2}} + j0 = \frac{150}{\sqrt{2}} e^{j0}$$

realizziamo le correnti, facciamo una LKC



$$\bar{I}_R - \bar{I}_C + \bar{J} - \bar{I}_L = 0$$

$$\bar{J} = -\bar{I}_R + \bar{I}_C + \bar{I}_L$$

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{V}_C}{\bar{Z}_C}$$

Il rapporto lo gestisco meglio in coordinate polari, quindi

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{V}_C}{\bar{Z}_C} = \frac{50 e^{j0}}{10 e^{j-\pi/2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{2}}$$

si vede che  $e^j$  in generalità è in quadratura in anticipo rispetto  $V_C$  quindi giusta dato che è un condensatore

Lo  $\bar{I}_L$  si calcola in maniera analoga, di fatto  $\bar{Z}_C$  e  $\bar{Z}_L$  sono in parallelo.

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{V}_C}{\bar{Z}_L} = \frac{50 e^{j0}}{50 e^{j\pi/2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

nell'induttanza si vede che questa volta la corrente  $e^j$  in ritardo di  $\frac{\pi}{2}$  quindi è giusto.

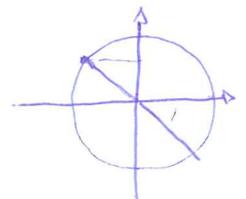
Le somme le gestiamo in coordinate cartesiane.

$$\bar{J} = \left(-\frac{4}{\sqrt{2}} - j0\right) + \left(0 + j\frac{5}{\sqrt{2}}\right) + \left(0 - j\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= -\frac{4}{\sqrt{2}} + j\frac{4}{\sqrt{2}}$$

mettiamo in coordinate polari =  $4 e^{j\frac{3}{4}\pi}$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{4/\sqrt{2}}{-4/\sqrt{2}}\right) = -45^\circ$$



Adesso anti trasformo:

$$\bar{E} = \frac{150}{\sqrt{2}} e^{j0}$$

$$\bar{J} = 4 e^{j\frac{3}{4}\pi}$$

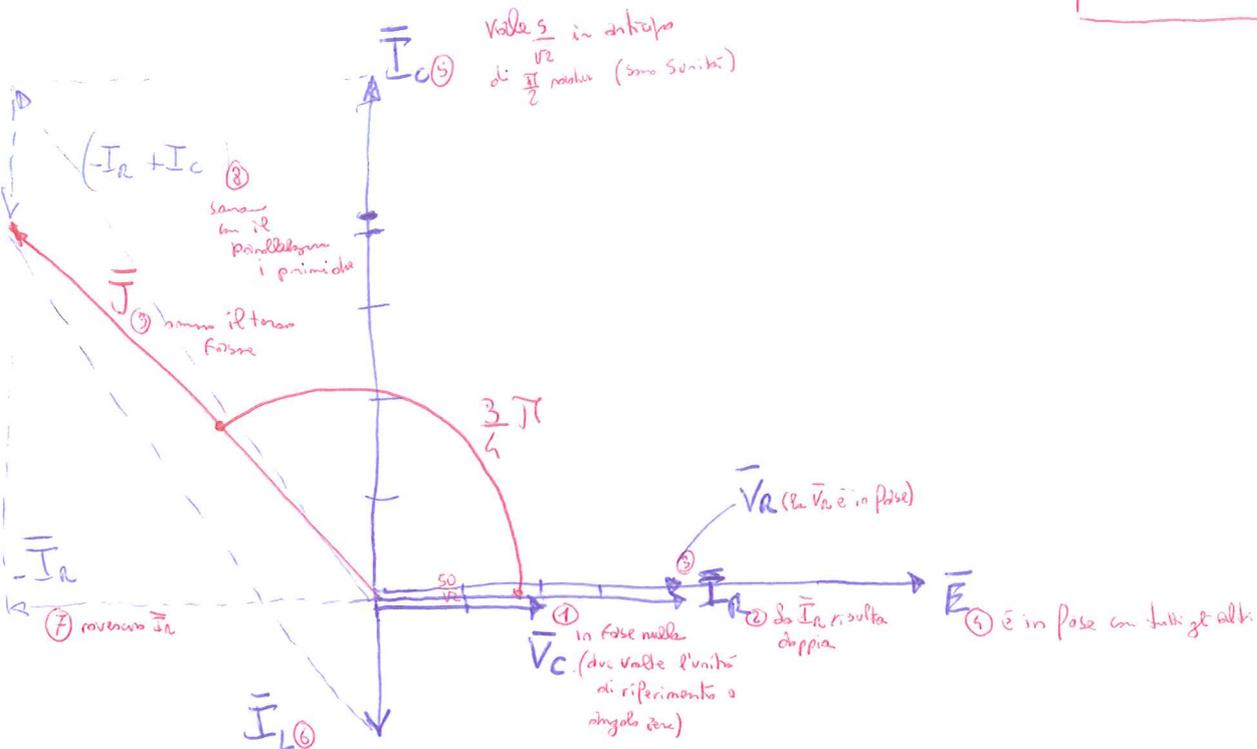
$$e(t) = 150 \cos(\omega t)$$

$$J(t) = 4\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{3\pi}{4}\right)$$

Vediamo il diagramma fasoriale. seguire i numeri cerchiati ① fino a ⑨

Il fasore deve avere proporzioni e angoli corretti, quindi gli angoli e i moduli sono significativi. Si tratta di un disegno che contiene informazioni tecniche

$$\vec{J} = -\vec{I}_R + \vec{I}_C + \vec{I}_L$$



riferimenti proporzionale

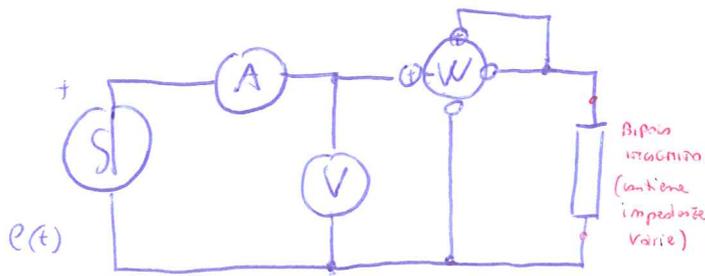
$$| \text{---} | = \frac{2S}{\sqrt{2}} \text{ (Val)}_1$$

$$| \text{---} | = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ [A]}$$

Il diagramma fasoriale è utile come verifica dei calcoli fatti dato che restituisce in maniera grafica e visiva anche le fasi e non solo i rapporti tra i moduli.

SINTESI DI IMPEDENZA

Il bipolo è alimentato in sinusoidale ed è controllato dai tre strumenti a valore efficace.



Cosa misurano?

Nel caso dell'amperemetro e voltmetro non ci sono i riferimenti perché il valore efficace è un numero sempre positivo.

Il valore efficace è un numero sempre positivo  
 lo strumento a valore efficace non ha quindi bisogno di identificare i suoi morsetti

Voltmetro RMS  
 Amperemetro RMS

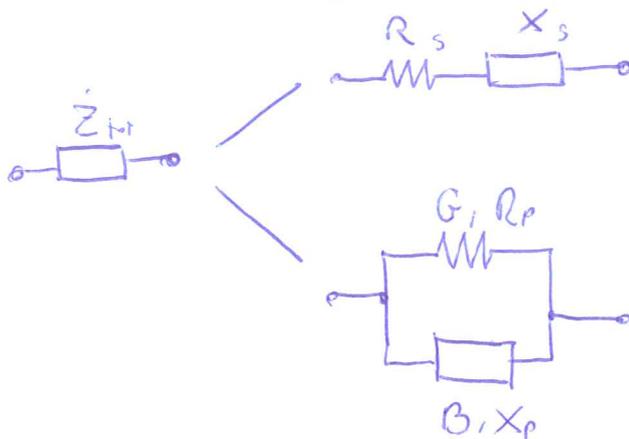
Il wattmetro ha bisogno dei morsetti perché il flusso di potenza è determinato dalla convenzione del carico, in questo caso da utilizzatore.

Il wattmetro misura la potenza attiva  $P_w = VI \cos \varphi = \operatorname{Re}(\bar{V}I)$   
 supponiamo che le misure siano:

$I_w = 5A \text{ eff.}$        $V_v = 120V$        $P_w = 480W$

La mia impedenza la posso pensare costituita da una parte reale (che è di sicuro una R) e una parte reattiva che ne costituisce la parte immaginaria.

Potrà avere una configurazione serie o una parallela



Sintesi: conosco il comportamento e devo a ridurlo i componenti che hanno questo comportamento.

$$\dot{Z} = Z e^{j\varphi} \quad Z = \frac{V}{I} = \frac{V_r}{I_A} = \frac{120}{5} = 24 \, \Omega$$

Per l'angolo, lo ricavo dalla potenza attiva

$$P = VI \cos \varphi \quad \text{ricavo} \quad \cos \varphi = \frac{P}{VI} = \frac{480}{600} = 0,8$$

$$\varphi = \arccos 0,8 = \pm 36,86^\circ$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{se l'angolo è negativo allora l'impedenza è di tipo ohmico capacitivo} \\ \text{se l'angolo è positivo allora l'impedenza è di tipo ohmico induttivo} \end{array} \right.$

ma non posso dire a priori se l'impedenza è di tipo induttiva o capacitiva con questi dati iniziali. (misure iniziali fatte)

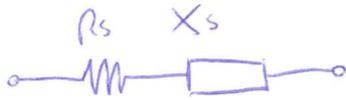
Se avessi un generatore variabile invece si potrebbe scoprirlo.

Supponiamo che aumenti ma la tensione del volmetro resta costante a 120V mentre la corrente  $I_A$  diventa minore e la potenza attiva è pari 480W

quindi il carico era ohmico induttivo perché  $WL$  è aumentata e quindi anche  $Z_L$ . Se aumento l'impedenza diminuisce la corrente, ma la potenza attiva rimane invariata perché la parte resistiva non è influenzata.

Validiamo come ricavare i componenti della sintesi:

Supponiamo di metterci nelle condizioni di sintesi serie.



riavvolgiamo  $X_s$  e  $R_s$ .

$$\cos \varphi = 0,8$$

$$\sin \varphi = 0,6$$

$$R_s = Z \cos \varphi = 19,2 \Omega$$

$$X_s = Z \sin \varphi = 14,4 \Omega$$

$$P = 480 \text{ W}$$

$$R_s I^2 = 480$$

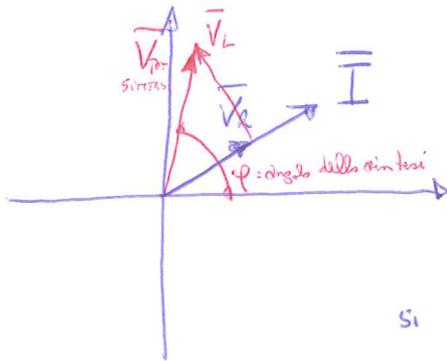
$$R_s = \frac{480}{5^2} = 19,2$$

$$X_s = \frac{Q}{I^2}$$

$$Q = \sqrt{(VI)^2 - P^2}$$

$$X_s = 14,4 \Omega$$

$$X_s = \sqrt{Z^2 - R^2}$$



si è partiti dalla corrente per costruire le due tensioni.

La prossima lezione si vedrà la sintesi parallela.

correzione del compito, fatto un po' al volo.

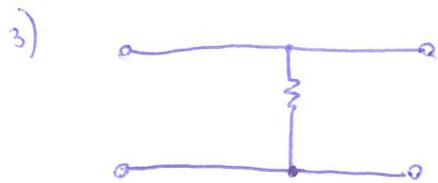
Domanda sul teorema di Thevenin.

Domanda che trattava la potenza

1)  $\Delta \rightarrow \lambda$  ok

2)  $VI = 2000$  w  $\tan \rightarrow \tan$  la potenza media era  $P = \frac{P_{\tan}}{\tan + \tan}$

mentre il lavoro doveva calcolarsi moltiplicando  $P = \frac{P_{\tan}}{\tan + \tan}$  per il tempo di applicazione



si risolverà partendo dalle definizioni: vediamo sul testo la matrice ibrida.

$$g_{11} = \frac{i_1}{V_1} \Big|_{i_2=0}$$

$$h_{11} = \frac{V_1}{i_1} \Big|_{V_2=0}$$

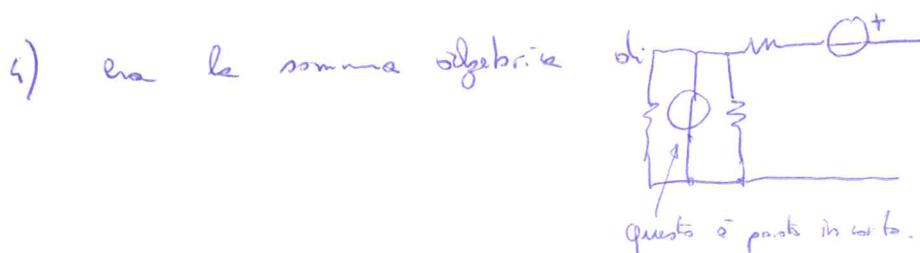
? questo  
 ← va controllato perché non quadrato.

$$g_{12} = \frac{i_1}{i_2} \Big|_{V_1=0}$$

è una forma indeterminata perché c'è un corto

Le matrici ibride non sono definibili (c'è sul testo)

Da un controllo sul testo qualcosa non quadrato.



5) topologia. verificare l'insieme di taglio

6) numero di maglie indipendenti e insieme di taglio ind. Bisogna togliere un nodo.

7) teleguida → non è stato valutato.

Lez. del prof. Dughiero. si inizia dopo una rapida verifica del compito.

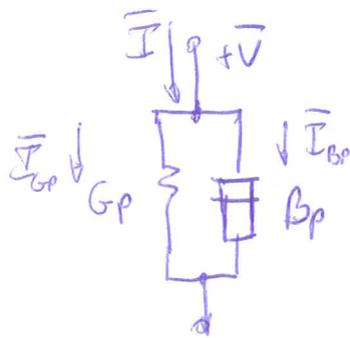
Dughiero ha aperto il gruppo di Facebook Elettrotecnica Dughiero.

Venerdì c'è lezione alle ore 8:30 e non alle 10:30 in aula V6

Ci sarà qualche lezione il sabato mattina.

### SINTESI PARALLELO DELL'IMPEDEZZA

Le sintesi serie e le sintesi parallele sono circuiti genericamente più complessi di due nodi bipoli in serie o in parallelo, ma possiamo ricavarlo da un ragionamento analogo



$$\dot{Y} = \frac{\dot{I}}{\dot{V}} = \frac{I}{V} e^{j\varphi'} = Y e^{j\varphi'}$$

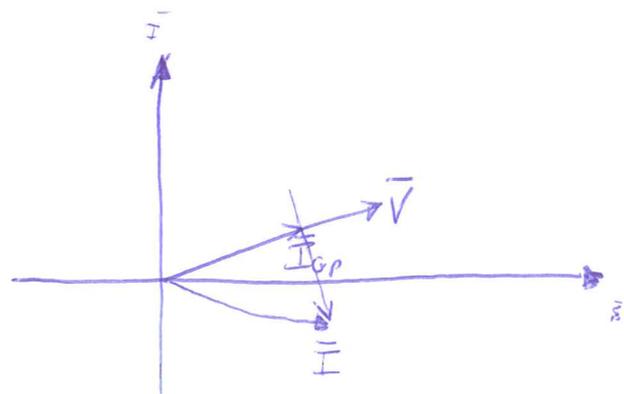
$$G_p = Y_R = Y \cos \varphi'$$

$$B_p = Y_{Im} = Y \sin \varphi'$$

Possiamo ragionare ora in termini di resistenza ed di reattanza

$$R_p = \frac{Z}{\cos \varphi} = \frac{1}{G_p}$$

$$X_p = \frac{Z}{\sin \varphi} = -\frac{1}{B_p}$$



La grandezza comune della sintesi parallela è la tensione e quindi iniziamo l'analisi della tensione applicata.

TEOREMA DI BOUCHEROT vedere pag 426 del testo di Guarnieri.

è l'applicazione del teorema di Tellegen al regime sinusoidale

Conservazione delle potenze in regime sinusoidale.

Opera sulle potenze **COMPLESSE** "si conserva la potenza complessa", ovvero due conservazioni simultanee della potenza attiva e della potenza reattiva"

Si convenzionano tutti i bipoli da utilizzare

e si considera come sistema principale quello dei fasori di tensione  $\bar{V}_h$  che soddisfa LKT

e quello delle correnti coniugate  $\bar{I}_h$  che soddisfa LKC.

si ha:

$$\sum_{\text{node}} \pm \bar{I}_i = 0$$

$$\sum \pm (\bar{I}_{Re} + j\bar{I}_{Im}) = 0$$

$$\sum_{\text{node}} \pm \bar{I}_{Re} = 0$$

$$\sum_{\text{node}} \pm \bar{I}_{Im} = 0$$

$$\sum_{\text{node}} \pm \bar{I}_i = 0$$

Balanci di a de

$$\sum_{h=1}^l \bar{V}_h \bar{I}_h = 0$$

comparsa de  $\sum_{h=1}^l \bar{A}_h = 0$

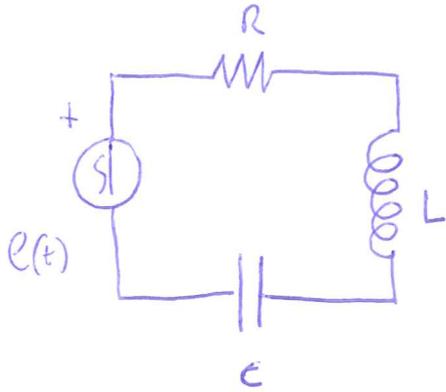
In una rete in regime sinusoidale la potenza complessa si conserva e quindi, convenzionati tutti i bipoli della rete da utili reattori (o da generatori) la somma delle potenze attive su tutti i bipoli e la somma delle potenze reattive su tutti i bipoli valgono entrambi zero.

# LA RISONANZA

È un fenomeno che si verifica in una sintesi sia serie che parallela (per dualità).

Vediamo un esempio di risonanza serie. Il generatore è variabile in frequenza ma non in ampiezza  $E_m = \text{cost.}$   $0 < \beta < \infty$

La risonanza non è solo danno solo e può essere sfruttata.



Si analizza il comportamento del circuito al variare della frequenza

$$\dot{Z} = R + j(X_L + X_C)$$

$$\text{in modulo } Z = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2}$$

$$\angle \dot{Z} = \arctan \frac{X_L + X_C}{R} \text{ in fase.}$$

Alla pulsazione di risonanza il modulo dell'impedenza è il minore possibile e puramente Ohmico

$\omega_0 =$  pulsazione di risonanza

Vediamo come fare comparire la grandezza variabile (frequenza o  $\omega$ ) in questi calcoli

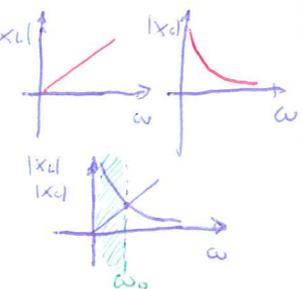
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\angle \dot{Z} = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

studiando queste funzioni in  $\omega$  si potrà arrivare al

fenomeno della risonanza per uno specifico valore di  $\omega$

Moduli delle reattanze induttiva e capacitiva in  $\omega$



$$\frac{1}{\omega_0 C} = \omega_0 L$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (233)$$

Pulsazione di risonanza.

Nel circuito disegnato sopra al variare di  $\omega$

Pulsazione	impedenza	modulo	Argomento	Natura
$\omega \rightarrow 0$	$R - j\infty$	$\infty$	$-\frac{\pi}{2}$	C
$\omega > 0$	$R + jX_C$	$> 0$	$> -\frac{\pi}{2}$	R-C
$\omega = \omega_0$	$R + j0$	R	0	R
$\omega > \omega_0$	$R + jX_L$	$> R$	$> 0$	R-L
$\omega \rightarrow \infty$	$R + j\infty$	$\infty$	$+\frac{\pi}{2}$	L

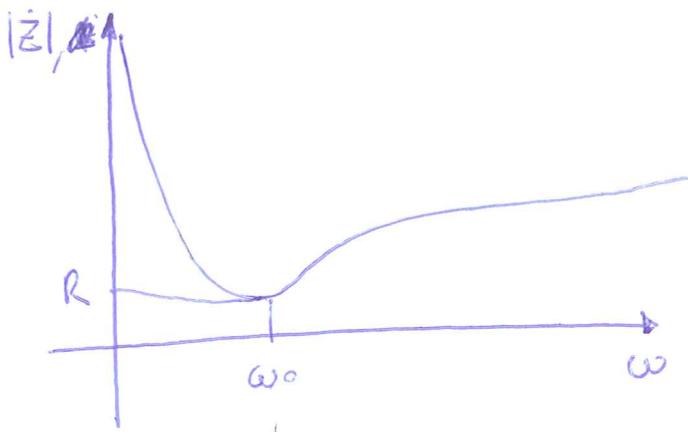


GRAFICO DEL MODULO DELL'IMPEDENZA

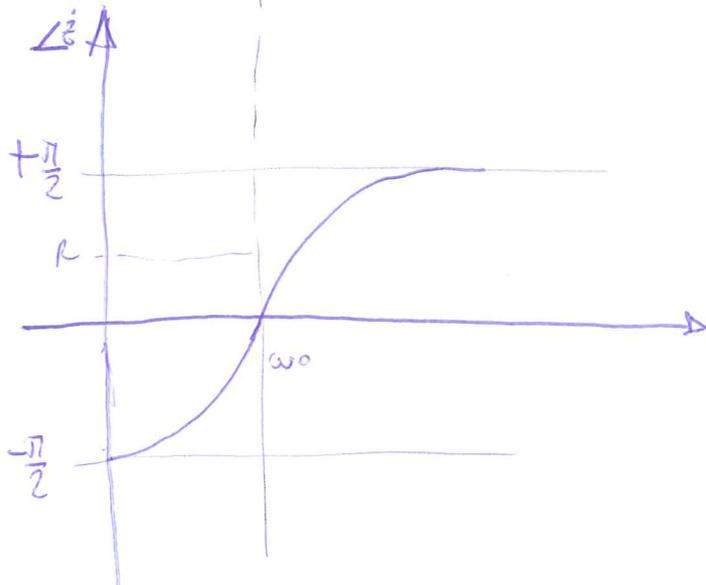
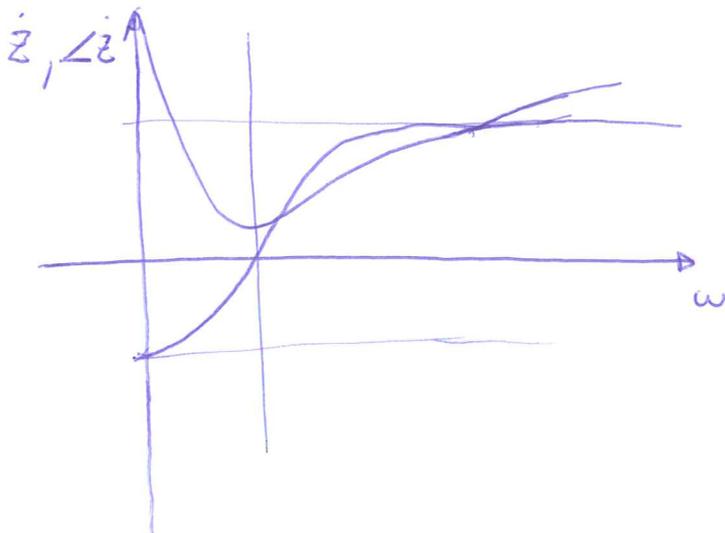


GRAFICO DELLA FASE DELL'IMPEDENZA

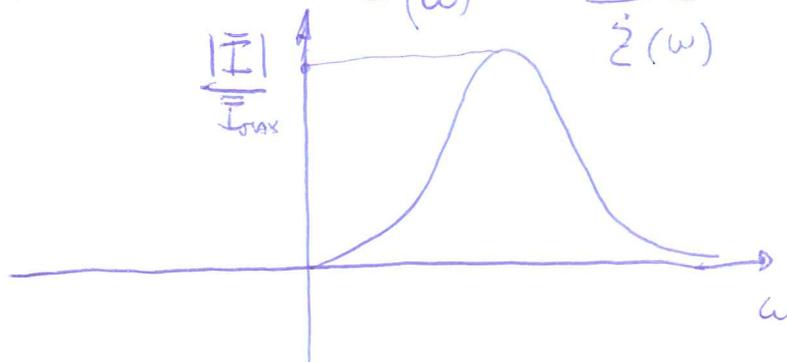
COMPASSO TRA  $-\frac{\pi}{2}$  e  $+\frac{\pi}{2}$



I DUE GRAFICI DI MODULO E FASE  
SOVRAPPosti

La grandezza di risonanza è  $\bar{I}(\omega) = \frac{\bar{E}(\omega)}{\bar{Z}(\omega)}$

$$\frac{|\bar{I}|}{I_{max}}$$

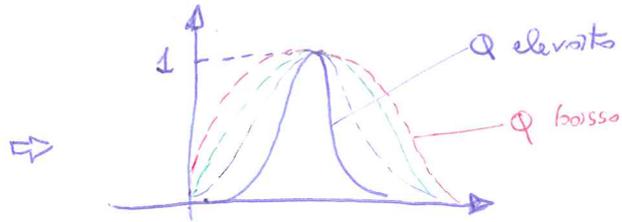
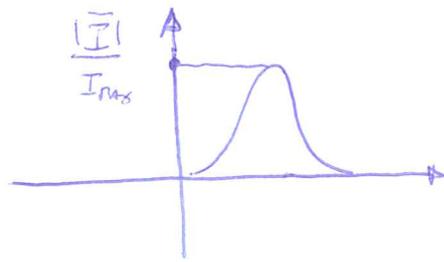


senza la R si  
potrebbe verificare  
un corto alla  $\omega_0$

$$I_{max} = \frac{E_{rms}}{R}$$

Portiamo il rapporto  $\frac{|\bar{I}|}{I_{max}} = 1$

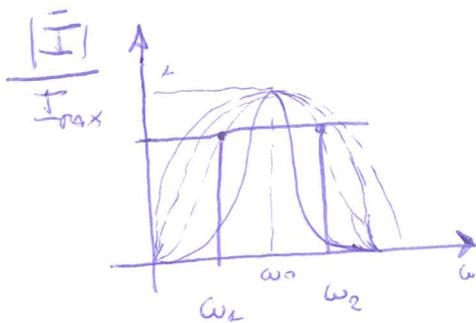
quindi il massimo della curva vale 1



$Q =$  FATTORE DI MERITO

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Si possono fare dei filtri usando dei sensori in grado di tagliare le correnti quando arrivano a un valore massimo.

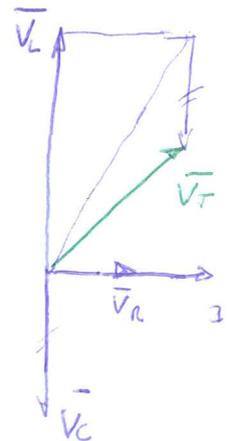
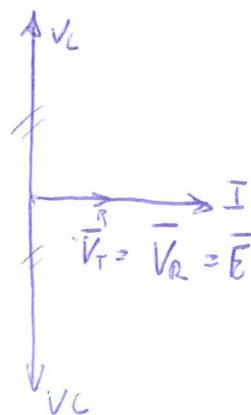
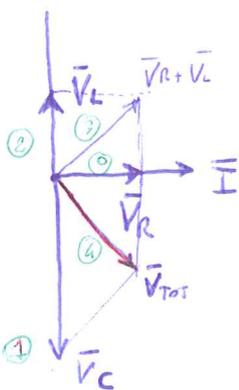


Tracciamo tre diagrammi fasoriali in condizione di risonanza. Si parte, in condizioni serie, dalla corrente

$\omega < \omega_0$

$\omega = \omega_0$

$\omega > \omega_0$



in condizione di risonanza la  $V_L$  vale  $V_L = j\omega_0 L \bar{I} = j\omega_0 L \frac{\bar{E}}{R}$

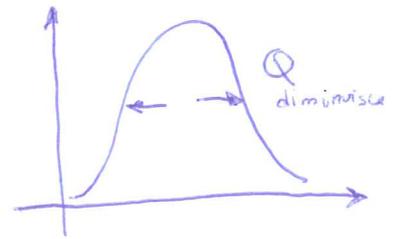
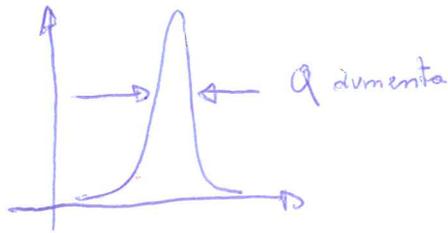
se si guarda il modulo della tensione si nota che in condizione di risonanza le tensioni sono

molto amplificate

$$V_L = Q E$$

$$\bar{V}_C = -j \frac{1}{\omega_0 C} \cdot \bar{I} = -j \frac{1}{\omega_0 CR} \bar{E}$$

$$V_C = Q E$$

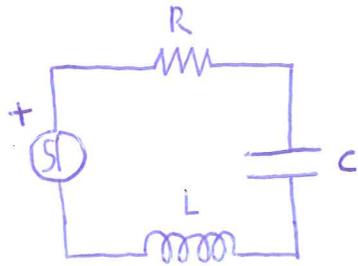


$V_C = Q E$  può portare la tensione applicata ad un condensatore oltre la massima di risonanza e il condensatore scoppia.

Quando si parla di risonanza non confondiamo il fattore di merito  $Q$  con la potenza reattiva.

Si prosegue la spiegazione della risonanza.

$Q =$  fattore di merito

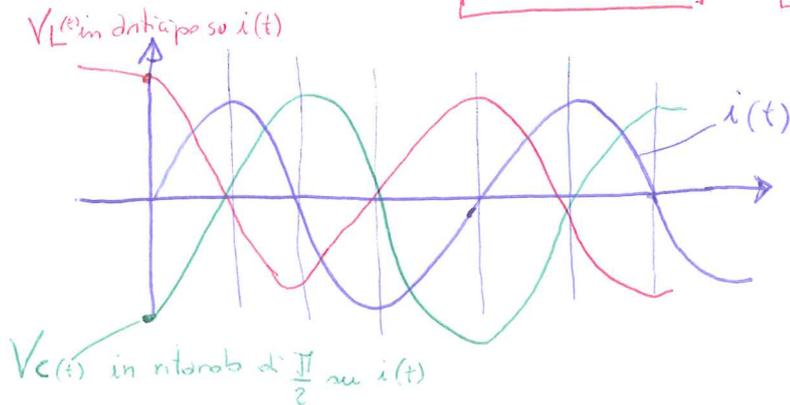


$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$V_L = QE$$

$$V_C = QE$$

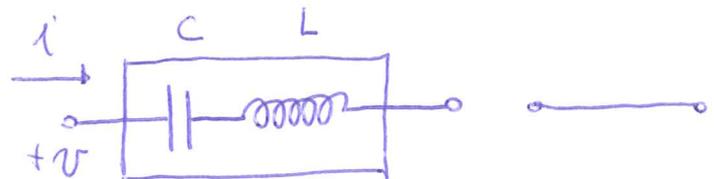


Le potenze istantanee sono in ritardo e in anticipo rispetto a quella delle 'altre' bipoli.

La potenza istantanea segue i ritardi e gli anticipi seguono le tensioni dei bipoli

La potenza istantanea  $V_C(t) i(t) = 0$  è trasparente, sempre nulla

$$V_C(t) i(t) = 0 \quad \forall t$$



si comporta come un

Se la potenza è nulla allora l'energia è costante

nel bipolo  $\rightarrow P(t) = 0 \quad \forall t \quad \rightarrow$  implica  $W(t) = \text{cost}$

risonante serie alla risonanza:

Per tutto il bipolo la potenza è nulla ma per i singoli componenti L e C c'è lo scambio energetico

$$W(t) = \text{cost} = \frac{1}{2} L I_{L\text{max}}^2 = \frac{1}{2} C V_{C\text{max}}^2$$

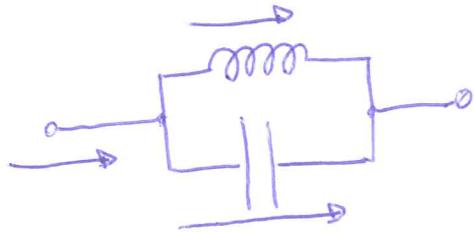
$$P = RI^2 = \frac{E^2}{R} \quad Q=0 \quad \text{La potenza attiva non è nulla.}$$

potenza reattiva

$$Q_L = \frac{V_L^2}{X_L} \quad Q_C = \frac{V_C^2}{X_C} \quad V_L = V_C$$

istante per istante la potenza reattiva risulta nulla ai capi del bipolo LC

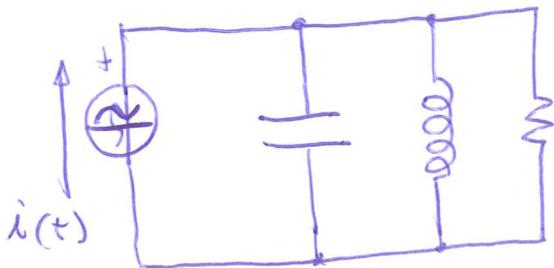
Sviluppiamo il caso duale L-C parallelo detto circuito coppia.



circuito  
CAPPIO

con potenza istantanea nulla perché la corrente risultante è nulla in modulo ma nei singoli bipoli c'è corrente in opposizione di fase

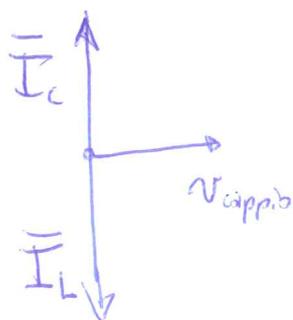
con il circuito da analizzare come vediamo sotto



LA GRANDEZZA RISONANZA  
IN PARALLELO È LA TENSIONE

il diagramma è lo stesso ma è per  $v, i_L, i_C$

in risonanza il coppia LC si comporta come un circuito aperto

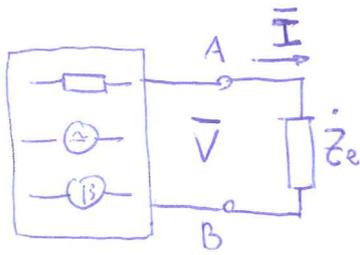


$$\bar{I}_C + \bar{I}_L = 0$$

Ci sono studi in corso per trasmettere la corrente elettrica

senza usare i cavi Witricity. "vedere i circuiti mutualmente accoppiati"

Teorema del massimo trasferimento di potenza cap 16 parte finale.

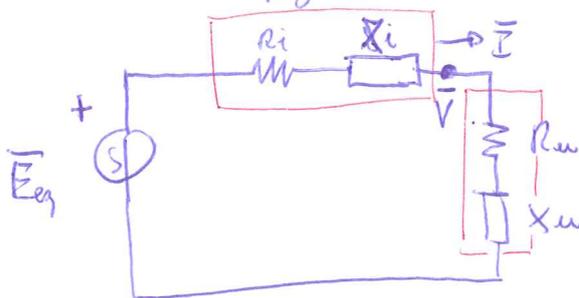


in continuo valore  $\frac{E_e}{4R_i} =$  massimo trasferimento in continua

in alterato vogliamo trasferire la potenza attiva

La rete può essere rappresentata o con la configurazione serie o con una configurazione parallela.

Scegliamo la configurazione serie



$$\bar{I} = \frac{\bar{E}_{eq}}{\bar{Z}_i + \bar{Z}_u} = \frac{\bar{E}_{eq}}{(R_i + R_u) + j(X_i + X_u)}$$

La potenza trasferita al carico è la potenza su  $R_u$  (si parla di attiva)

$$P_{Ru} = R_u I^2 = \frac{R_u E_{eq}^2}{(R_i + R_u)^2 + (X_i + X_u)^2} = \frac{R_u E_{eq}^2}{(R_i + R_u)^2 + (X_i + X_u)^2}$$

Si tratta di una funzione di due variabili, si può fare uno studio di funzioni di due variabili.

Il massimo si ha nei minimi dei due termini al denominatore. il massimo si ha ad esempio per  $(X_i + X_u) = 0$

ne consegue che un massimo lo ha per  $X_u = -X_i$

La parte immaginaria delle due impedenze devono essere uguali ed opposte, ciò si verifica alla condizione di RISONANZA SERIE

La seconda condizione è  $R_u = R_i$

$$P_{Ru, \text{Max}} = \frac{E_{eq}^2}{4R_i}$$

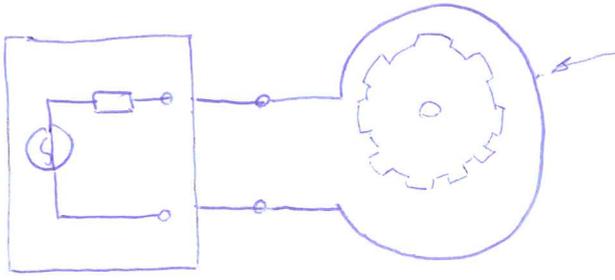
$$X_u = -X_i$$

$$R_u = R_i$$

$$\bar{Z}_u = \bar{Z}_i^*$$

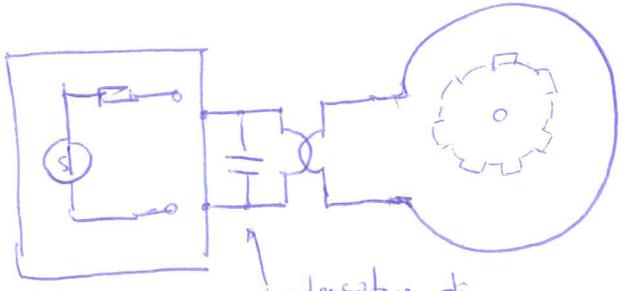
è la condizione di adattamento del carico.

Creare una corrente superficiale per una temp. solo dei denti negli ingranaggi dei cambi delle automobili



Servono  
 $4 \div 5 \text{ KA}$  i conduttori sono quindi dei tubi anche pieni d'acqua di raffreddamento

Per elevare la corrente a quei valori ci vuole un trasformatore



condensatore di adattamento dell'impedenza.

il carico deve vedere rispetto al generatore un'impedenza complessa coniugata.

L'energia per fare funzionare questi processi è molto alta. si può arrivare a alimentazioni di 1,5 megawatt.

