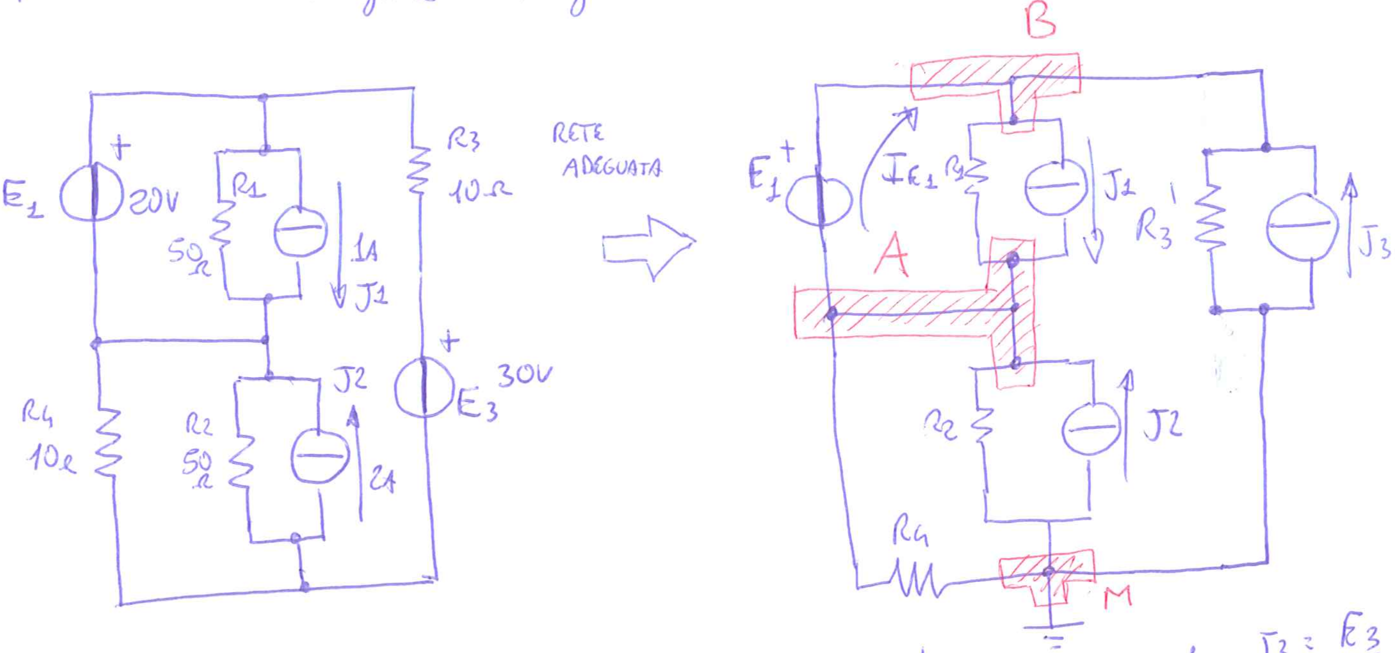
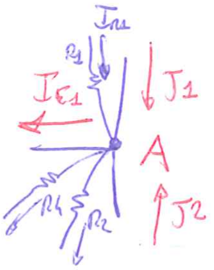
Esercizio ing. GOTTARDO Marco

Risolvere la rete con il metodo dei potenziali ai nodi. Valutare le potenze messe in gioco dai generatori e verificare il teorema di Tellegen.



$$\begin{cases} V_A\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_1}\right)-V_B\left(\frac{1}{R_1}\right)=+J_1+J_2-I_{E_1} \\ V_B\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}\right)-V_A\frac{1}{R_1}=I_{E_1}-J_1+J_3 \\ E_1=V_B-V_A \end{cases}$$

$R_3' = R_3$ $\quad G_3=\frac{1}{R_3}$ $\quad J_3=\frac{E_3}{R_3}$



$$\begin{cases} V_A\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{50}+\frac{1}{50}\right)-V_B\left(\frac{1}{50}\right)=1+2-I_{E_1} \\ V_B\left(\frac{1}{50}\right)+V_B\left(\frac{1}{50}+\frac{1}{10}\right)=I_{E_1}+3-1 \\ E_1=V_B-V_A \end{cases}$$

per la terza equazione scriviamo la LKC al nodo A ovvero $\sum I = i_{nota}$

$$I_{E_1}=\frac{\overbrace{(V_B-V_A)}^{I_{R_1}}}{R_1}+J_1+J_2-\frac{V_A}{R_4}-\frac{V_A}{R_2}$$

$$\boxed{I_{E_1}=\frac{E_1}{R_1}+J_1+J_2-V_A\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_2}\right)}$$

ORA SI PUÒ RISOLVERE IL SISTEMA CHE DA COME RISULTATI

$V_A = 13{,}64\ V$

$V_B = 33{,}64\ V$

Il generatore E_1 stai dissipando

su R1 cadono 20 V (è in parallelo a E_1) quindi $\frac{V}{R_1}=I_{R_1}$ $\quad \frac{20}{50}=0{,}4A$ $\quad 50\cdot 0{,}4^2=P_{R_1}=8W$

PER LE POTENZE SI TORNA ALLA RETE ORIGINALE

dato che $V_B > V_A$ il generatore J_1 dissipa una potenza pari alla tensione ai suoi capi ($V_{J1} = 20\,V$ perché è in parallelo a E_1) moltiplicato per la corrente impressa

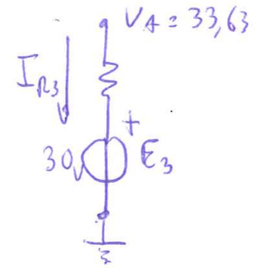
$$P_{J1} = 1A \cdot 20V = 20\,W \text{ assorbiti} \rightarrow -20W$$

per quanto riguarda il generatore J_2 invece si ha una ddp pari a V_A quindi 13,64 V per la corrente impressa pari a 2A

$$P_{J2} = 2A \cdot 13{,}64V = 27{,}28\,W \text{ erogati}$$ (la J esce [illegible] il +)

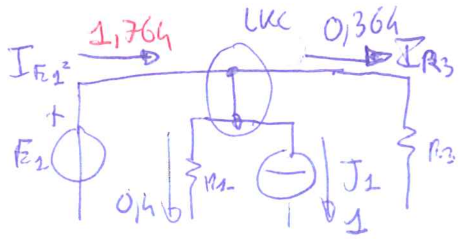
La resistenza R_3 è soggetta a una ddp pari a $V_B - E_3 = 3{,}64\,V$ ed è quindi attraversata da una corrente pari a:

$$\frac{V_{R3}}{R_3} = I_3 \Rightarrow I_3 = 0{,}364\,A$$



Dato che questa corrente convenziona E_3 da utilizzatore si trova una potenza dissipata pari a $I_3 \cdot E_3 = P_{E3} = 10{,}92\,W \rightarrow -10{,}92W$

Applicando LKC al nodo A si trova che E_1 è attraversato da una corrente pari a 1,764 A



$$I_{E1} = I_3 + J_1 + I_{R1} = 0{,}364 + 1 + 0{,}4 = 1{,}764\,A$$

$$P_{E1} = I_{E1} \cdot E_1 = 1{,}764 \cdot 20 = 35{,}28\,W \text{ forniti}$$

Tellegen

$$\underbrace{P_{E1} \pm P_{J1} \pm P_{J2} \pm P_{E3}}_{\text{fornite ed eventualmente dissipate}} = \underbrace{\sum P_{(R)}}_{\text{tutte dissipate}}$$

04/04/2012 Lez. n° 18 Prof. Dughiero Aula Be DII

comunicazioni di servizio

Il compitino è spostato in anticipo alle 2,30 venerdì 13 Aprile

Se la lista non accetta l'iscrizione si deve inviare una mail di iscrizione a Dughiero. Le liste si chiudono 11 APRILE (due giorni prima del compitino).

La prossima settimana Dughiero è in missione in Cina quindi ci saranno delle esercitazione in Aula con l'ing. Elisabetta Siena.

In anteprima si possono scaricare le esercitazioni.

START CUP presentazione mercoledì 11 in Aula magna.

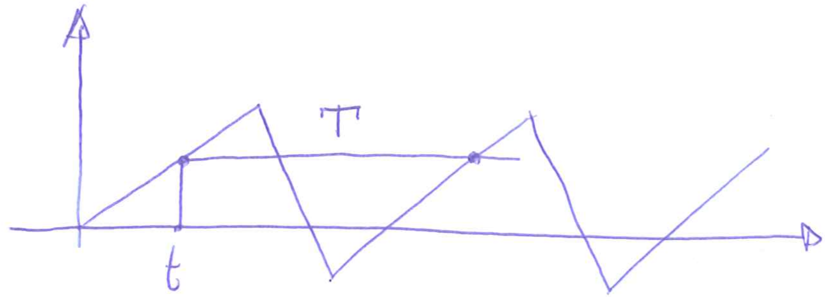
REGIME SINUSOIDALE

Vediamo le cose fondamentali

definizione di funzione periodica: è una funzione per cui vale:

$$\boxed{f(t) = f(t + nT) \quad \forall t \text{ ma anche } \forall n}$$

Significa che il valore della funzione si ripete per ogni tempo T misurato in secondi chiamato PERIODO

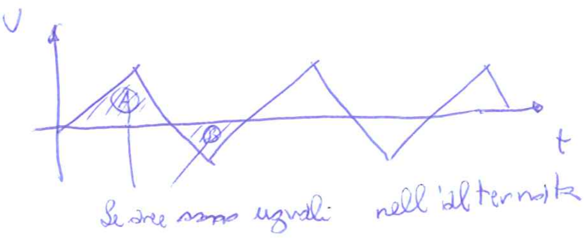


$f = \frac{1}{T}$ è l'inverso del periodo con unità di misura secondi alla meno 1 $[s^{-1}]$ che assume il nome di $[Hz]$ Hertz.

La frequenza di rete 50 Hz ha un periodo di 20 ms

Tra tutte le funzioni periodiche ci sono le alternate.
(caso particolare di funzioni periodiche il cui valore medio è zero)

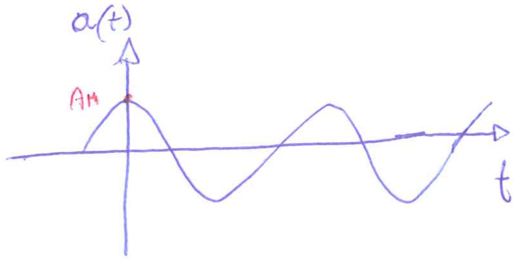
Se l'area negativa è uguale a l'area positiva allora la periodica è alternata e quindi la media è nulla



$$V_m = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} f(t) = 0$$

Le sinusoidali sono definite con

$$a(t) = A_M \sin(\omega t + \alpha)$$



è definita da tre parametri fondamentali

A_M = ampiezza massima

ω = pulsazione definita come $2\pi f$

α = fase iniziale

vediamo dal punto di vista insiemistico dove sono le funzioni sinusoidali

C "C" esternamente ci sono tutte le funzioni

Se abbiamo a che fare con funzioni che nel circuito hanno la stessa frequenza allora abbiamo circuiti ISOFREQUENZIALI

Le sinusoidi possono essere sfasate ma con la stessa frequenza. tensioni e correnti hanno la stessa frequenza ma genericamente parlando sono sfasate

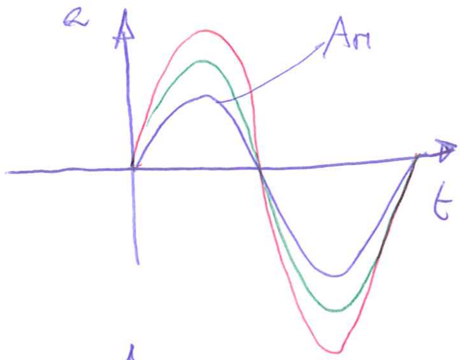
NOTA BENE I circuiti lineari hanno regimi ISOFREQUENZIALI quindi non generano armoniche, e in questa parte del corso non si considerano, quindi i parametri in gioco sono principalmente due, 1) FASE INIZIALE, 2) Ampiezza Massima.

In regime sinusoidale si tratta quindi il bipolo con due parametri che sono ben descritti con i numeri complessi.

Gli operatori complessi hanno due parti che potranno rappresentare facilmente Fase e Ampiezza massima.

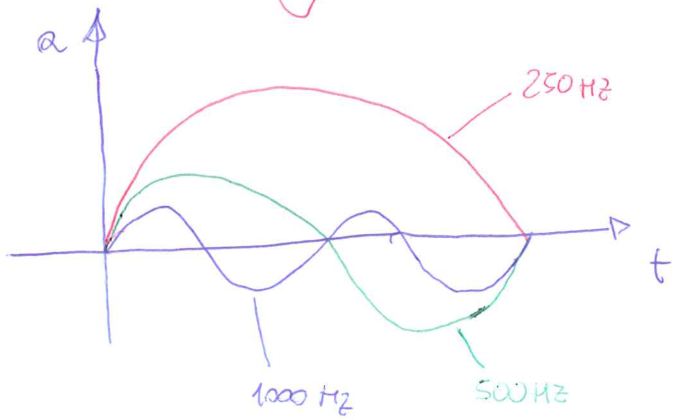
$$\boxed{\text{FASE} = \text{ANGOLO}}$$

$A_p = A_M$ perché gli inglesi la chiamano ampiezza di picco.



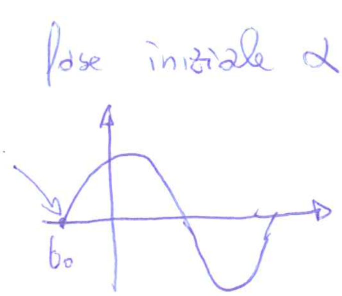
Esempio di variazione di ampiezza massima.

I nodi collimano perché non cambia ω nelle tre sinusoidi



vediamo la variazione di ω e f ma nell'esempio sta variando anche l'ampiezza A_M delle tre sinusoide

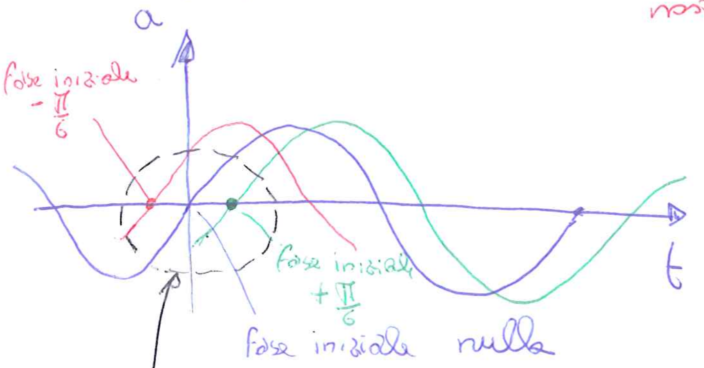
vediamo la fase iniziale α o valore di partenza rispetto all'asse t



E' importante confrontare grandezze con fase iniziale diversa.

vediamo graficamente

a = grandezza non specificata ma nel nostro caso o è tensione o è corrente. $i(t)$ oppure $e(t)$



SFASAMENTO

questa situazione di sfasamenti rimane costante per ogni t se le grandezze sono isofrequenziali.
Cioè posso traslare avanti o indietro la finestra che ho cerchiato avanti o indietro nelle ascisse e troverò sempre $+\frac{\pi}{6}$ nella funzione verde, e $-\frac{\pi}{6}$ nella grandezza rossa per ogni t del campo di esistenza (quando il circuito è acceso).

Definiamo analiticamente lo sfasamento con:

$$a(t) = A_m \sin(\omega t + \alpha)$$

$$b(t) = B_m \sin(\omega t + \beta)$$

sfasamento

$$\boxed{\varphi = (\alpha - \beta)}$$

considerazioni

$\varphi > 0$ $a(t)$ è in anticipo su $b(t)$

$\varphi < 0$ $a(t)$ è in ritardo su $b(t)$

$\alpha = +\frac{\pi}{6}$

$\beta = +\frac{\pi}{3}$

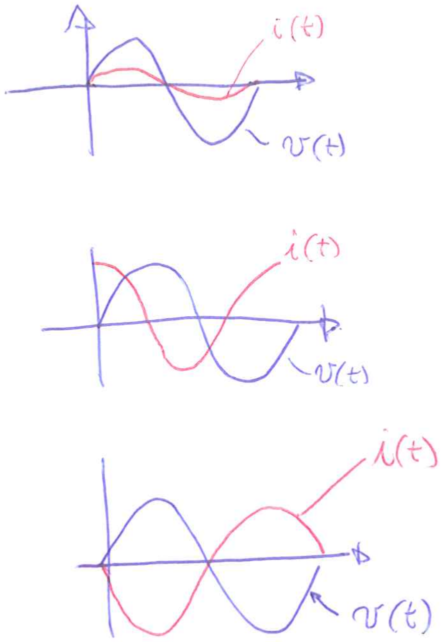
$\varphi = \frac{\pi}{3}$

$\varphi = 0$ grandezze in fase

$\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ grandezze in quadratura di fase

$\varphi = \pi$ grandezze in opposizione di fase

$\varphi = 0$



IN FASE

$\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$

IN QUADRATURA

$\varphi = \pi$

IN OPPOSIZIONE DI FASE

NOTA BENE nel disegno confronto fasi di $i(t)$ e $v(t)$ ma potrebbero essere due $i(t) \to i_a(t)$ e $i_b(t)$ oppure due tensioni $v_a(t)$ e $v_b(t)$.
L'importante è non cambiare mai i pedici quando si è definita la grandezza a e la grandezza b.

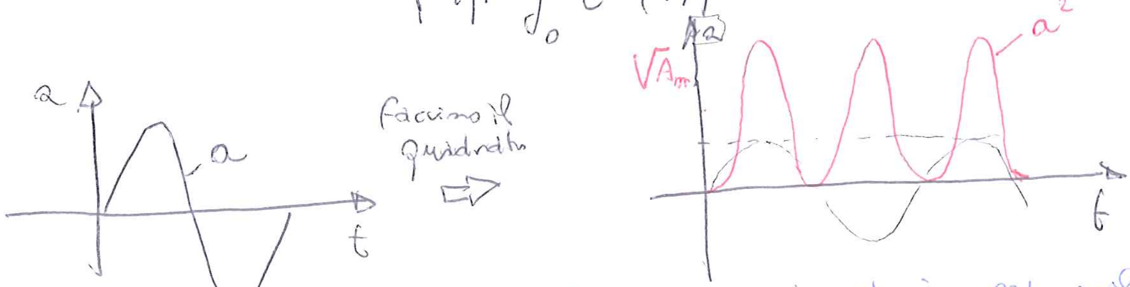
SUPER ATTENZIONE la grandezza a per noi sarà la tensione sul bipolo e la b è la corrente sul bipolo

personalmente lo definisco il livello di equivalenza energetica tra alternata e continua.

Il Regime sinusoidale contiene la definizione di VALORE EFFICACE

RMS per gli inglesi. La radice quadrata della media dei quadrati
(Root mean square)

$$A = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [a(t)]^2 \, dt}$$



Definizione secondo Gottardo: Il valore efficace di una sinusoide è quell'equivalente continua che nello stesso intervallo temporale dissipa la stessa potenza (per il tempo è calore per effetto Joule) sullo stesso carico resistivo.

R ⇒ $P = Ri^2$ $W = \int_0^T Ri^2\, dt$ $W = RI^2 \cdot T$ [J] = valore

Definizione seno(α) secondo Gattarola

SI DICE SENO DELL'ANGOLO α LA PROIEZIONE IN ORDINATA DELL'INTERSEZIONE DEL RAGGIO ROTANTE CON LA CIRCONFERENZA GONIOMETRICA

Definizione coseno(α)

SI DICE COSENO DELL'ANGOLO α LA PROIEZIONE IN ASCISSA DELL'INTERSEZIONE DEL RAGGIO ROTANTE CON LA CIRCONFERENZA GONIOMETRICA

Se ho due grandezze sinusoidali sfasate tra di loro, posso considerare le fasi e lo sfasamento come due "vettori" (poi cambiamo nome) che mantengono costante la differenza angolare tra di loro ∀t

Posso quindi possiamo definire i fasori definiti dalla trasformata di STEINMETZ in questo modo

Forma Polare

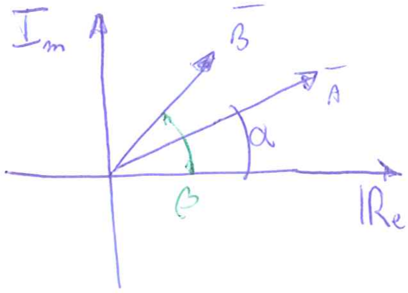
$$a(t) = A_M \sin(\omega t + \alpha) \overset{\mathcal{F}}{=} \emptyset \qquad \bar{A} = \frac{A_M}{\sqrt{2}} e^{J\alpha}$$

Si divide per $\sqrt{2}$ solo se sono sinusoidi (altre forme d'onda hanno altri coefficienti

$$\boxed{E = \frac{A_M}{\sqrt{2}}} \quad \text{quindi} \quad \boxed{E\sqrt{2} = A_M}$$

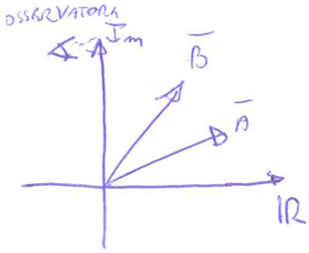
Se scrivo A_M è il valore massimo, se scrivo solo A è il valore efficace, quindi $A = \frac{A_M}{\sqrt{2}}$

con queste tecniche si passa dal dominio del tempo al dominio dei fasori. Si chiama <u>trasformata di STEINMETZ</u> ciò che permette di passare dal dominio del tempo al dominio dei fasori che si trova nel piano complesso.



Si creano quindi i diagrammi fasoriali.

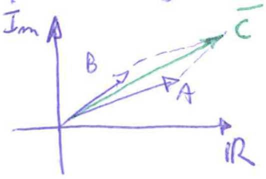
Per conoscere se siamo in anticipo o in ritardo bisogna ricordarsi che il verso positivo della rotazione dei fasori è <u>ANTIORARIO</u>



l'occhio di osservazione vede passare prima $\bar{B}$ e poi $\bar{A}$, quindi $\bar{B}$ è in anticipo di fase rispetto a $\bar{A}$.

Posso usare il parallelogramma per sommare i fasori

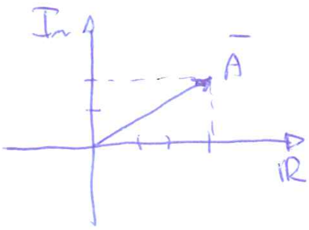
$\bar{C} = \bar{A} + \bar{B}$

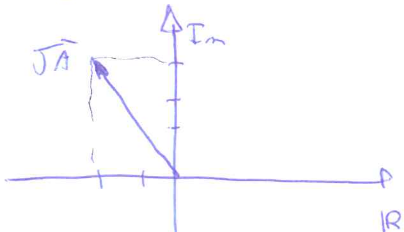


moltiplicare un fasore per $J\omega$ equivale a derivarlo

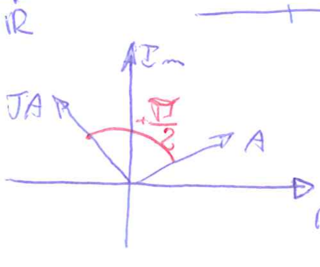
Quando si moltiplica un fasore per J significa sfasarlo in anticipo di $+\frac{\pi}{2}$

Esempio $\bar{A} = 3 + J2$ $J\bar{A} = J3 - 2 = -2 + J3$





RISULTATO



$J\bar{A}$ è sfasato di 90° in anticipo rispetto a $\bar{A}$

somme e differenze sono più agevoli in forma cartesiana ma prodotti e divisioni si fanno più facilmente in forma polare per le semplici proprietà delle potenze.

$\bar{A} = 10 e^{J\frac{\pi}{6}}$

$\bar{B} = 5 e^{J-\frac{\pi}{3}}$

$$\boxed{\bar{C} = \bar{A} \cdot \bar{B} = 50 e^{-J\frac{\pi}{6}}}$$ prodotto di fasori

$$\boxed{\bar{D} = \frac{\bar{A}}{\bar{B}} = 2 e^{J\frac{\pi}{2}}}$$ divisione di fasori

Passaggio dalla rappresentazione POLARE alla CARTESIANA

$$\boxed{\bar{A} = A e^{J\alpha} \rightarrow A_{real} = A \cos \alpha \quad A_{im} = A \sin \alpha}$$

quindi si ha

$$A e^{J\alpha} = A \cos \alpha + J A \sin \alpha$$

Passaggio CARTESIANO → POLARE

$$\boxed{\alpha = \arctan \frac{A_{img}}{A_{real}}}$$

facendo attenzione di quadranti I° e IV° se uso la calcolatrice

Vanno valutati gli angoli reali guardando i segni di parte reale e parte immaginaria

sempre mettiamo il valore reale e poi l'immaginario.

$C = Real + J\, img.$

IMPOSTARE SEMPRE LA CALCOLATRICE IN RADIANTI.

Infine, negli esercizi trasformiamo dal dominio del tempo al dominio della frequenza e con i risultati della mano si antitrasforma tornando al dominio del tempo. ANTITRASFORMATA DI STEINMETZ