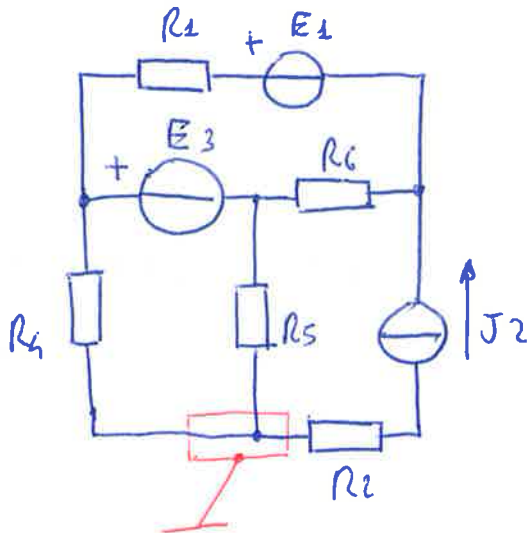


La sommatoria delle correnti entranti (Termini noti) si prendono con segno positivo le entranti (e negativo le uscenti).

$$\sum_{i=1}^n \pm J_i$$

Vediamo un esempio pratico

⇒ Determinare la potenza messa in gioco da E_1 e J_2



$$J_2 = 3A$$

$$E_3 = 3V \quad E_1 = 4V$$

$$R_1 = 2\Omega$$

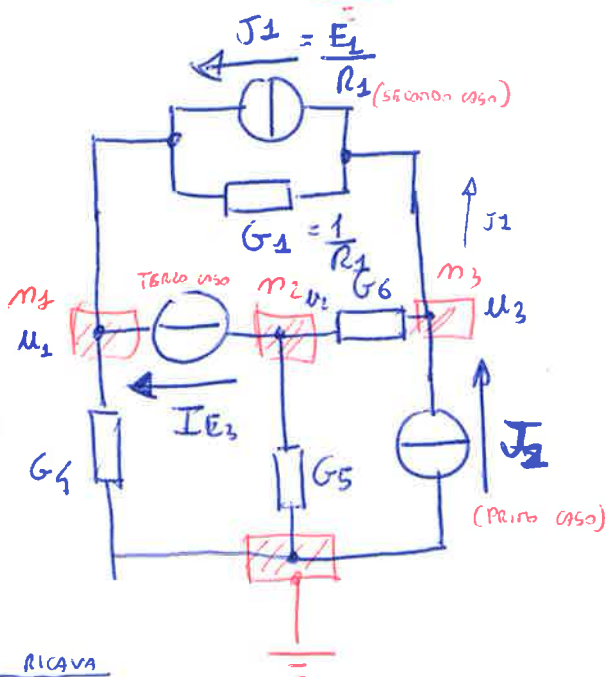
$$R_2 = 3\Omega$$

$$R_4 = 3\Omega$$

$$R_5 = 1\Omega$$

$$R_6 = 3\Omega$$

VALORI CALCOLATI CON
CONSIDERAZIONI SUL TIR
CASI PIU' LEGGI ELEMENTARI



SI RICAVALA

$$I_{E_1} = \frac{u_3 - u_1 + E_1}{R_1}$$

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = 0,5 [S]$$

$$G_4 = \frac{1}{R_4} = 0,33 [S]$$

$$G_5 = \frac{1}{R_5} = 1 [S]$$

$$J_1 = \frac{E_1}{R_1} = \frac{4}{2} = 2A$$

$$V_{J_2} = u_3 + J_2 R_2$$

$$\begin{cases} (G_1 + G_4) u_1 - G_4 u_3 - I_{E_3} = +J_2 + I_{E_3} \\ (G_6 + G_5) u_2 - G_6 u_3 = -I_{E_3} \\ (G_6 + G_1) u_3 - G_6 u_2 - G_1 u_1 = J_2 - J_1 \\ u_1 - u_2 = E_3 \end{cases}$$

equazione ausiliarie

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot u_1 - \left(\frac{1}{2}\right) u_3 = 3 + I_{E_3} \\ \left(\frac{1}{3} + 1\right) \cdot u_2 - \frac{1}{3} u_3 = -I_{E_3} \\ \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) u_3 - \frac{1}{3} u_2 - \frac{1}{2} u_1 = (3 - 2) \end{cases}$$

$$u_3 = V_{J_2} - R_2 J_2$$

$$V_{J_2} = u_3 + R_2 J_2$$

$$V_{J_2} = u_3 + J_2 R_2$$

(63)

10● IL TEOREMA DI TELLEGEN: È un TEOREMA TOPOLOGICO e quindi si riferisce ad un GRAFO e consiste:

- 1- Nel convenzionare tutti i bipoli da utilizzarsi (le correnti entranti nel positivo delle tensioni).
- 2- Nel prendere un sistema di tensioni $\{V_k\}$ che soddisfi la LKV.
- 3- Nel prendere un sistema delle correnti $\{i_k\}$ che soddisfi la LKE.

IPOTESI

$$\{V_k\}_{k=1, l} \rightarrow LKV$$

$$\{i_k\}_{k=1, l} \rightarrow LKE \quad \text{Si può}$$

TESI

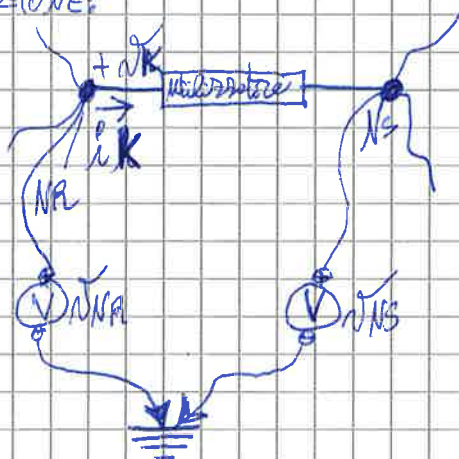
$$\sum_{k=1}^l V_k i_k = 0$$

Le potenze virtuali dimensionalmente sono potenze, ma possono essere riferite a momenti diversi e quindi avere valori diversi.

~~PROVA CON LA DIMOSTRAZIONE~~

DIMOSTRAZIONE:

Per cui si ha:



• Le tensioni dei lati soddisfano la LKV possono essere espresse come differenze tra tensioni di nodo? $V_k = V_{NA} - V_{NS}$

• Si indica con $i_{NA-NS} = -i_{NS-NA}$ la corrente dei lati che collegano il nodo NA al nodo NS.

Se non c'è un lato tra i nodi NA e NS $i_{NA-NS} = 0$

Se $\exists$ lato K che collega i nodi NA e NS abbiamo:

• Se il lato K è da NA a NS

$$V_k i_k = (V_{NA} - V_{NS}) i_{NA-NS}$$

• Se il lato K che collega da NS a NA

$$V_k i_k = (V_{NS} - V_{NA}) i_{NS-NA}$$

Se ci sono più lati che collegano i nodi NA e NS il prodotto $(V_{NA} - V_{NS}) i_{NA-NS}$ rappresenta la somma dei prodotti $V_k i_k$ estesi a questi lati

$$\sum_{k=1}^l V_k i_k = \frac{1}{2} \sum_{R=1}^N \sum_{S=1}^N (V_{NA} - V_{NS}) i_{NA-NS}$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{R=1}^N V_{NR} \sum_{S=1}^N i_{NR-NS} - \frac{1}{2} \sum_{R=1}^N V_{NS} \sum_{S=1}^N i_{NS-NA} = 0$$

e.v.d.

21 MARZO 2012 (aggiunte personali pag 64-65-66)

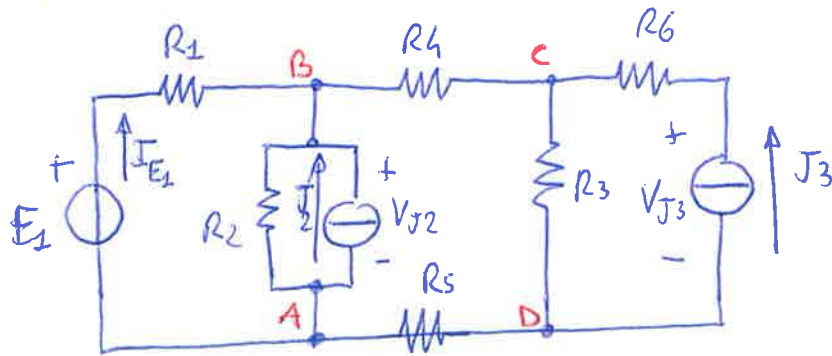
REGOLE PER RISOLVERE CORRETTAMENTE GLI ESERCIZI

- 1) Fissare sempre tutti i riferimenti di tensione e corrente di tutti i lati della rete
- 2) Per calcolare la potenza erogata o assorbita tornare sempre alle reti originali e non eseguire il calcolo sulle reti adeguate (verrebbero risultati verosimili ma sbagliati)
- 3) In regime sinusoidale le Equazioni di Kirchhoff si possono scrivere solo sulle reti simboliche in campo complesso piuttosto che sui valori efficaci. (MA SUI VALORI EFFICACI)
- 4) Sui bipoli simbolici (campo complesso del regime sinusoidale) le relazioni di impedenza sui bipoli passivi possono essere scritti tanto sui complessi che sui moduli ma in questo caso si perde l'informazione sulle fasi.
- 5) Verificare la correttezza dei calcoli, ad esempio Kirchhoff II^a sulla maglia complessa usando il diagramma fasoriale. Dato che $\sum \vec{E} = 0$ allora i vettori si devono richiudere in una maglia.
- 6) La potenza complessa è $\vec{V} \vec{I}^{\vee}$ con il simbolo $\vee$ che indica il coniugato della corrente. si verifica
$$\dot{A} = P + jQ = \vec{V} \vec{I}^{\vee} \quad \text{quando c'è il vincolo (e-verify)} \quad \text{(e-verify)}$$
 e le grandezze simboliche hanno modulo pari al valore efficace delle rispettive grandezze sinusoidali.
- 7) In regime periodico NON SINUSOIDALE la potenza apparente è il prodotto dei valori efficaci.

21 MAGGIO 2012

Esercizio ex tema d'esame del 4 Febbraio 1986 commissione Guarnieri Mulasari.

Risolvere la rete con il metodo dei potenziali di nodi.



$$E_1 = -260 \text{ V}$$

$$J_2 = 2 \text{ A}$$

$$J_3 = 16 \text{ A}$$

$$R_1 = 10 \Omega$$

$$R_2 = 10 \Omega$$

$$R_3 = 5 \Omega$$

$$R_4 = 20 \Omega$$

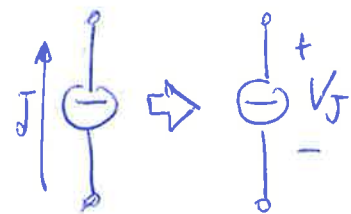
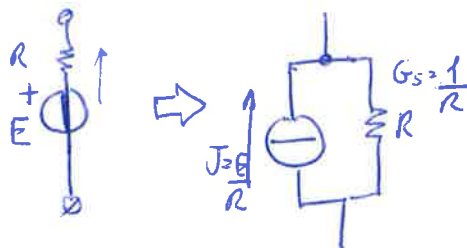
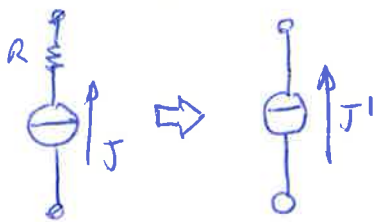
$$R_5 = 20 \Omega$$

$$R_6 = 2 \Omega$$

1) Valutare V_A, V_B, V_C con $V_D = 0$

2) Trovare le potenze erogate dai tre generatori

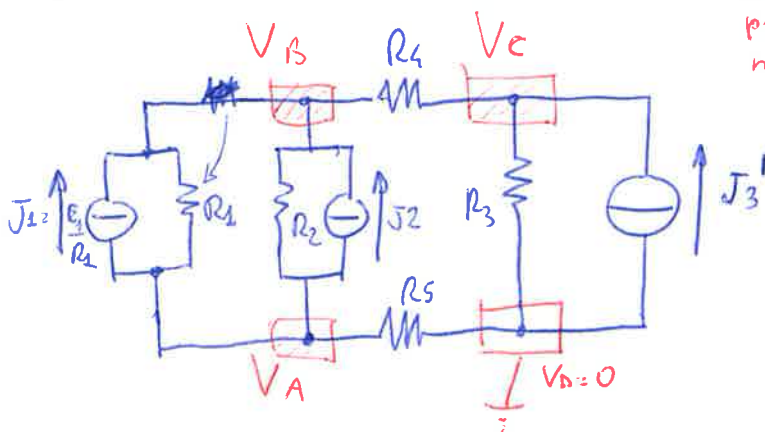
SOLUZIONE Per primo caso si deve collegare la rete tenendo conto dei tre metodi/casi fondamentali:



Rete adeguata in cui figurano solo generatori di corrente reali o ideali.

sui nodi le correnti e considero positive le entranti (termini noti, o valore delle correnti impressi)

Imporre una tensione V_J che risulta essere un nuovo vincolo nell'equazione.



$$\begin{cases} V_A (G_1 + G_2 + G_5) - V_B (G_2 + G_4) = -J_1 - J_2 \\ V_B (G_1 + G_4 + G_2) - V_C G_4 - V_A (G_1 + G_2) = J_2 + J_3 \\ V_C (G_4 + G_3) - V_B G_4 = J_3' \end{cases}$$

Sostituendo i valori numerici

$$G_1 = \frac{1}{R_1} \quad G_2 = \frac{1}{R_2} \quad G_3 = \frac{1}{R_3} \quad G_4 = \frac{1}{R_4} \quad G_5 = \frac{1}{R_5}$$

$$J_1 = \frac{E_1}{R_1} = -26 \text{ A}$$

$$\begin{cases} V_A \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} \right) - V_B \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} \right) = -(-26) - 2 \\ V_B \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10} \right) - V_C \frac{1}{20} - V_A \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} \right) = 2 - 26 \\ V_C \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{5} \right) - V_B \frac{1}{20} = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_A 0,25 - V_B 0,2 + 0 = +22 \\ -V_A 0,2 + V_B 0,25 - V_C 0,05 = -24 \\ 0 - V_B 0,05 + V_C 0,25 = 16 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccc|c} V_A & V_B & V_C & J_m \\ \hline 0,25 & -0,2 & 0 & 22 \\ -0,2 & 0,25 & -0,05 & -24 \\ 0 & -0,05 & 0,25 & 16 \end{array}$$

La matrice è simmetrica
quindi sembra che il sistema
"modello matematico della rete"
sia corretto.

$$V_A = 56 \text{ V}$$

$$V_B = -40 \text{ V}$$

$$V_C = 56 \text{ V}$$

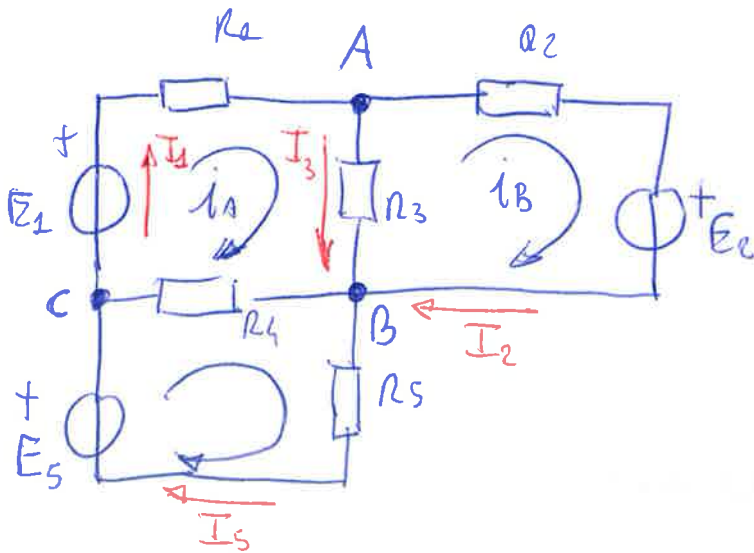
Si risolve impostando la matrice sulla calcolatrice
oppure ^{TRIA} diagonalizzando a mano facendo operazioni
lineari sulle righe. e la prima per 0,2
Esempio: moltiplico la seconda riga per 0,25 e poi
sottraggo la prima riga dalla seconda.
così facendo si ottiene zero su b_{11}
Si continua così fino ad ottenere una matrice
triangolare, ovvero con tutti zeri sotto la diagonale
principale.

Per calcolare le potenze si torna alla rete originale.
(MAI TENTARE SULLA RETE ADEGUATA)

chi possiede la calcolatrice SHARP EL-W506 Write View può risolvere
il sistema digitando "MODE" → "6" → 1 _{3 variabili} e poi introduce la matrice

METODO DELLE CORRENTI DI ANELLO

Esempio:



La rete è adeguata
ovvero contiene solo generatori
normali di tensione.

Verifichiamo che le LKC

sono automaticamente soddisfatte
così che posso non scriverle e
quindi impostare solo sulle
correnti di anello (sulle
variabili fittizie correnti di anello)

Fissiamo anche le correnti di
lato e scriviamo le equazioni di
nodi.

$$\text{LKC} \rightarrow A \quad I_1 - I_3 - I_2 = 0$$

adesso devo di scrivere la stessa equazione ma in termini della
corrente di anello, ovvero di quella corrente che interessa tutti
i lati dell'anello scelto. Posso elencare lati in cui insistono
correnti che circolano su due anelli, quindi il lato è
soggetto alla differenza delle correnti.

$$i_A - (i_A - i_B) - (i_B) = 0$$

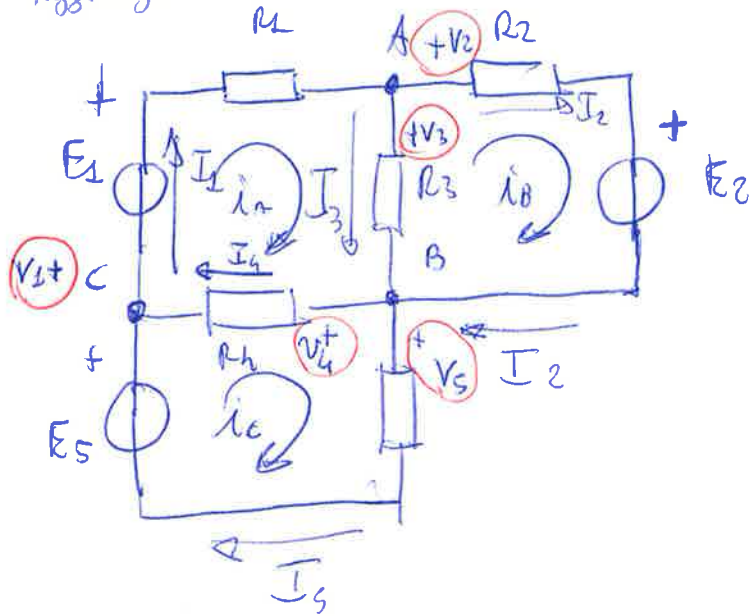
$$i_A - i_A + i_B - i_B = 0 \quad \text{quindi è vero che questa equazione è soddisfatta automaticamente e quindi inutile.}$$

$$\text{LKC} \rightarrow B \quad I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

$$i_B + (i_A - i_B) - (i_A - i_C) - i_C = 0$$

Aggiungiamo anche i riferimenti per le tensioni

in termini delle variabili
fittizie (correnti di anello)



$$V_2 + V_3 + V_4 = 0$$

$$V_2 = -E_2 + R_2 i_A$$

$$V_2 = V_3 = 0$$

$$V_3 = R_3 (i_A - i_B)$$

$$V_5 - V_4 = 0$$

$$V_4 = R_4 (i_A - i_B)$$

$$V_2 = E_2 + R_2 i_B$$

$$V_5 = -E_5 + R_5 i_C$$

Si arriva a scrivere eq. del tipo:

$$\begin{cases} (R_1 + R_3 + R_4) i_A - R_3 i_B - R_4 i_C = E_1 \\ (R_2 + R_3) i_B - R_3 i_A = -E_2 \\ (R_4 + R_5) i_C - R_4 i_A = E_5 \end{cases}$$

si nota che è duale
del metodo dei potenziali
nodali.

I termini noti sono la somma delle forze elettromotrici.

conviene tenere tutto a sinistra dell'equazione e fissare i riferimenti delle E impresso come positive se le tensioni impresso si vedono entrare le correnti fittizie di quello dalla parte del positivo.

Porto successivamente i termini noti a destra dell'uguale così che i segni si invertano.

Si ottiene un sistema di sole 3 equazioni da cui devo ricavare una matrice 3×3 triangolare dopo alcuni passaggi lineari sulle righe.

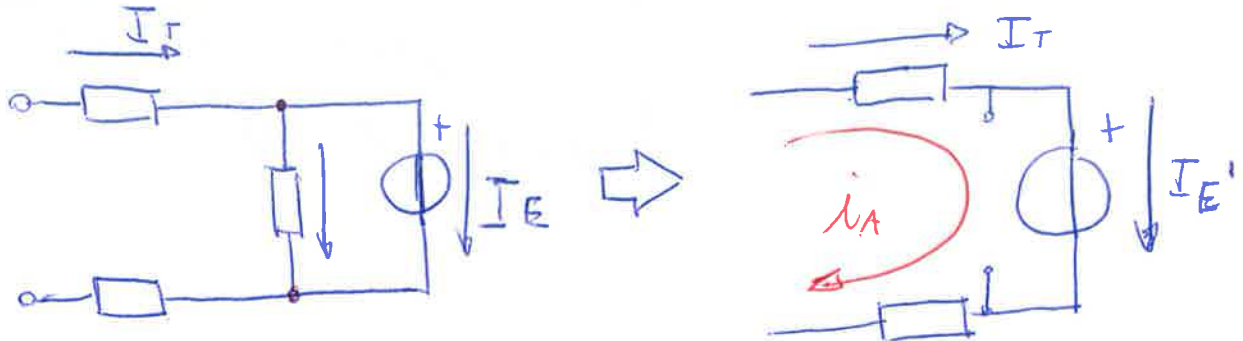
La matrice originale DEVE essere simmetrica (questo lo dico io e non Dughiero).

Vanno gestiti i tre casi in fase di adeguamento della rete

- 1) GENERATORE DI TENSIONE IN PARALLELO AD UNA RESISTENZA
- 2) GENERATORE DI CORRENTE IN PARALLELO AD UNA CONDUITANZA
- 3) GENERATORE IDEALE DI CORRENTE

(sono i duali del metodo dei potenziali nodali)

PRIMO CASO gen. di tensione in parallelo a una R



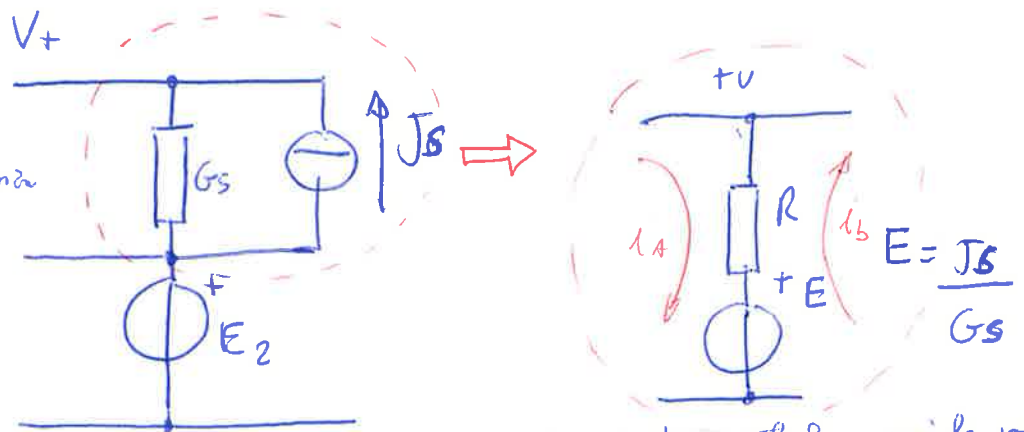
" I_A " APPLICARE ALLA RATE ADEGUATA E NON ALL'ORIGINALE, NON CALCOLARE POI LA POTENZA VERREBBE SPAGLIATO d'equivalenza dei bipoli e solo esterna internamente si verifica

$$I_A = I + I_E \quad I_E = I_A - I$$

$$I_E = I_A - \frac{E}{R} \quad \text{su questo corrente si calcola la potenza}$$

Secondo caso

Generatore di corrente in parallelo ad una conduttanza



non si deve calcolare qui la potenza, ma ho ogni elemento utile per calcolare sulla rete originale

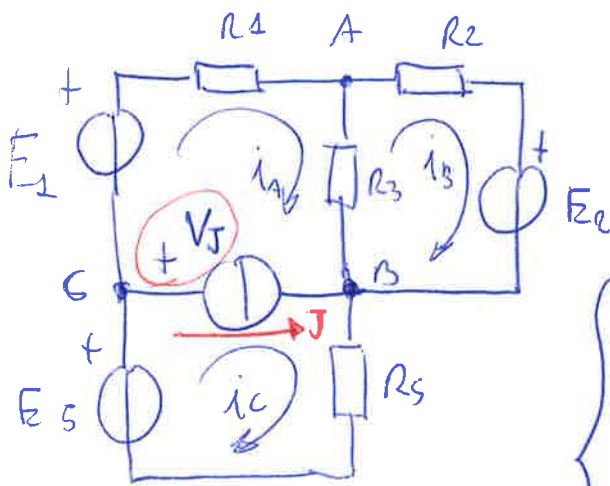
$$V = E + R(I_A - I_B)$$

infatti la V è la stessa

Terzo caso

generatore ideale di corrente, si deve introdurre una variabile fittizia V_J orientata in modo fittizio e

introdotta nel calcolo come se fosse una forza elettromotrice, ovvero un termine noto, ovvero a destra dell'uguale nel sistema di equazioni



$$\begin{cases} (R_1 + R_3) i_A - R_3 i_B = E_1 + V_J \\ (R_2 + R_3) i_B - R_3 i_A = -E_2 \\ R_5 i_C = E_5 - V_J \end{cases}$$

abbiamo 3 equazioni ma

4 incognite, quindi si

impona che nel nodo C ci

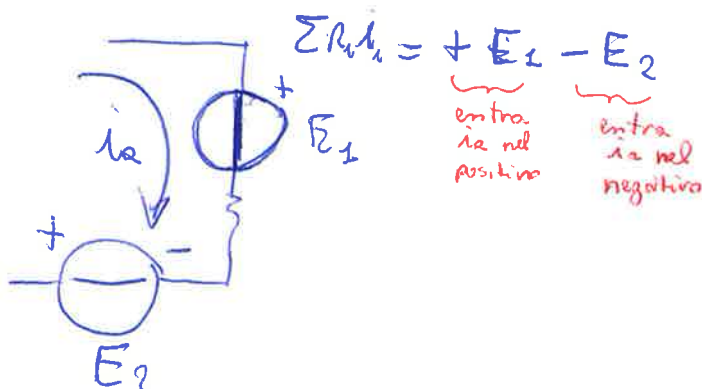
sia la fem imposta dal generatore fittizio, quindi

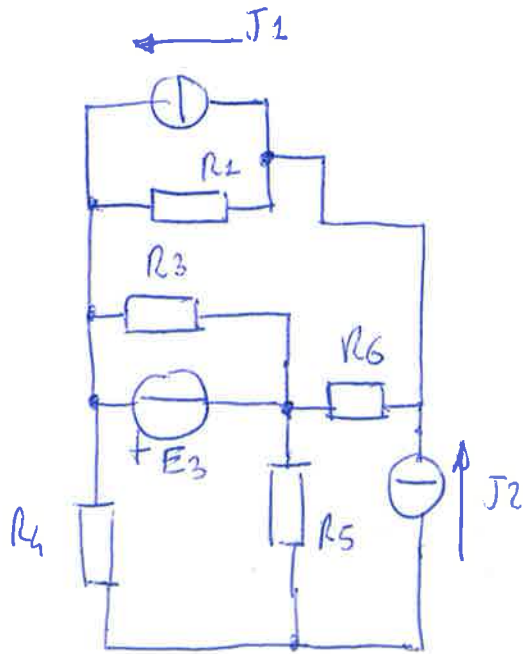
SI INTRODUCER L'EQUAZIONE AUSILIARIA

$$\boxed{-i_A + i_C = J} \quad \text{eq. AUSILIARIA}$$

Sommatoria $\pm$ delle correnti per le resistenze pari alla sommatoria algebrica delle fem o dei potenziali che figurano nell'anello con i segni imposti dall'entrata o uscita della corrente fittizia sui riferimenti dei generatori

esempi





$$J_2 = 3A$$

$$J_1 = 2A$$

$$E_3 = 3V$$

$$R_1 = 2\Omega$$

$$R_2 = (\text{non presente})$$

$$R_3 = 2\Omega$$

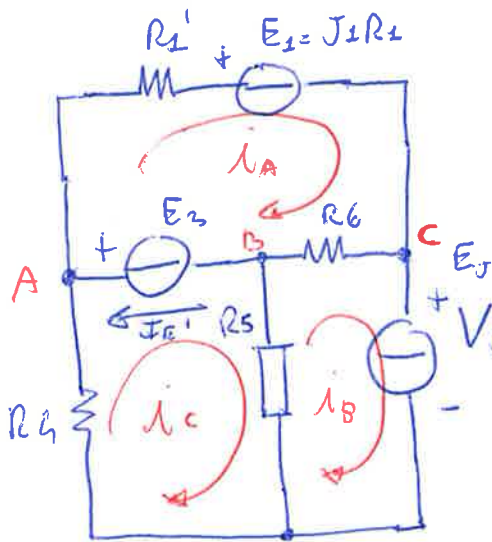
$$R_4 = 3\Omega$$

$$R_5 = 1\Omega$$

$$R_6 = 3\Omega$$

trovare P_{J_1} , P_{J_2} , E_3

$$J_1 R_4 = 2 \cdot 3 = 6$$



$$i_A R_1' + (i_A - i_B) R_6 = -E_1 + E_3$$

$$(i_B - i_A) R_6 + (i_B - i_C) R_5 = -E_J$$

$$(i_C - i_B) R_5 + i_C R_4 = -E_3$$

$$-E_1 + E_3 = -6 + 3$$

$$i_A 2 + i_A 3 - i_B 3 = -1$$

$$i_B 3 - i_A 3 + i_B 1 - i_C 1 = -E_J$$

$$i_C 1 - i_B 1 + i_C 3 = -3$$

$$i_A (5) - i_B (3) + 0 = -1$$

$$-i_A (3) + i_B (4) - i_C 1 = -E_J$$

$$0 - i_B 1 + i_C 4 = -3$$

la matrice associata è:

$$\begin{bmatrix} 5 & -3 & 0 \\ -3 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -E_J \\ -3 \end{bmatrix}$$

l'equazione ausiliaria è:

$$J_2 = -i_B$$

$$(i_B - i_C) R_5 + (i_B - i_A) R_6 = -V_J$$

in termini di LKT si ha:

$$\begin{cases} A) (R_4 + R_6) i_A - R_6 i_B = -E_4 + E_5 \\ B) (R_4 + R_5) i_C - R_5 i_B = -E_5 \\ C) (R_6 + R_5) i_B - R_6 i_A - R_5 i_C = -V_J \\ J_2 = -i_B \end{cases}$$

Per calcolare la potenza su J_2 si è bisogno di V_{J2} che è la tensione ai capi del generatore ideale

$$V_{J2} = E_4 + R_4 i_A$$

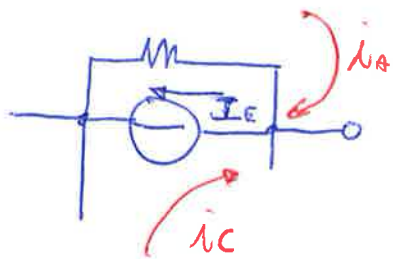
Da cui si troverà, con nostri riferimenti la potenza uscente

$$P_{J2} = V_{J2} J_2 \text{ uscente}$$

In P_{J2} è ancora uscente

$$P_{J2} = V_{J2} J_2 \text{ uscente}$$

non calcolare la potenza su I_E ma sulla rete originale che si ripristina così:

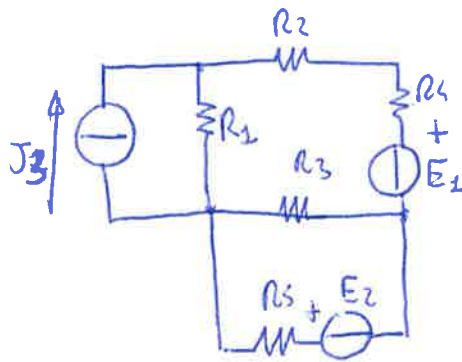


$$i_A - i_C = I_E + I_{R3}$$

da cui ricavare I_E

$$I_E = (i_A - i_C) - I_{R3}$$

Esercizio semplice aggiuntivo, da risolvere con il metodo delle correnti di maglia.



$$R_1 = 50 \Omega$$

$$R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 10 \Omega$$

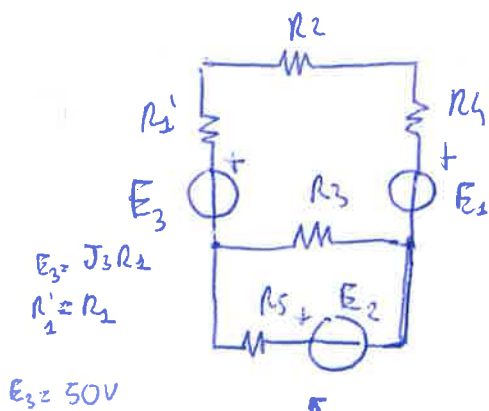
$$J_3 = 1A$$

$$E_1 = 20V$$

$$E_2 = 10V$$

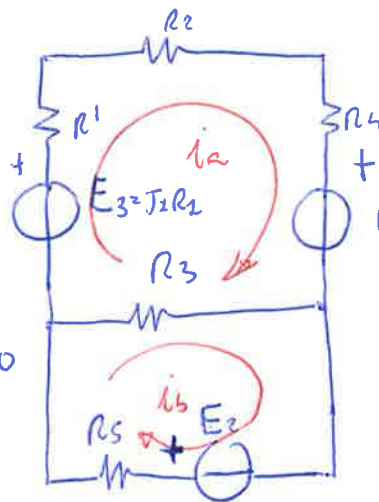
Trovare P_{R1} , P_{E1} , P_{J1}

1 PASSAGGIO: trovare la rete adeguata e ridisegnare lo schema.



si identificano due anelli "maglie"

in cui si impongono le due correnti che useremo come variabili fittizie i_a e i_b



scrivo le equazioni delle maglie

$$\begin{cases} i_a (R_1' + R_2 + R_4 + R_3) - i_b R_3 = E_1 - E_3 \\ -i_a R_3 + i_b (R_3 + R_5) = E_2 \end{cases}$$

② ora posso sostituire i valori

$$\begin{cases} i_a (50 + 10 + 10 + 10) - i_b 10 = -20 + 50 \\ -i_a 10 + i_b (10 + 10) = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_a 80 - i_b 10 = 30 \\ -i_a 10 + i_b 20 = 10 \end{cases}$$

ora posso ricavare la matrice associata al sistema. Se risulta simmetrica allora il sistema impostato è giusto.

delle volte conviene ~~scrivere~~ scrivere le equazioni lasciando tutto al primo membro per usare segni e riferimenti concordi alla percorrenza della i . ad esempio:

$$i_a (R_1' + R_2 + R_4 + R_3) - i_b R_3 + E_1 - E_3 = 0$$

Poi portiamo i termini noti al secondo membro così si è sicuri di non sbagliare i segni

$$\begin{bmatrix} 80 & -10 \\ -10 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 10 \end{bmatrix}$$

RISPETTO AL DIAGONALE

PRINCIPALE È SIMMETRICA quindi il sistema è corretto.

Per risolvere il sistema:

$$\begin{bmatrix} 8 & -10 \\ -10 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Eseguiamo applicazioni lineari sulle righe fino ad ottenere una matrice triangolare ovvero che contenga solo zeri sotto la diagonale principale.

Il passaggio più intuitivo da fare è moltiplicare la prima riga per 10 e la seconda per 8 così da avere a_{11} e b_{11} uguali e opposti. Eseguendo la somma algebrica della prima riga alla seconda si ottiene una matrice triangolarizzata.

coeff. moltiplicativi di riga (compresi il rettore dei termini noti)

$$\begin{matrix} 10 \\ 8 \end{matrix} \begin{bmatrix} 8 & -10 \\ -10 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 \\ 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 80 & -100 \\ -80 & 160 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \\ 80 \end{bmatrix}$$

Somma la prima alla seconda, mentre la prima riga la copio uguale:

$$\begin{bmatrix} 80 & -100 \\ -80 & 160 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \\ 380 \end{bmatrix}$$

dato che le colonne sono associate alle correnti fittizie si ha:

$$\begin{matrix} 1a & 1b \\ a_{11} & a_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{matrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

$$I_b = \frac{E_2}{b_{22}} = \frac{380}{60} = \frac{38}{6} = 6,33[A]$$

or a che abbiamo $I_b = 6,33 A$ possiamo rivedere I_a dopo aver sostituito nella prima riga ovvero prima equazione in questo modo

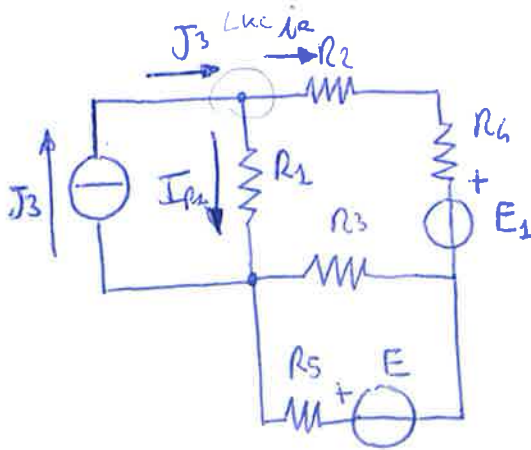
$$I_a 80 - I_b 100 = 300 \Rightarrow I_a 80 = 300 + 6,33 \cdot 100$$

$$I_a 80 = 300 + 633 \Rightarrow I_a 80 = 933 \quad \text{da cui} \quad I_a = \frac{933}{80} = 11,66 A$$

ABBIAMO TROVATO LE DUE CORRENTI FITTIZIE $I_a = 11,66 A$ e $I_b = 6,33 A$

con la LKT, possiamo adesso trovare tutte le correnti in ogni lato.

ATTENZIONE: Per il calcolo delle potenze è necessario tornare alla rete originale (NON TENTARE DI CALCOLARE LE POTENZE SULLA RETE ADEGUATA, È UN GRAVE ERRORE)



$$P_{R1} = I_{R1}^2 \cdot R1$$

dalla LKC ricaviamo I_{R1}

$$I_a = J3 - I_{R1}$$

$$I_{R1} = J3 - I_a$$

$$I_{R1} = 1A - 11,66A \\ = -10,66A$$

sostituendo si ha

$$P_{R1} = (-10,66)^2 \cdot 50 \text{ [W]}$$

$$P_{R1} = 5681 \text{ W} \text{ SCHIOPPA TUTTO!!!}$$

$$P_{E1} = I_a E_1 = 11,66 \cdot 20 = 233,2 \text{ WATT (ASSORBITI)}$$

Per calcolare P_{J1} mi serve la tensione V_{J1} che essendo

in parallelo a $R1$ è dato da $I_{R1} \cdot R1 = -10,66 \cdot 50$

$$V_{J1} = 533 \text{ V}$$

$$P = V_{J1} I_{J1} = 533 \text{ WATT}$$

Riprendiamo alcuni concetti fondamentali

- 1) teorema di non amplificazione delle tensioni
- 2) teorema di non amplificazione delle correnti
- 3) teoremi di sostituzione

Verrà richiesto solo l'enunciato presente al cap. 5.

Quanto visto finora è stato riferito alle reti lineari (escluso telegen),

3 teoremi di non amplificazione sono valide in reti di bipoli generici (senza vincoli di linearità)

Ipotesi: In una rete generica e non in una rete lineare

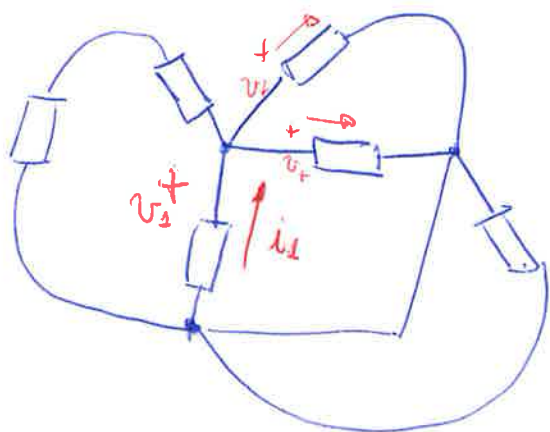
Teorema di non amplificazione

TEOREMA DI NON AMPLIFICAZIONE DELLE TENSIONI

IPOTESI In una generica rete di bipoli in qualsiasi regime e in un certo istante t un solo bipolo sta erogando potenza e tutti gli altri ne assorbono (escluso il caso di assorbire potenza nulla)

TESI

Il modulo della tensione del bipolo generatore non è superato dal modulo della tensione di alcun altro bipolo



sarà utile quando si andrà a sintetizzare i doppi bipoli

$$v_1 \geq v_i \quad \forall i \neq 1$$

$$v_1 i_1 > 0$$

$$v_i i_1 < 0 \quad \forall i \neq 1$$

Teorema di non amplificazione delle ~~pot~~ correnti

Stesso enunciato "sulle correnti"

stessa tesi "sulle correnti"

(ovvero sostituire sul precedente la parola tensione con la parola corrente).

Teorema di sostituzione

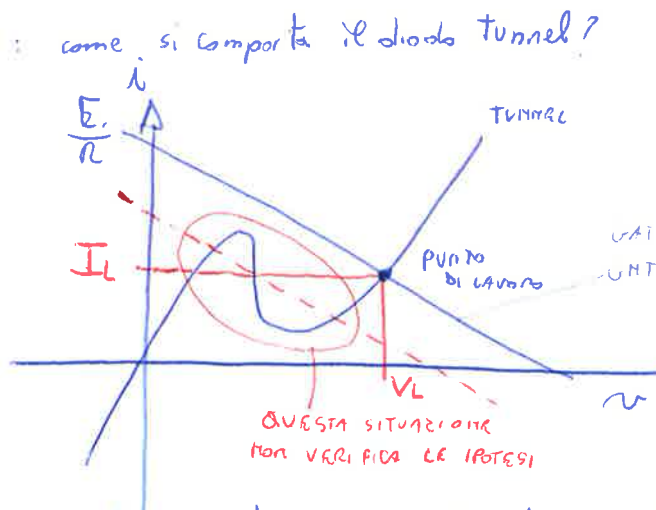
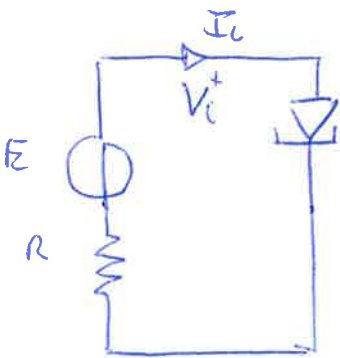
Enunciato: In una rete di bipoli generici (non si presume lineari) con ipotesi di univoca soluzione unica per tutte le tensioni e tutte le correnti della rete (è un vincolo forte, ogni lato una sola corrente e una sola tensione).

Per ogni lato a_k identifico solo i_k, v_k

Se sostituisco il lato a_k con un generatore di tensione e_k con tensione pari alla ^{sul lato} v_k , o dualmente se il lato a_k lo sostituisco con un generatore di corrente J_k con corrente impressa pari alla i_k che c'era prima nel lato allora si verifica che

LA SOLUZIONE DELLA RETE ORIGINALE È UGUALE A QUELLA DELLA RETE MODIFICATA

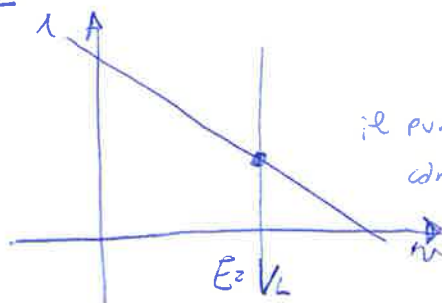
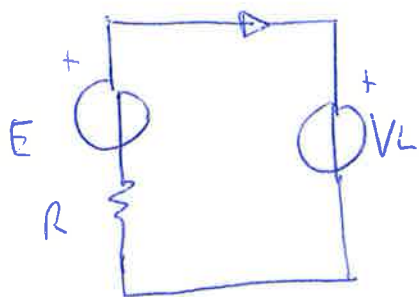
vediamo un piccolo esempio: come si comporta il diodo tunnel?



I_L e V_L sono però in una zona in cui valgono le ipotesi quindi posso sostituire il diodo tunnel con i generatori SAT e GNT. e la soluzione della rete variata è dal punto di vista esterno coincidente

Il punto di lavoro si trova intersecando le due caratteristiche statiche in cui i due bipoli sono convenzionalmente uno del utilizzatore e uno del generatore

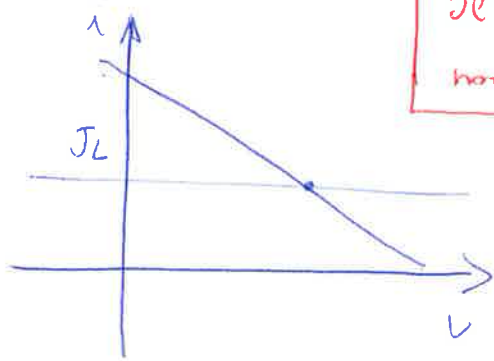
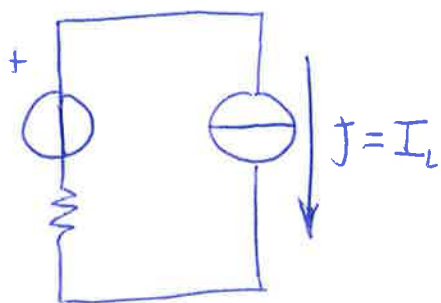
Dopo averlo sostituito con un GNT



il punto di lavoro non è cambiato

GNT = generatore affine di tensione.

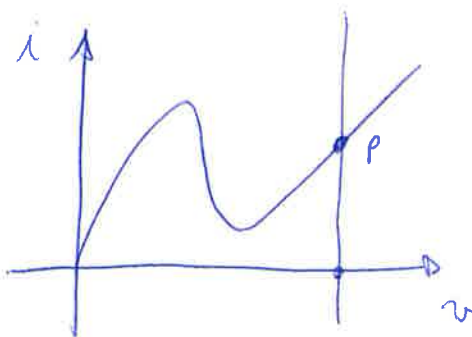
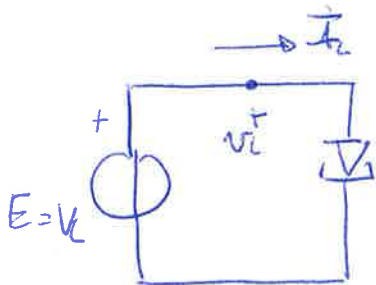
Provo con il generatore affine di corrente.



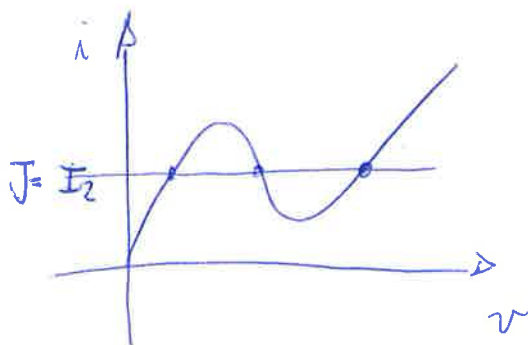
Il punto di lavoro non si sposta

quindi nella zona in cui la rete originale aveva soluzione unica vale il teorema di sostituzione.

ADesso Provo con la curva in cui la soluzione dell'originale non è unica



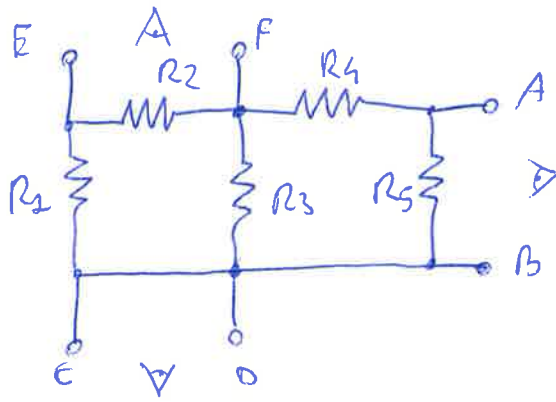
Potrebbe andare ma bisogna verificare anche la sostituzione del generatore affine di corrente.



verifico il gen. di corrente e mi accorgo che la soluzione non è unica.

Se reti non lineari si risolvono con il metodo di NEWTON RAPHSON per la soluzione dei sistemi non lineari, quindi studiamo lo Jacobiano.

CONFIGURAZIONI DI RESISTORI DELLA RETE VISTA DA DUE MORSETTI



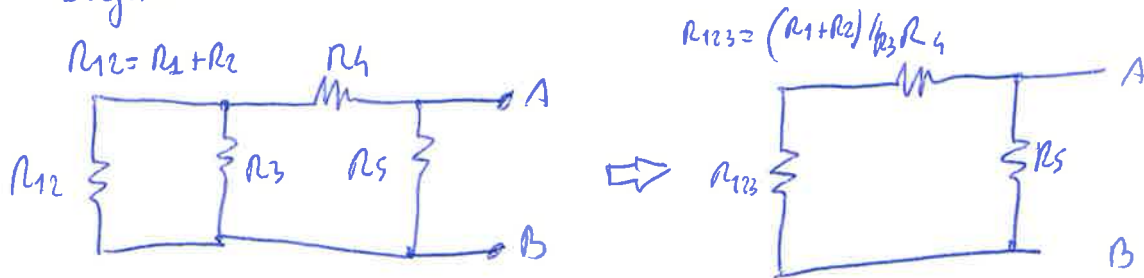
CALCOLO LA RESISTENZA DELLA RETE VISTA DAI MORSETTI...

Bisogna citare i morsetti perché la rete vista da morsetti diversi ha una resistenza equivalente diversa.

In generale $R_{AB} \neq R_{BA} \neq R_{EF}$

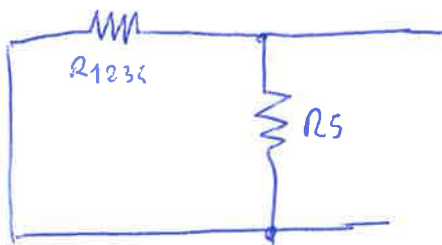
Si procede analizzando i resistori in configurazione ^{"//"} più lontana dalla coppia di morsetti in cui opera.

Duchien lo chiama "metodo dalla coda alla testa" ANALISI **A-B**



$$R_{1234} = [(R_1 + R_2) // R_3] + R_4$$

$$R_{12345} = \{[(R_1 + R_2) // R_3]\} // R_5$$



Se invece analizzo alla coppia di morsetti C-D avrei trovato resistenza $\emptyset$ dato che quei morsetti sono in corto.

Attenzione: non tutte le resistenze sono collegate o in serie

- o in parallelo, ma possono trovarsi a stella
- o triangolo e vanno eseguite le appropriate conversioni che poi, inserite nella rete, mi riportano genericamente a serie e paralleli.

nel cap. 9 c'è un paragrafo che estende il teorema alle reti lineari che hanno per definizione soluzione unica e quindi l'estensione è automatica

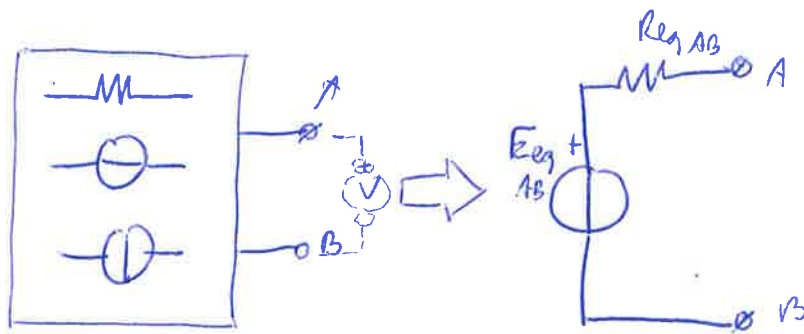
Teoremi fondamentali di Thevenin e Norton che vanno enunciati e dimostrati

THEVENIN fine 800 laureato all'università di Francia

NORTON metà 900 laureato all'università delle telecomunicazioni Inglese

THEVENIN si applica alle reti lineari

In una rete lineare, per quanto complessa, l'analisi tra due morsetti AB mi porta a dedurre l'equivalente con un generatore reale di tensione



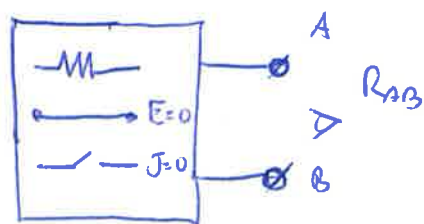
$$V = E_{eq} - R I_{eq}$$

La $E_{eq AB}$ è la tensione vista a vuoto dai morsetti AB

La R_{eq} è la resistenza equivalente di morsetti AB dopo che ho reso passiva la rete

Cosa significa rendere passiva la rete? Si ottiene spegnendo tutti i generatori. Personalmente suggerisco di togliere i cerchietti dai simboli di ogni generatore,

questo comporterà che i generatori di corrente si aprono imponendo un $J=0$ e i generatori di tensione vanno in corto circuito "sono sostituiti con un bipolo corto circuito perfetto" e quindi imprimono una tensione impressa $E=0$



Se ai morsetti AB c'è qualcosa di collegato lo devo sconnettere perché V_{AB} deve essere quella a vuoto !!!



DIMOSTRAZIONE

IPOTESI

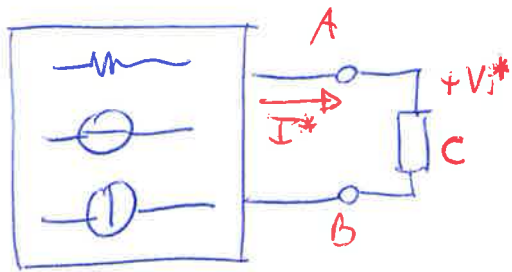
data una rete di bipoli lineari e presi due qualsiasi morsetti di questa rete, tale rete vista da questa coppia di morsetti è equivalente ad un generatore normale di tensione.

La f.e.m. elettromotrice del generatore a vuoto è pari alla tensione misurata tra i due morsetti.

La R_{eq} è pari alla R_{eq} vista dai morsetti una volta rese passivi la rete.

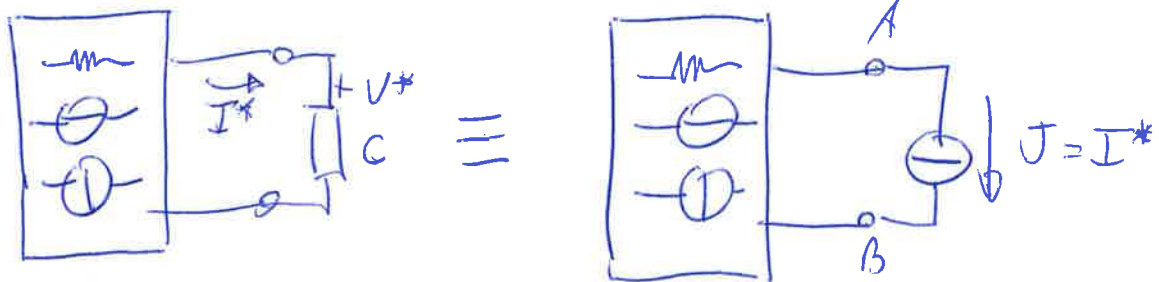
Dimostrazione

Si consideri la condizione generica della figura:

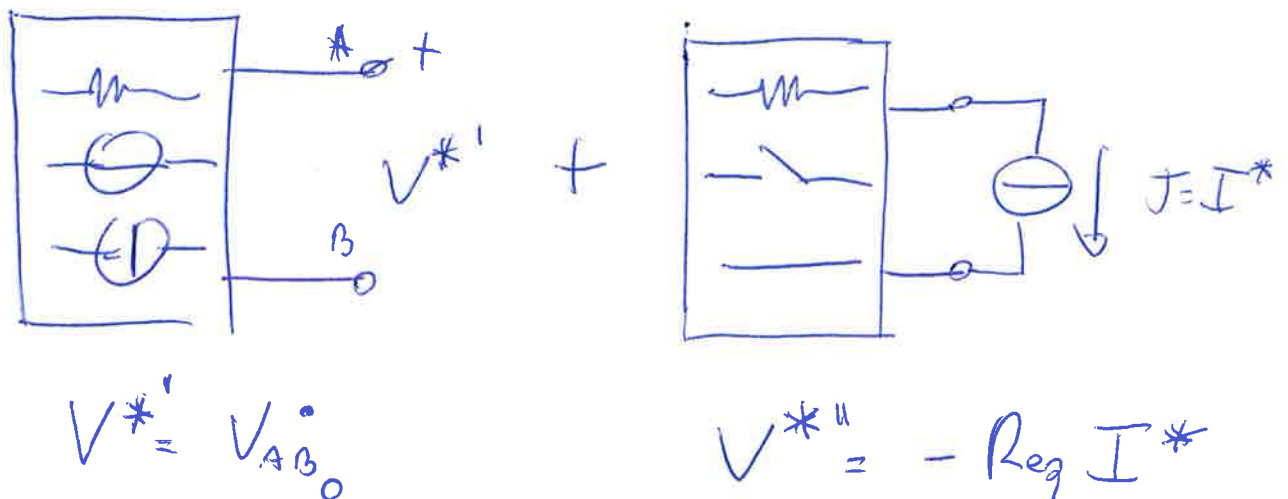


bipolo generico C applicato in cui non c'è ipotesi di linearità ma la soluzione del bipolo applicato alla rete abbia soluzione unica così posso applicare il teorema di sostituzione

ne consegue che la rete risulta eguivalente ad un'altra rete con le dovute sostituzioni



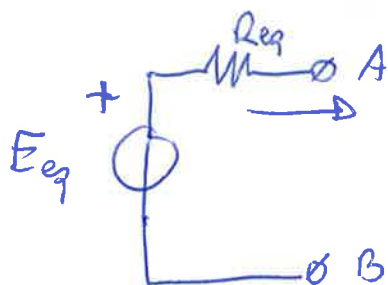
QUESTO LINEARIZZA LA RETE e posso APPLICARE IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI.



Se ora sommiamo i due contributi si ottiene

$$V^* = V_{AB0} - R_{eq} I^*$$

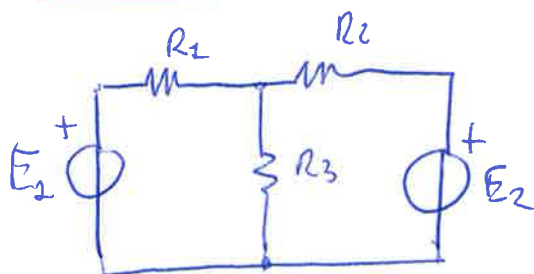
Se cambio bipolo interno rimangono costanti V_{AB0} e anche R_{eq} quindi posso effettivamente sostituire tutta la rete con queste equivalenze.



siccome si misura la V_{AB0} allora il $(+)$ del gen. di thevenin ha il $+$ dalla parte di A.

ESEMPIO

Esercizio semplice per fissare i concetti.



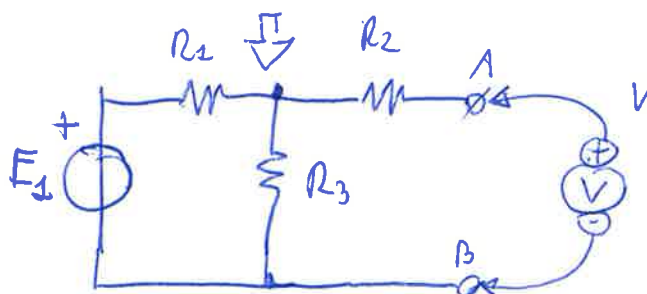
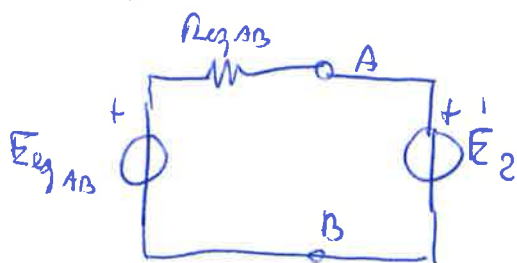
Applichiamo thevenin due volte

- 1) P_{E2}
- 2) P_{R3}

$$E_1 = 30V \quad E_2 = 60V$$

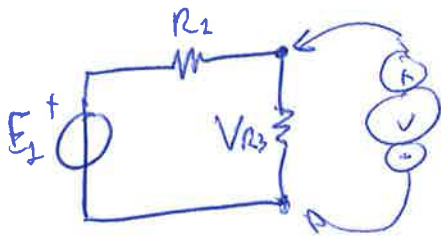
$$R_1 = R_2 = R_3 = 20 \Omega$$

Se applico thevenin al generatore E_2 fisso i morsetti A-B di capi di E_2 e lo stacco (riduco la rete secondo thevenin)

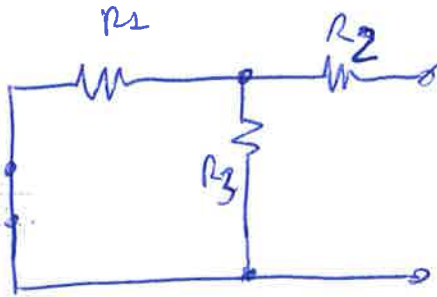


tolgo il ramo aperto dato che non circola corrente e quindi non cade tensione

$$V_{R3} = V_{AB0} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \cdot E_1 = 15V$$



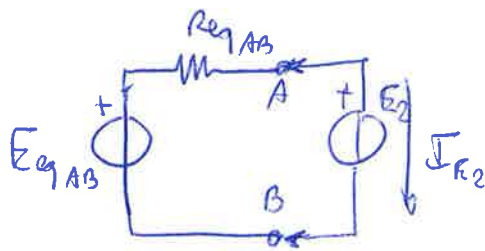
ora rendo passiva la rete



$$(R_1 // R_3) + R_2 = R_{eq\ AB}$$

$$R_{eq\ AB} = 30\ \Omega$$

quindi ho i due parametri di Thevenin

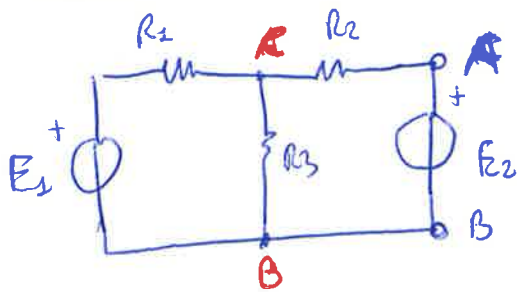


$$I_{R2} = \frac{E_{eq} - E_2}{R_{eq}} = \frac{15 - 60}{30} = -1.5A$$

$$P_{E2} = E_2 I_{R2} = -90W \text{ equivalente}$$

Per esercizio trova la potenza P_{R3}

Riprendiamo l'esercizio di ieri



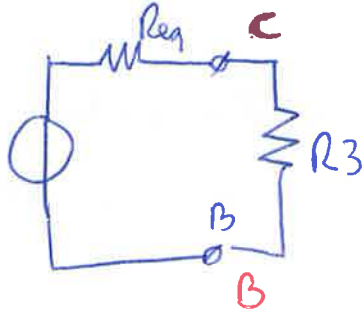
$$E_1 = 60V$$

$$E_2 = 30V$$

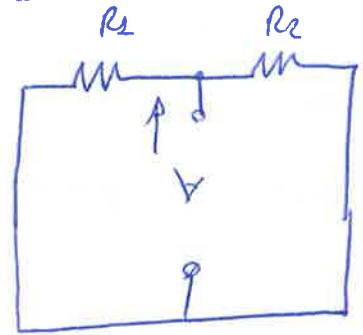
$$R_1 = R_2 = R_3 = 20\Omega$$

AB erano la porta
su cui si è applicata
thevenin
ora spostiamo i morsetti su
A-B

Vogliamo ridurre la rete secondo thevenin con

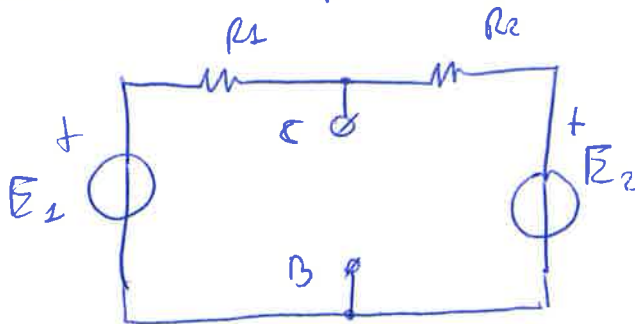


$$Req_{CB} \Rightarrow$$



$$Req_{CB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 10\Omega$$

troviamo la Eeq sullo schema



$$V_{CB_0} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} E_2$$

È una sovrapposizione degli effetti
in cui compaiono due portate
di tensione

$$V_{CB_0} = \frac{20}{40} \cdot 60 + \frac{20}{40} \cdot 30$$

$$= 30 + 15 = 45V$$

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = 0,75A$$

$$= \frac{60 - 30}{40} = 0,75A$$

$$P_{R3} = R_3 I^2 = 20 \cdot 0,75^2 = 11,25 \text{ WATT}$$

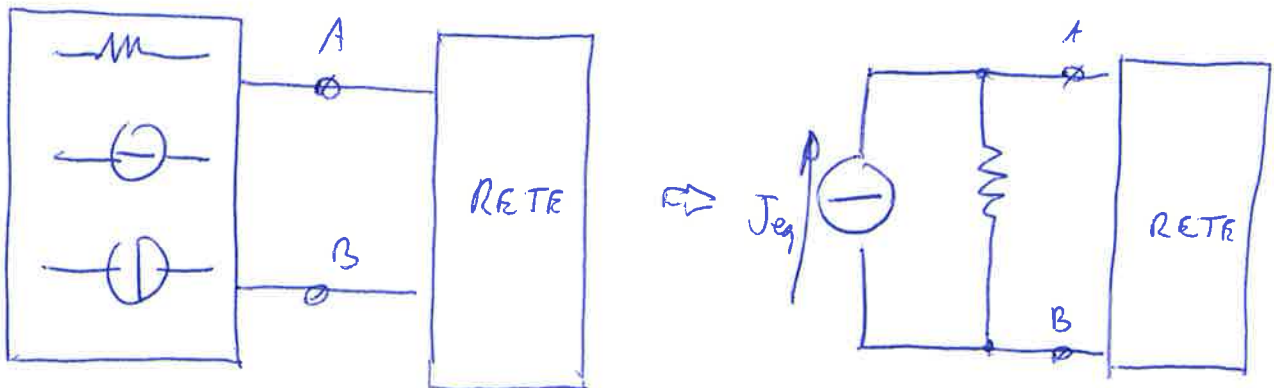
Sono risultati diversi rispetto a quelli che si ottengono
in un'altra porta.

Teorema di Norton (è il duale di Thevenin)

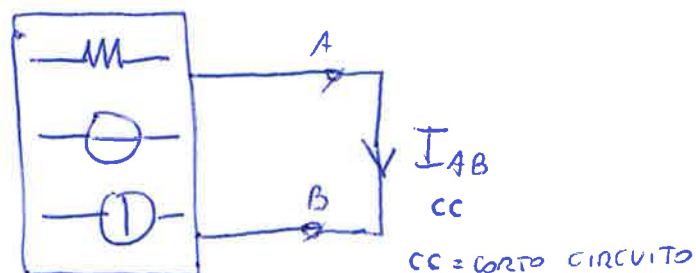
Enunciato: Un rete lineare, per quanto complessa e sempre riconducibile a un generatore normale di corrente in cui la $R_{eq\ AB}$ è analoga alla R_{eq} di Thevenin, ovvero quella che si ottiene rendendo passivo la rete, mentre la J impressa è quella che si misura mettendo in corto circuito i morsetti AB in cui sto valutando il teorema.

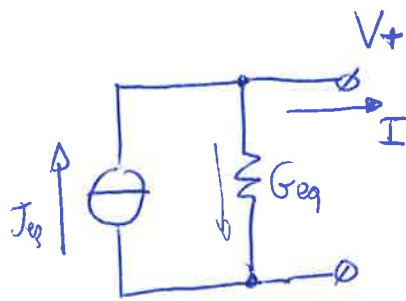
Invece di parlare di $R_{eq\ AB}$ sarebbe meglio parlare di G_{eq} e quindi equivalente all'inverso (reciproco) della R_{eq} di Thevenin

$$G_{eq\ Norton} = \frac{1}{R_{eq\ Thevenin}} \quad [Siemens]$$



$$\frac{1}{R_{eq\ Th}} = G_{eq\ Norton}$$

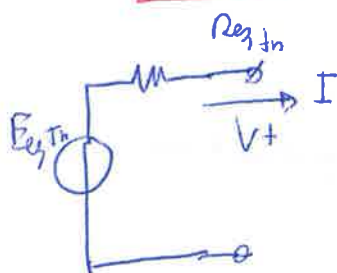




$$I = J_{eq} - \underbrace{G_{eq} V}_{\text{corrente su } G_{eq}} \quad \text{è una LKC}$$

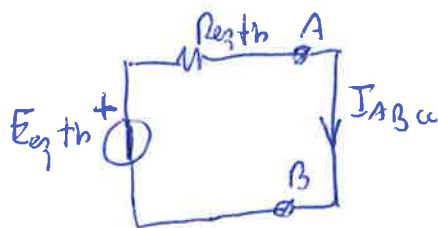
Vediamo come passare probabilmente da thevenin a Norton

THEVENIN



$$V = E_{eqth} - R_{eqth} I$$

Adesso se calcolo la I_{cc} ai morsetti AB posso direttamente a NORTON A PARTIRE DA THEVENIN



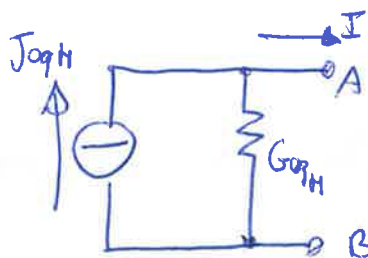
$$I_{ABcc} = \frac{E_{eqth}}{R_{eqth}} = J_{eqN}$$

Calcolo la G_{eq} di Norton in maniera diretta $G_{eqN} = \frac{1}{R_{eqth}}$

NOTO CHE LA RETE DI THEVENIN per definizione non può dissipare potenza dato che non circola corrente ($P_{th} = 0$)

L'equivalenza della rete con l'originale è solo esterna ovvero tensione e corrente nel punto di vista energetico (e delle potenze) non è equivalente alla rete originale.

NORTON



$$I = J_{eqN} - G_{eqN} V$$

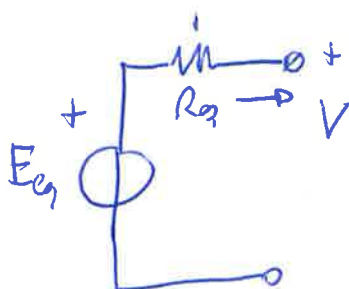
Voglio passare da Norton a thevenin

Devo trovare la V di vuoto per trovare la E_{eqth}

$$V_{AB_0} = \frac{J_{eqN}}{G_{eqN}} = E_{eqth}$$

$$R_{eq} = \frac{1}{G_{eqN}}$$

Si può quindi disegnare la rete secondo thevenin con questi parametri di resistenza equivalente e tensione a vuoto



Dal punto di vista energetico le reti di thevenin e di Norton sono equivalenti? NO

ALTRO METODO PER TROVARE LA R_{eq} .

Posso valutare R_{eq} come rapporto tra la tensione a vuoto di Thevenin e la corrente di corto circuito di Norton

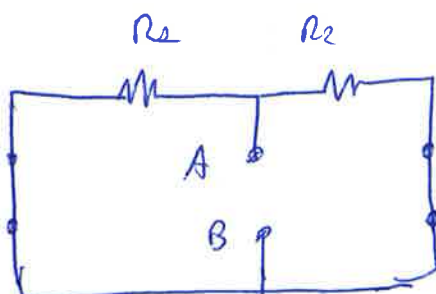
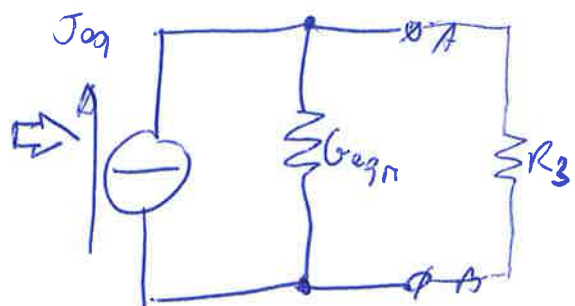
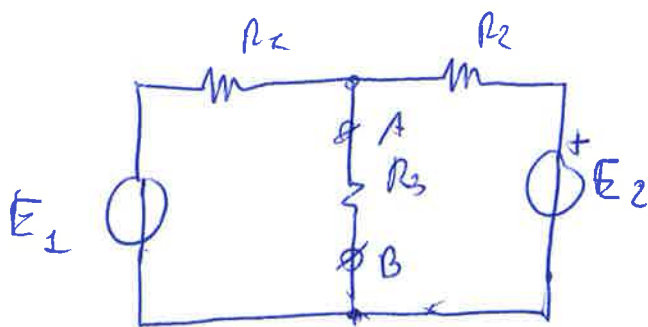
$$R_{eq} = \frac{V_{AB0}}{I_{ABcc}}$$

Ne consegue che la conduttanza è definita ugualmente invertendo

$$G_{eq} = \frac{I_{ABcc}}{V_{AB0}}$$

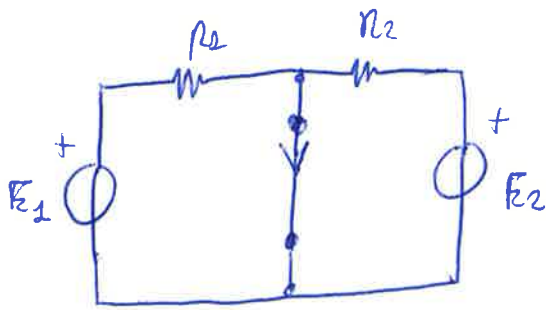
Vediamo l'esercizio svolto con Thevenin la vez. precedente con l'applicazione del teorema di Norton

Valutare la potenza su R_3



$$G_{eq} = \frac{1}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ [Siemens]}$$

Si stacca la R tra i terminali così che si abbia il procedimento usuale a quello che fanno con Thevenin



P, S, E.

$$I_{ABcc} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}$$

$\uparrow$ $\uparrow$
 1,5A 3A

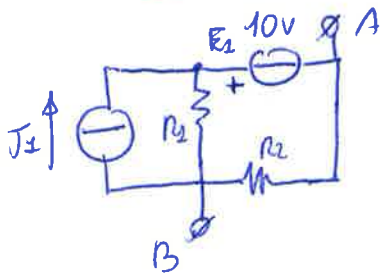
$$I_{ABcc} = 4,5 [A]$$

Il corto circuito ha l'effetto di "separare" le due reti, in effetti sono riferiti alla massa.

$$I_{R3} = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + R_3} J_{eq} =$$

$$= \frac{G_3}{G_{eq} + G_3} J_{eq} = 1,5A$$

Esempio (DA VERIFICARE)

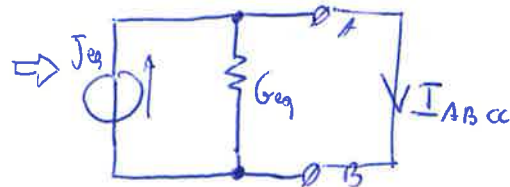


$$J_1 = 1A$$

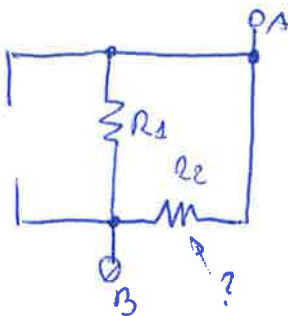
$$E_1 = 10V$$

$$R_1 = R_2 = 10\Omega$$

APPLICARE HANTON ALLA PORTA A-B



rete passiva



Se non escludo R2 (cortico tra i morsetti AB)

$$R_{eq} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2} = 5\Omega$$

$$G_{eq} = \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{5} \text{ siemens} = 0,2 [S]$$

$$V_{AB} = V_{AB}' + V_{AB}'' = 0$$

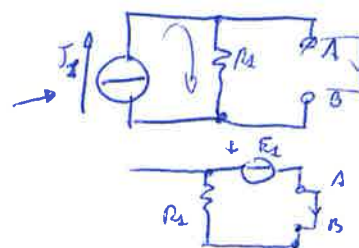
Questa andrebbe tolta. quindi

$$G_{eq} = \frac{1}{R_1} = 0,1 \text{ siemens}$$

quindi la rete passiva vera sarebbe:



poi si applica il P.S.E



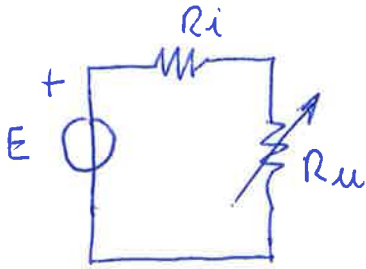
$V_{AB}' = 0$ perché in parallelo a un corto

$V_{AB}'' = 0$ perché equipotenziale (89)

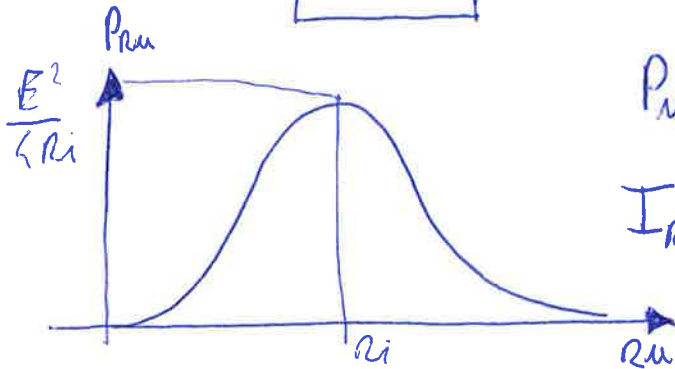
Per completare il Cap. 9 del libro di GUARINERI ED. 2012 vediamo il teorema dell'adattamento del CARICO PER IL MASSIMO TRASFERIMENTO DI POTENZA

ADATTAMENTO DEL CARICO CONSISTE NEL TROVARE IL VALORE DI R DA APPLICARE ALLA PORTA PER AVERE LA MASSIMA POTENZA CHE VA DALLA RETE AL CARICO STESSO

VOGLIAMO CAPIRE QUANDO IL CARICO È ADATTATO AL GENERATORE.



ORA LO VEDIAMO IN STAZIONARIO
POI SI PASSERÀ IN SINUSOIDALE
DOVE RISULTA ANCHE PIÙ IMPORTANTE



$$P_m = R_u I_{R_u}^2$$

$$I_{R_u} = \frac{E}{R_i + R_u}$$

$$P_m = \frac{R_u E^2}{(R_i + R_u)^2}$$

$$\frac{dP_m}{dR_u} = \frac{R_i - R_u}{(R_i + R_u)^3} E^2$$

è una funzione quindi
il max si trova derivando
e ponendo la derivata pari
a zero

← (vale zero quando $R_i = R_u$)

ho la massima potenza trasferita

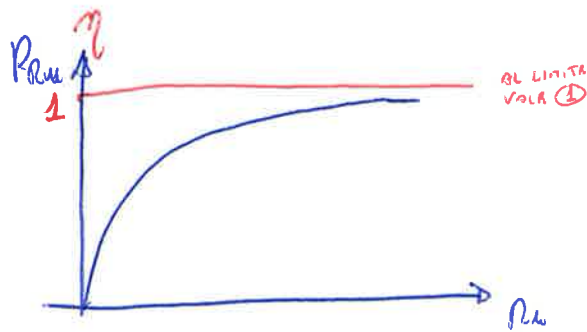
il massimo

1) quando la resistenza del carico è pari alla resistenza interna del generatore

2) quando la tensione applicata è pari a $\frac{E}{2}$

vediamo in termini
di rendimento

$$\eta = \frac{P_m}{P_t} = \frac{R_u I^2}{(R_i + R_u) I^2} = \frac{R_u}{R_i + R_u}$$



faciamo i limiti agli estremi del dominio della funzione del rendimento

$$\lim_{R_L \rightarrow 0} f(\eta) = 0$$

$$\lim_{R_L \rightarrow \infty} f(\eta) = 1$$

L'interesse non è lo studio agli estremi $R_L \rightarrow 0$ o $R_L \rightarrow \infty$ ma nel valore di adattamento del carico che si ha per $R_L = R_i$

quindi $\eta(R_L) = 0,5$

ATTENZIONE! SULLE RTI DI

THEVENIN E DI NORTON NON
VALGONO PERCHÉ ENERGETICAMENTE
NON SONO UGUALI SE PARLO
DELLA RETTE INTERNA

SE PARLO DEL CARICO, OVVERO
DELLA RESISTENZA RESISTENZA ALLORA
VALGONO L'EQUIVALENZA CON
THEVENIN E NORTON

siamo a pag 216 del testo
di GUARNIERI ed 2012

è importante focalizzare sul

testo i concetti che ho evidenziato nel rettangolo rosso.